

## POLAIRE FIGUREN VAN EENVOUDIGE SYSTEMEN

door

L. H. M. HUYDTS

*Eerste deel van een voordracht gehouden voor het Nederlandsch  
Radiogenootschap op 22 Januari 1943.*

### *Zusammenfassung.*

Die Ortskurve einiger oft vorkommenden komplexen Zahlen wird angegeben; speziell von Zahlen welche auftreten bei Systemen zweiter Ordnung. Hiervon werden einige Anwendungen auf einfache Schaltungen angegeben. Gezeigt wird, dass ein zweimasches Netz mit nur  $R$  und  $C$ , oder nur  $R$  und  $L$ -Elementen, von Zweiter Ordnung ist und dass, in den davon abgeleiteten Schaltungen, einfache polare Kurven für Spannungen und Strömen vorkommen.

### *Summary.*

The polar figure of some complex numbers, which occur frequently, is calculated; especially of those numbers which occur in systems of second order. Some applications on simple systems are treated. It is shown that networks with two meshes, containing only  $R$  and  $C$ , or  $R$  and  $L$ -elements, gave a system of second order and that the polar figures for voltages and currents in circuits, derived from such networks, have a simple form.

### *Inleiding.*

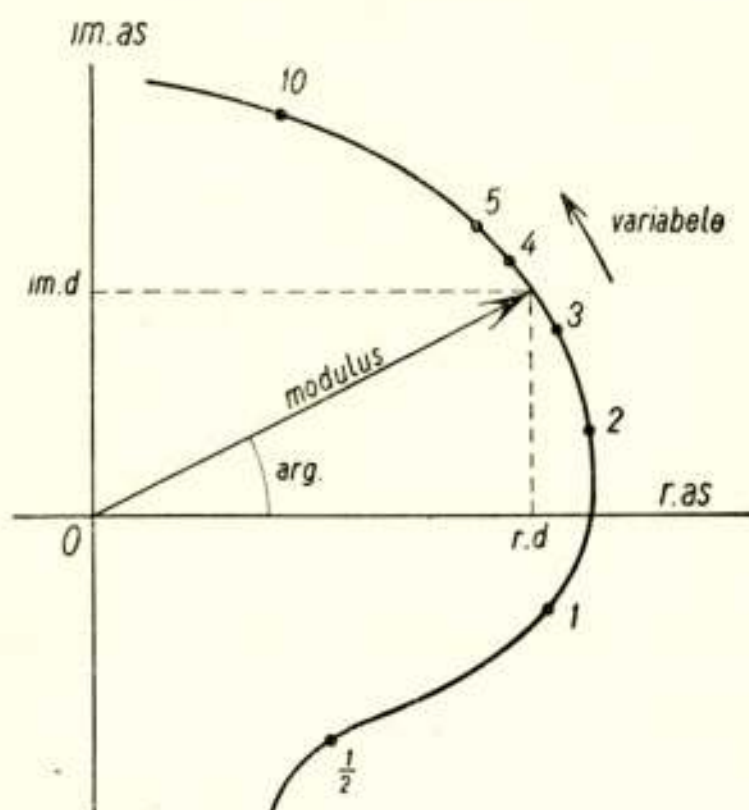
De meetkundige voorstelling van functies van complexe grootheden wordt veelvuldig toegepast bij de vertolking van elektrische, mechanische en electro-mechanische systemen. Wij beperken ons tot de eerste.

Wij veronderstellen *lineaire* circuits met gedwongen trillingen en onderzoeken de blijvende toestand. Hiervoor zijn uitdrukkingen gewenscht voor verhoudingen van stroom en spanning, van twee spanningen, van twee stroomen. Dit worden complexe grootheden die een functie zijn van de frequentie  $\omega$  en van de systeemelementen, zelfinductie  $L$ , capaciteit  $C$  en weerstand  $R$ .

Is een van deze variabelen dan behoort bij iedere waarde van een bovengenoemde verhouding een reëel en een imaginair deel met een corresponderend punt in het complexe vlak.

De meetkundige plaats van deze punten is een polaire figuur (P. F.) die nader beschouwd zal worden.

De grootte van de variabele wordt meestal langs de polaire



Figuur 1.

figuur aangegeven, fig. 1. De variabele kan ook langs een derde  $\perp$  as uitgezet worden; dan ontstaan ruimte-figuren die weliswaar moeilijkheden opleveren voor de afbeelding, doch waarbij aan overzicht gewonnen wordt.

Uit de polaire figuur vindt men behalve het directe verband tusschen modulus en argument diverse andere functies, b.v. het verband tusschen de modulus, het argument, het reële deel of het imaginaire deel eenerzijds en de variabele anderzijds.

*Complexen getallen.* In de complexe uitdrukking van een gezochte verhouding van  $str/sp.$  of van  $sp/sp.$  in elektrische systemen komt men vaak tot complexe getallen van den vorm

$$(I + ja) , (I + ja)^2 \dots (I + ja)^n \text{ en } \frac{I}{(I + ja)} , \frac{I}{(I + ja)^2} \dots$$

$\frac{I}{(I + ja)^n}$ , aangeduid door  $\bar{A}_1, \bar{A}_2 \dots \bar{A}_n$  en  $\bar{B}_1, \bar{B}_2 \dots \bar{B}_n$ .

$a$ , de variabele, is een functie van  $\omega$ ,  $L$ ,  $C$  of  $R$ . De polaire figuren van deze complexe getallen met ingeschreven waarden van  $a$  zijn weergegeven in fig. 2 en fig. 3. De krommen van fig. 3 zijn door inverseeren te vinden uit die van fig. 2.

Een aantal van deze figuren zijn bekende krommen. Stellen we het reële deel van de uitdrukking gelijk aan  $x$  en het imaginaire deel aan  $y$  dan vindt men in het  $\perp$  assenstelsel na elimineeren van  $a$  voor:

$(I + ja)$  een kromme met de vergelijking  $x = I$ , dit is een rechte  
//  $Y$ as door  $+I$ .

$(I + ja)^2$  de vergelijking  $x + \frac{I}{4}y^2 - I = 0$ , dit is een parabool  
met het brandpunt in de oorsprong en de top in  $+I$ .

$\frac{I}{(I + ja)}$  de vergelijking  $y^2 + x^2 - x = 0$ , dit is een cirkel met

$$M\left(\frac{I}{2}, 0\right) \text{ en } r = \frac{I}{2}.$$

$\frac{I}{(I + ja)^2}$  de vergelijking van een cardioïde.

Uitgedrukt in poolcoördinaten leveren de figuren van  $(I + ja)^n$   
de vergelijking op  $\varrho^n \cos \frac{\varphi}{n} = I$ , die van  $\frac{I}{(I + ja)^n}$  de vergelijking

$$\varrho^n = \cos \frac{\varphi}{n}.$$

Voor groote waarden van  $n$  krijgt men dubbel gewonden spiralen die naar  $\infty$  respectievelijk naar  $O$  gaan met voor beiden als grenskromme een cirkel om  $O$  met straal  $I$ .

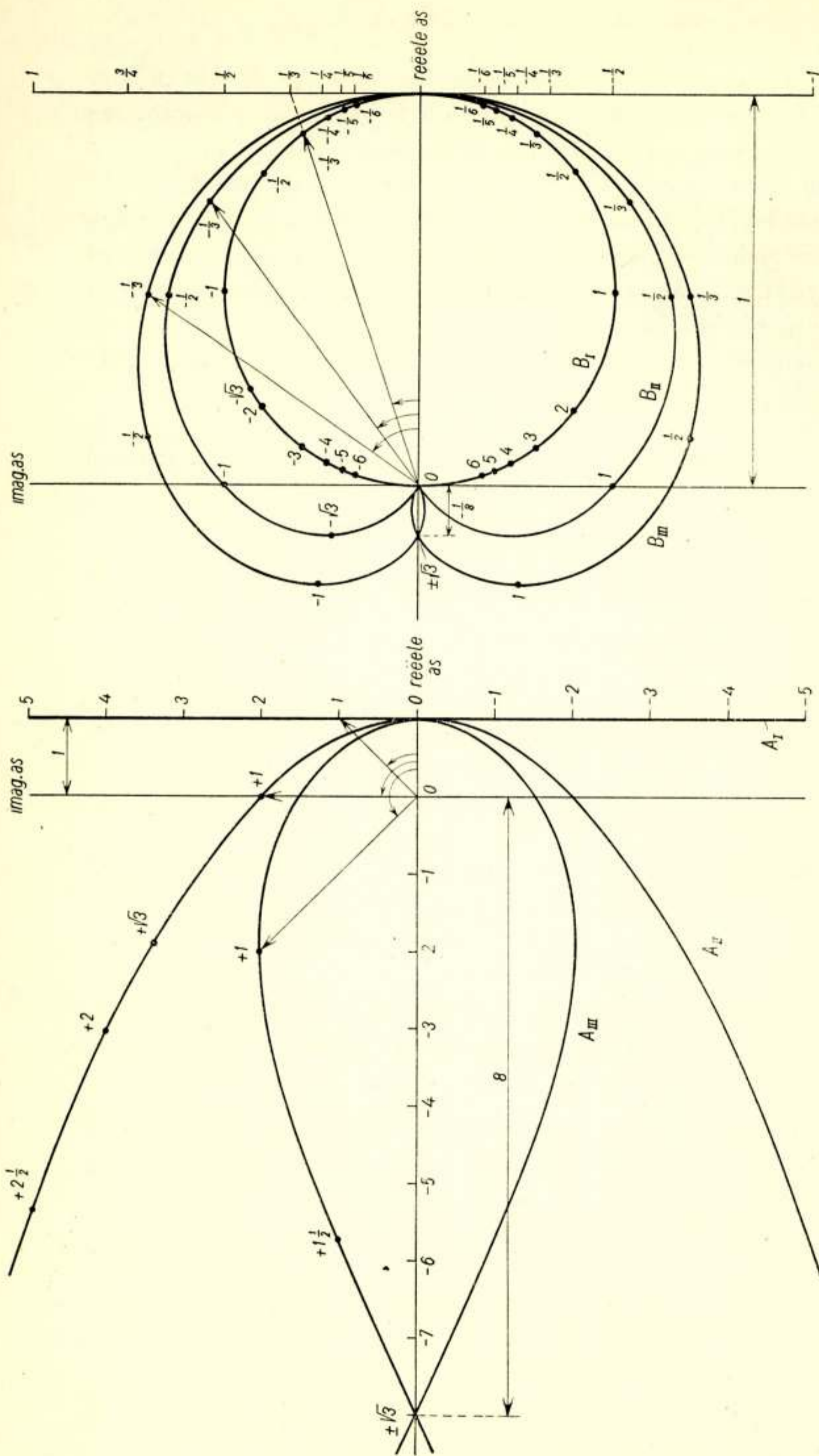
De modulus van  $(I + ja)$  is  $\sqrt{I + a^2}$ , de modulus van  $(I + ja)^n$   
is  $(I + a^2)^{n/2}$ .

De modulus van  $\frac{I}{(I + ja)}$  is  $\frac{I}{\sqrt{I + a^2}}$ ; deze uitgezet als func-

tie van  $a$  levert de symmetrische vorm van de *resonantiekromme*

op. Voor  $a = \pm I$  wordt de modulus =  $\frac{I}{\sqrt{2}}$  en de bijbehorende

hoek is  $\pm \frac{\pi}{4}$ .



Figuur 2.

$\bar{A}_I, \bar{A}_{II}$  en  $\bar{A}_{III}$  zijn de polaire figuren van  $(1+ja), (1+ja)^2$  en  $(1+ja)^3$ . Waarden van  $a$  ingeschreven.

Figuur 3.

$\bar{B}_I, \bar{B}_{II}$  en  $\bar{B}_{III}$  zijn de polaire figuren van

$$\frac{1}{1+ja}, \frac{1}{(1+ja)^2} \text{ en } \frac{1}{(1+ja)^3}$$

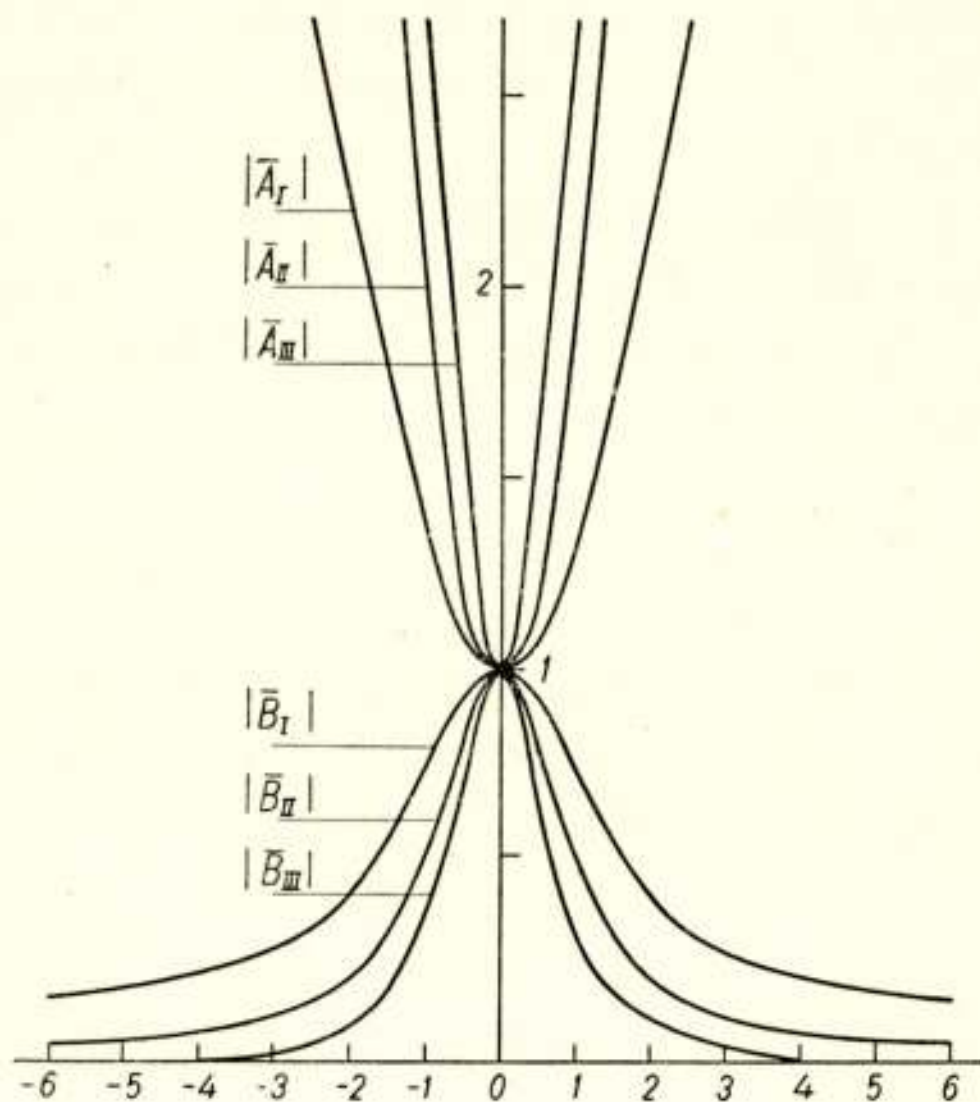
fig. 2. Waarden van  $a$  ingeschreven.

Schaal is  $5 \times$  groter dan

De modulus van  $\frac{I}{(I + ja)^n}$  is  $\left(\frac{I}{I + a^2}\right)^{n/2}$ .

In fig. 4 zijn de moduli van de in fig. 2 en 3 aangegeven meetkundige plaatsen als functie van  $a$  uitgezet.

De polaire figuur van het product van twee complexe getallen vindt men door *complexe vermenigvuldiging*, t.w. door het product van de moduli te nemen en de som van de hoeken.



Figuur 4.

Moduli van de uitdrukkingen  $\bar{A}_I$ ,  $\bar{A}_{II}$  en  $\bar{A}_{III}$  en  $\bar{B}_I$ ,  $\bar{B}_{II}$  en  $\bar{B}_{III}$  als functie van  $a$ .

De P. F. van  $(I + ja)^n$  volgt dus op eenvoudige wijze uit de P. F. van  $(I + ja)$  en wel is de modulus  $|\bar{A}_n| = (I + a^2)^{n/2}$  en  $\varphi_n = n\varphi_1 = n \operatorname{tg}^{-1} a$ . Zie fig. 2.

Op dezelfde wijze kan de P. F. van  $\frac{I}{(I + ja)^n}$  uit de cirkel  $\frac{I}{(I + ja)}$  geconstrueerd worden. fig. 3.

Bij lineaire systemen met differentiaal vergelijking van de 2e orde komt men complexe getallen tegen van den vorm:

$$\frac{j\beta Q}{I + j\left(\beta - \frac{I}{\beta}\right)Q} \dots (1) \quad \frac{I}{j\beta Q} + I - \frac{I}{\beta^2} \dots (3)$$

en

$$\frac{I}{j\beta} \frac{Q}{I + j\left(\beta - \frac{I}{\beta}\right)Q} \dots (2) \quad \frac{j\beta}{Q} + I - \beta^2 \dots (4)$$

$\beta$  en  $Q$  zijn reële positieve getallen;  $\beta$  beschouwen we als de variabele,  $Q$  als parameter.

De uitdrukkingen (1) en (2) zijn de inversen van (3) en (4).

(1) gaat over in (2) en (3) in (4) door  $\beta$  te vervangen door de negatieve reciproke waarde.

Voor het verkrijgen van de P.F.'n van deze uitdrukkingen gaan we uit van (3) en (4).

De vergelijking van de krommen in  $\perp$  coördinaten beschreven door (3) zoowel als (4) is

$$x + (ijQ)^2 - I = 0 \dots (5)$$

Dit is een schaar parabolen, symmetrisch t.o.v. de  $X$  as met  $Q$  als parameter, toppen door  $+I$  en opening naar links.

De coördinaten uitgedrukt in  $\beta$  zijn

$$\text{voor (3)} \quad x = I - \frac{I}{\beta^2} \quad \text{en} \quad ij = \frac{-I}{\beta Q}$$

$$\text{voor (4)} \quad x = I - \beta^2 \quad \text{en} \quad ij = \frac{\beta}{Q}$$

Blijkbaar wordt (3) weergegeven door een schaar paraboolhelften onder de  $X$  as en (4) door eene boven de  $X$  as, figuren 5<sub>I</sub> en 5<sub>II</sub>.

Kenmerkend voor de parabolen is dat ze de  $Y$  as snijden voor  $ij = \pm \frac{I}{Q}$ .

Voor groote waarden van  $Q$  is de opening van de parabool klein en heeft de modulus van (3) respect. van (4) een minimum in de buurt  $Q$  met een waarde van ongeveer  $\pm \frac{I}{Q}$ .

Voor  $Q = \frac{I}{2}$  ligt het brandpunt van de parabool in  $O$ . Voor  $Q = 0$  gaat de parabool over in een rechte  $\parallel Y$  as, voor  $Q = \infty$  in een rechte langs de  $X$  as.

De getrokken lijnen in fig. 5<sub>I</sub> en 5<sub>II</sub> geven de P. F.'n weer van (3) en (4) voor  $Q$  gelijk aan 0, 0.5, 1, 2 en 3.

De parabolen van vergelijking (5) uitgedrukt in poolcoördinaten worden

$$\rho \cos \varphi = 1 - (\rho Q)^2 \sin^2 \varphi \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (6)$$

De P. F.'n van de complexe uitdrukkingen (1) en (2) zijn weergegeven in fig. 6<sub>I</sub> en 6<sub>II</sub>. Ze ontstaan door inversie uit de P. F.'n van 5<sub>I</sub> en 5<sub>II</sub>.

De vergelijking van de P. F.'n van 6<sub>I</sub> en 6<sub>II</sub> in  $\perp$  coördinaten is van de 4e graad. In pool-coördinaten vindt men voor deze krommen

$$\rho \cos \varphi = \rho^2 - Q^2 \sin^2 \varphi \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (7)$$

De krommen snijden van de  $Y$  as stukken ter grootte van  $\pm Q$ . Men zou deze krommen die door inversie verbonden zijn met de parabolen van de vergelijkingen (5) respect. (6) gevoeglijk cardioïde-vormen kunnen noemen. Voor  $Q = \frac{1}{2}$  ontstaat de gewone cardioïde die correspondeert met de bijzondere parabool, waarvan het brandpunt in  $O$  ligt.

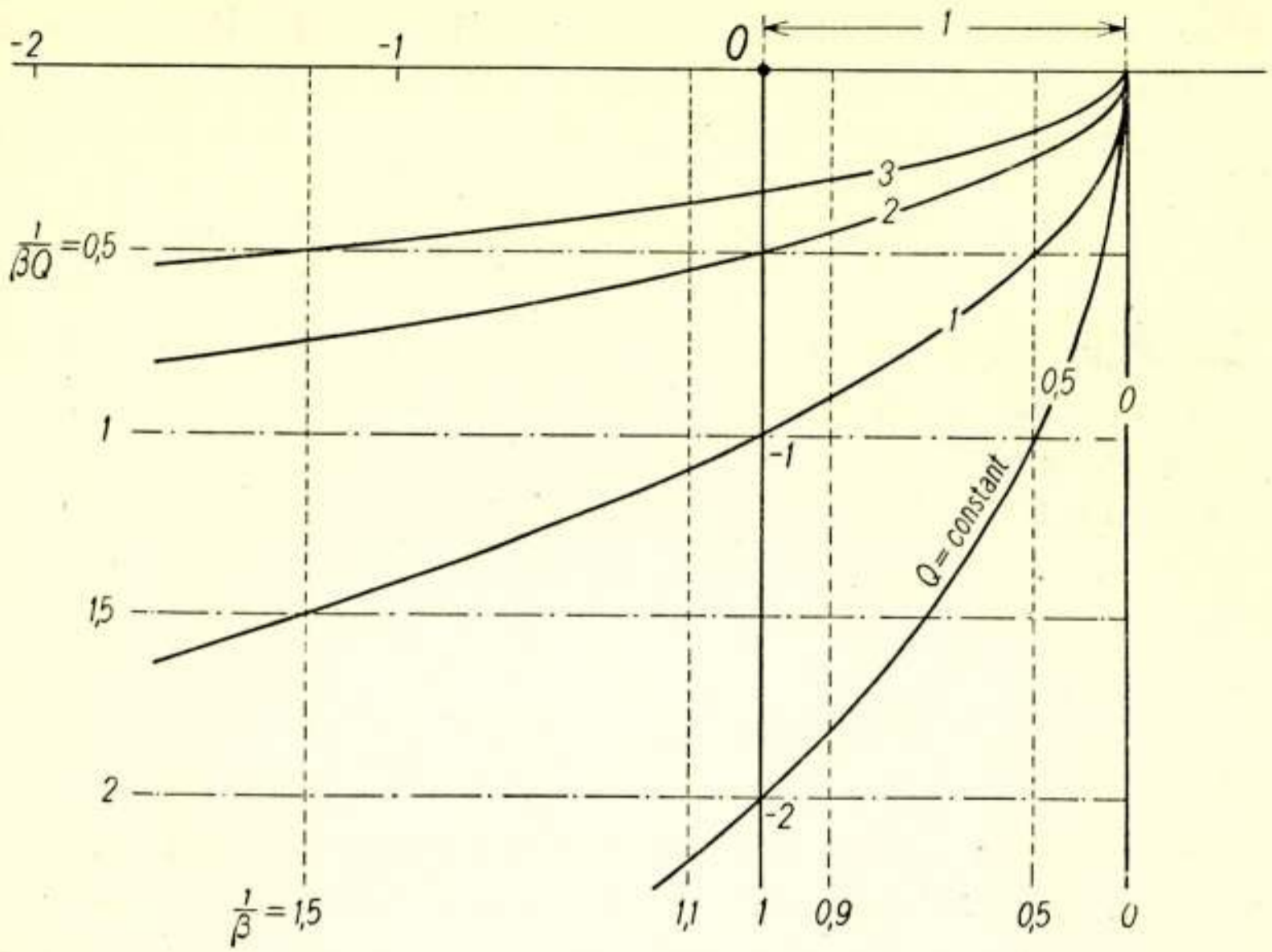
Nadere duiding van de figuren 5<sub>I</sub>, 5<sub>II</sub>, 6<sub>I</sub> en 6<sub>II</sub> vindt men uit het verband tusschen een punt in het complexe vlak en de grootte van  $\beta$ .

In fig. 5<sub>I</sub> is  $x = 1 - \beta^2$  en in fig. 5<sub>II</sub> is  $x = 1 - \frac{1}{\beta^2}$ ; constante waarden van  $\beta$  corresponderen blijkbaar met lijnen  $\parallel Y$  as. Deze zijn aangegeven door stippellijnen met bijgeschreven waarden van  $\frac{1}{\beta}$  respectievelijk  $\beta$ .

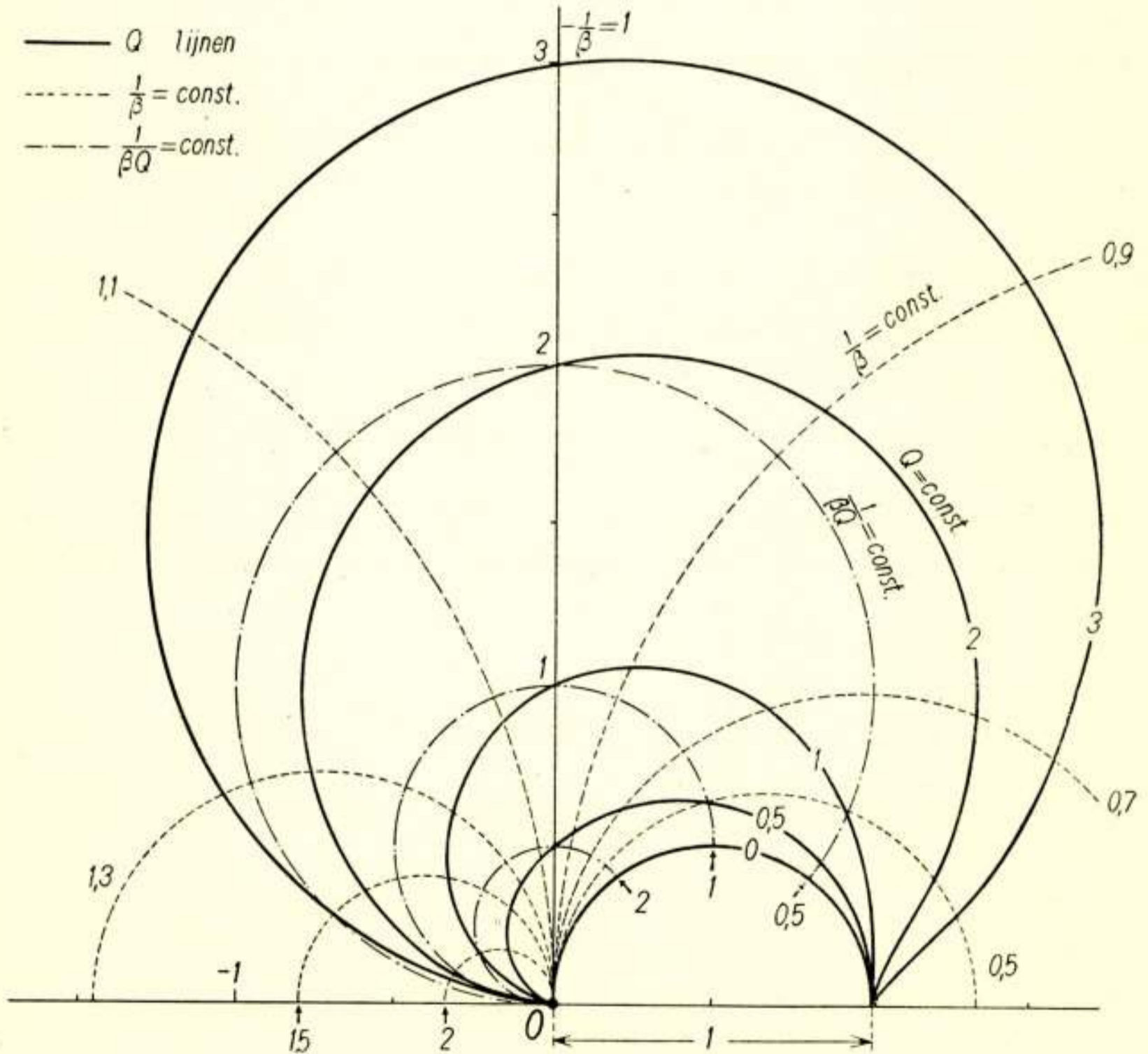
Voorts is in 5<sub>I</sub>  $ij = \frac{-1}{\beta Q}$  en in 5<sub>II</sub>  $ij = \frac{\beta}{Q}$ ; dit zijn lijnen  $\parallel X$  as die maatgevend zijn voor samenhang van  $\beta$  en  $Q$  (streep-puntlijnen).

In fig. 6<sub>I</sub> en 6<sub>II</sub> vindt men door inversie voor deze rechten cirkels met middelpunt respect. op de  $X$  as (stippellijnen) en op de  $Y$  as (streep-puntlijnen).

Voor groote waarden van  $Q$  kunnen de parabolen van fig. 5<sub>I</sub> en 5<sub>II</sub> in de omgeving van  $O$  benaderd worden door rechten en



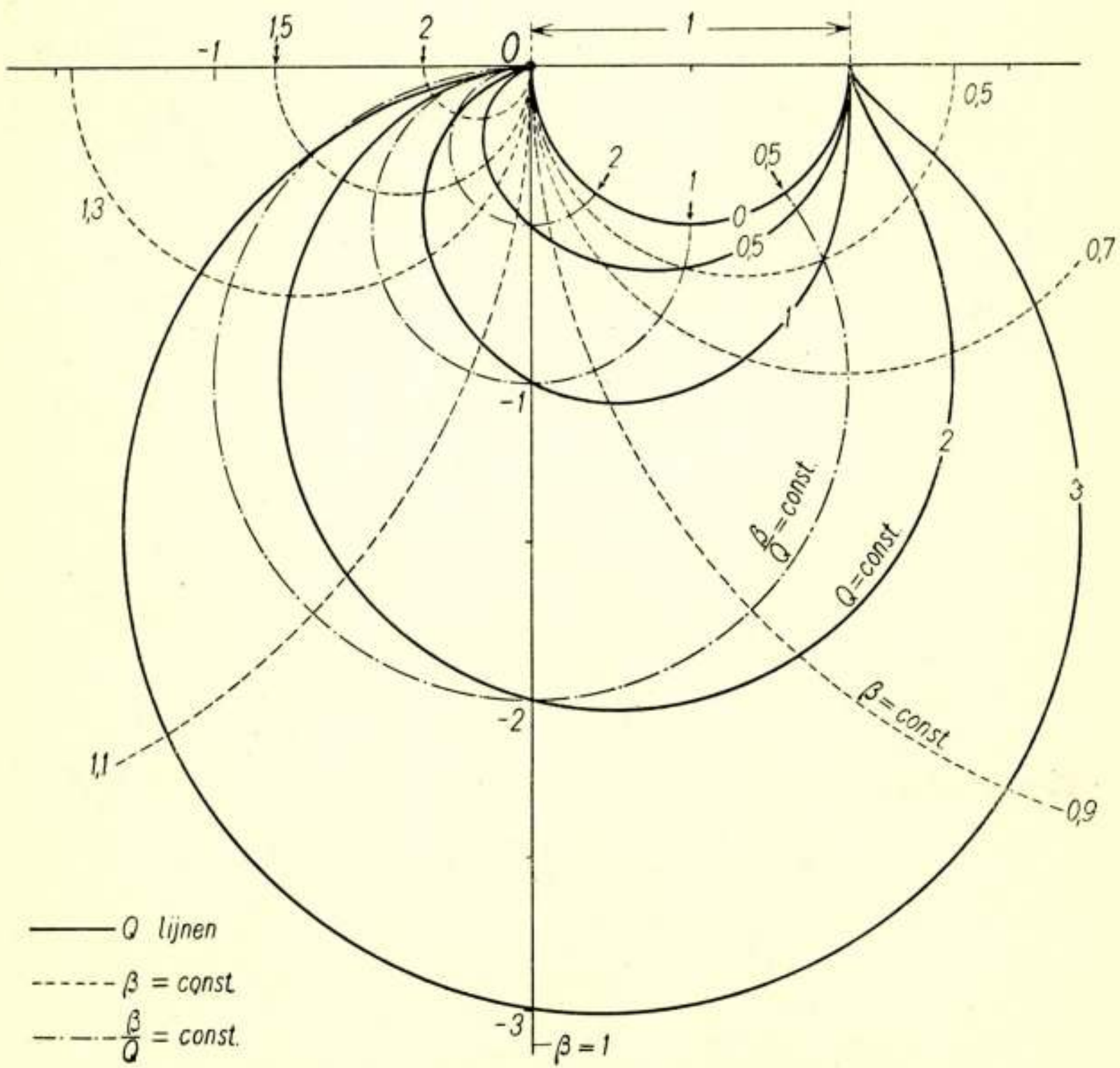
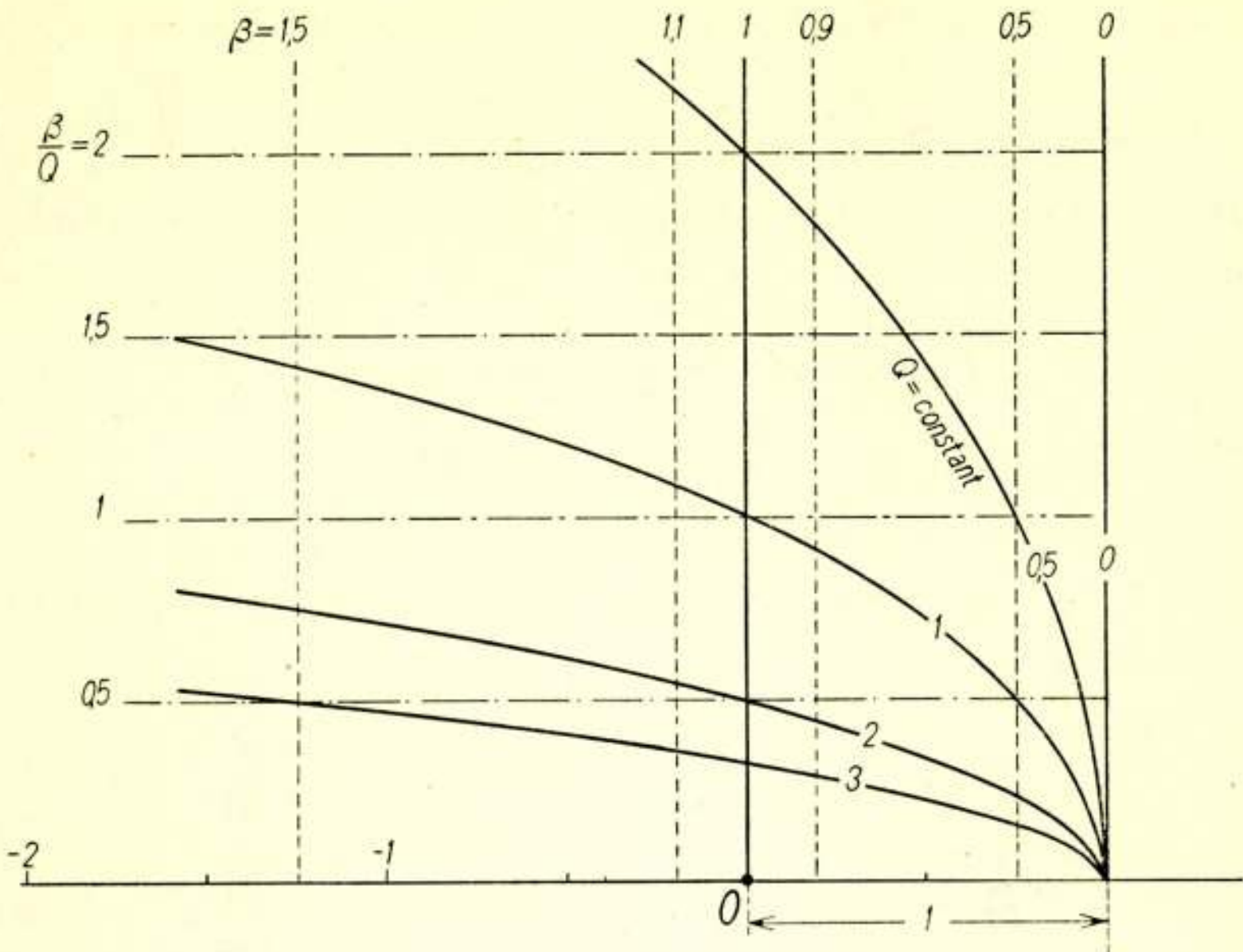
- $Q$  lijnen
- - -  $\frac{1}{\beta} = \text{const.}$
- · -  $\frac{1}{\beta Q} = \text{const.}$



Boven: figuur 5r .

Onder: figuur 6r .





- $Q$  lijnen
- - -  $\beta = \text{const}$
- - -  $\frac{\beta}{Q} = \text{const}$

Boven: figuur 5II.

Onder: figuur 6II.

wel gaat de uitdrukking (3) over in  $\frac{I}{jQ}(1 + ja)$  met  $a \approx -2 \Delta \beta Q$

en (4) gaat over in  $\frac{j}{Q}(1 + ja)$  met  $a \approx +2 \Delta \beta Q$ .

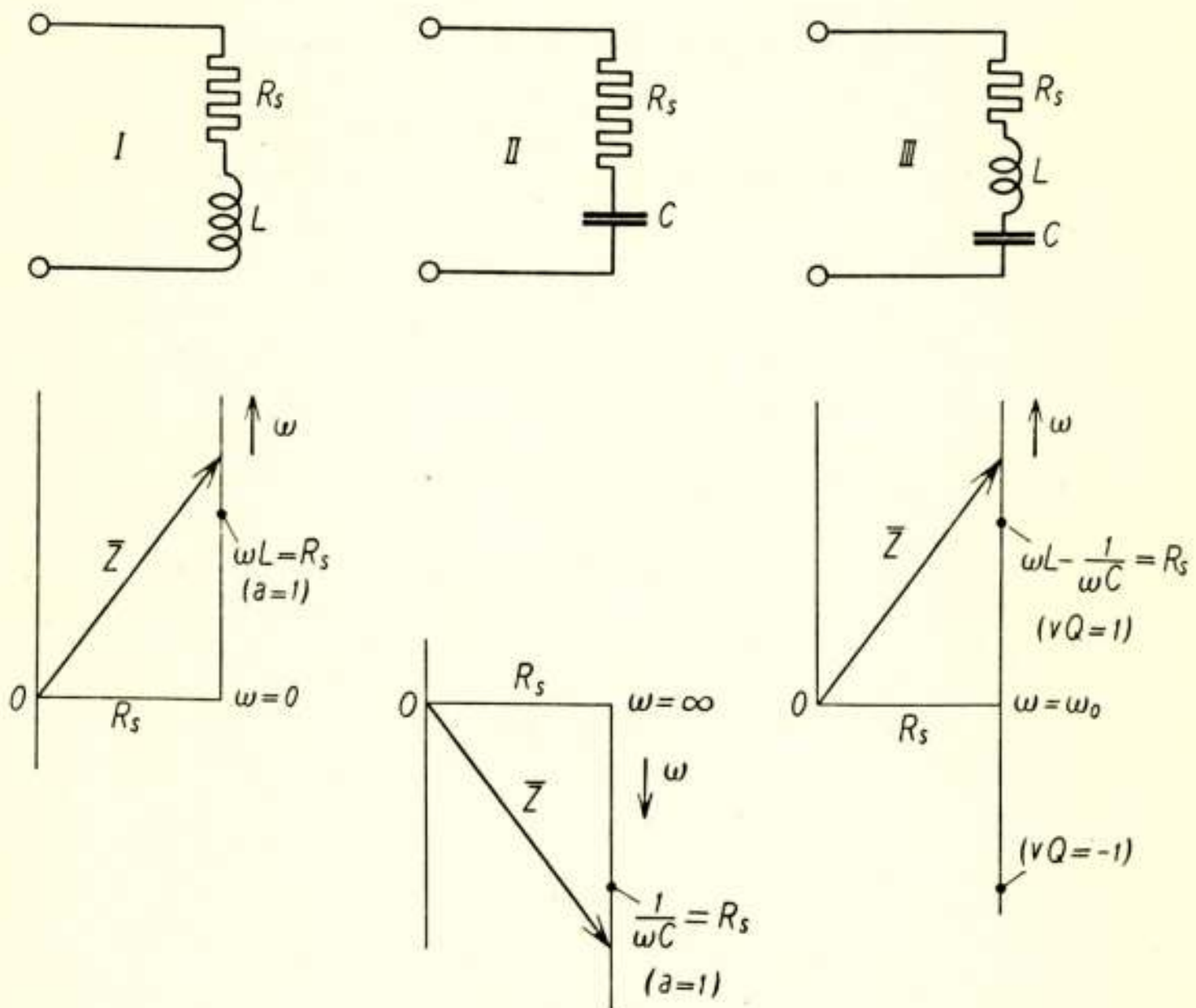
In fig. 6<sub>I</sub> en 6<sub>II</sub> gaan voor groote  $Q$  de krommen bij benadering over in cirkels.

*Toepassingen op eenvoudige systemen.*

De impedantie van de serie- en parallelketen.

1). Frequentie variabel:

a). Voor de serieschakelingen fig. 7 is de impedantie  $\bar{Z} = R_s(1 + ja)$ .



Figuur 7.  
Serie-ketens.

We vinden voor geval

$$I. \quad a = \frac{\omega L}{R_s} \quad \text{is positief}$$

$$II. \quad a = \frac{-1}{\omega C R_s} \quad \text{is negatief}$$

$$III. \quad a = v Q_s \quad \text{is positief en negatief.}$$

De P.F.'n zijn rechte // imag. as op afstand  $R_s$ .

b). Voor de parallelschakelingen fig. 8 is de impedantie

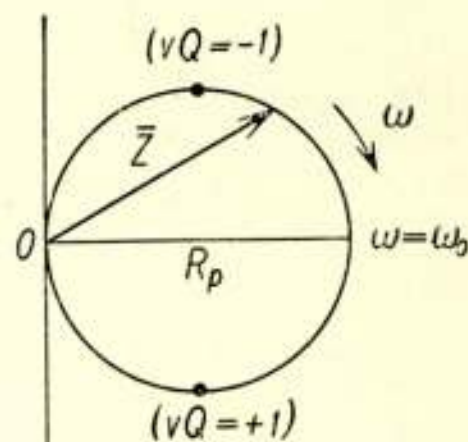
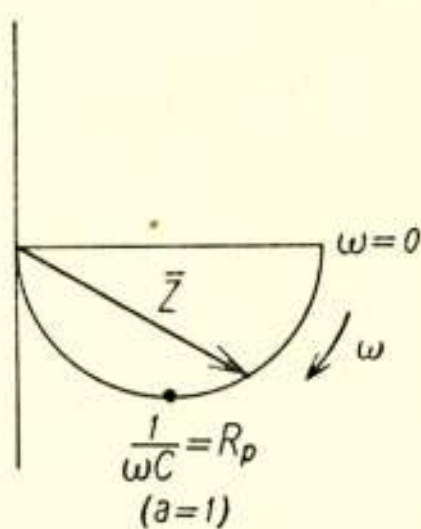
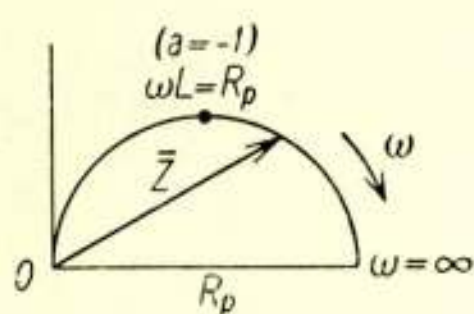
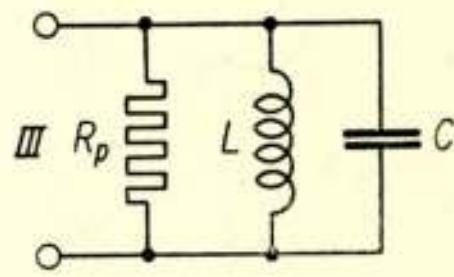
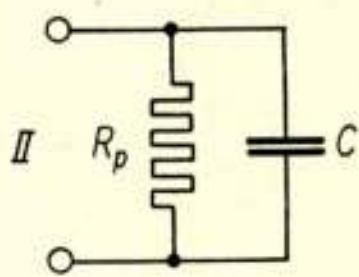
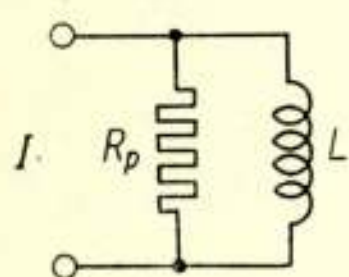
$$\bar{Z} = \frac{R_p}{1 + ja}$$

We vinden voor geval

I.  $a = -\frac{R_p}{\omega L}$  is negatief

II.  $a = \omega C R_p$  is positief

III.  $a = v Q_p$  is positief en negatief.



Figuur 8.  
Parallel-ketens.

De P.F.'n zijn cirkels met middelpunt op reële as en diameter  $R_p$ .

In de uitdrukking voor  $a$  is  $v$  de verstemming gedefinieerd door:

$$v = \frac{\omega}{\omega_o} - \frac{\omega_o}{\omega} = \beta - \frac{1}{\beta} \quad \omega_o = \sqrt{\frac{1}{LC}} \text{ is de resonantie-frequentie.}$$

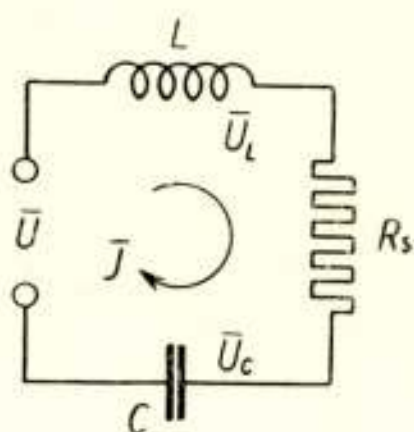
$Q$  is de kringkwaliteit of kwaliteitsfactor. Voor de seriekring is  $Q_s = \frac{1}{R_s} \sqrt{\frac{L}{C}}$ , voor de parallelkring is  $Q_p = R_p \sqrt{\frac{C}{L}}$ .

Bij enkelvoudige trillingssystemen kan de factor  $Q$  op geschikte wijze gedefinieerd worden uit de differentiaalvergelijking. Zoowel bij de zuivere serie- als bij de zuivere parallelkring hebben we voor de stroom respect. de spanning een differentiaalvergelijking van de 2e orde met constante coëfficiënten. Is deze

$$\frac{d^2 x}{dt^2} + k \frac{dx}{dt} + n^2 x = 0$$

dan kan  $Q$  voor beide gevallen gedefinieerd worden uit:  $Q = \frac{n}{k}$ .

c) Spanning aan  $L$  of  $C$  van een serie trillingskring bij constante amplitude van de ingaande spanning en variabele  $\omega$  (fig. 9).



Figuur 9.

De spanning aan  $L$  wordt voor enkelvoudige sinustrilling  $\bar{U}$ :

$$\bar{U}_L = \bar{I} j \omega L = \frac{\bar{U} j \omega L}{R_o (1 + j v Q)} = \frac{\bar{U} \frac{j \omega_o L}{R_s} \frac{\omega}{\omega_o}}{1 + j \left( \frac{\omega}{\omega_o} - \frac{\omega_o}{\omega} \right) Q}$$

De spanningsverhouding

$$\frac{\bar{U}_L}{\bar{U}} = \frac{j \beta Q}{1 + j \left( \beta - \frac{1}{\beta} \right) Q} \quad \text{met } \beta = \frac{\omega}{\omega_o}$$

Verder is

$$\frac{\bar{U}_C}{\bar{U}} = \frac{1}{j \beta} \frac{Q}{1 + j \left( \beta - \frac{1}{\beta} \right) Q}$$

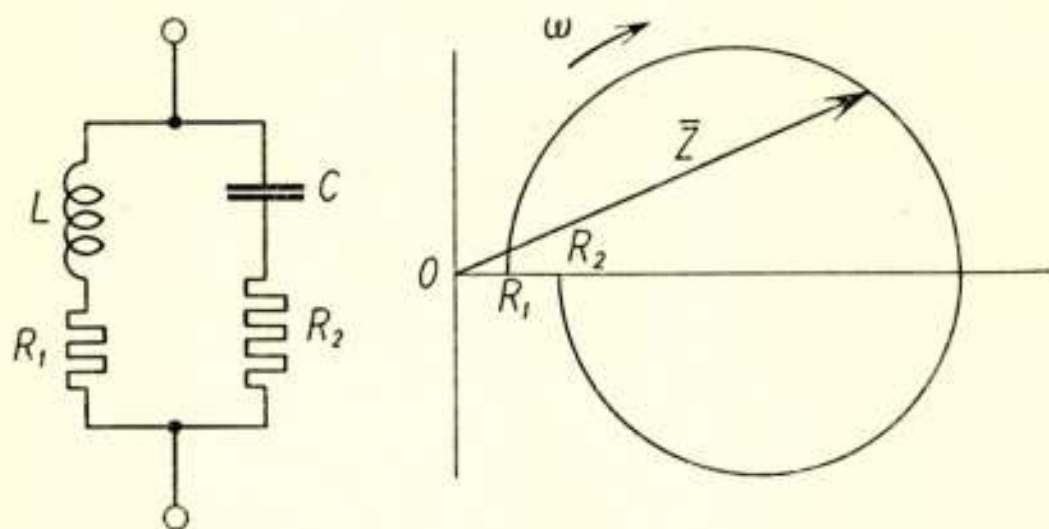
Dit zijn de reeds beschouwende uitdrukkingen (1) en (2). De P. F.'n van  $\bar{U}_L$  en  $\bar{U}_C$  kunnen dus weergegeven worden door de krommen van fig. 6<sub>I</sub> en 6<sub>II</sub>. Uit deze figuren (of uit de inverse krommen fig. 5<sub>I</sub> en 5<sub>II</sub>) ziet men, dat de modulus van de

verhoudingen voor groote  $Q$  een maximum wordt voor  $\beta \approx 1$  en  $v \approx 0$ . Voor groote  $Q$  en verstemming  $v = 0$  is:

$$\frac{\bar{U}_L}{\bar{U}} = jQ \quad \text{en} \quad \frac{\bar{U}_C}{\bar{U}} = -jQ$$

$Q$  is dus een maat voor de „resonantieverhooging” aan  $L$  respectievelijk  $C$ .

d) De impedantie van een parallelkring met weerstand in beide takken (fig. 10):



Figuur 10

$$\bar{Z} = \frac{\frac{L}{C} + R_1 R_2 + j\omega L R_2 + \frac{1}{j\omega C} R_1}{(R_1 + R_2)(1 + jvQ)}$$

De P. F. van  $\bar{Z}$  volgt uit het product van rechte  $\times$  cirkel. In geval van kleine demping is de teller  $\approx \frac{L}{C}$  en wordt de P. F. bijna een cirkel.

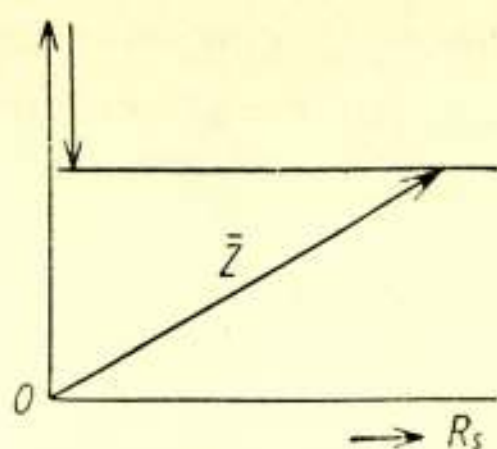
Voor  $R_1 = R_2$  is de P. F. steeds een cirkel, die voor  $R_1 = R_2 = \sqrt{\frac{L}{C}}$  in een punt overgaat  $\bar{Z} = R$ .

## 2) Weerstand variabel.

a) Impedantie van een serieketen van  $L$ ,  $C$  en  $R_s$ .

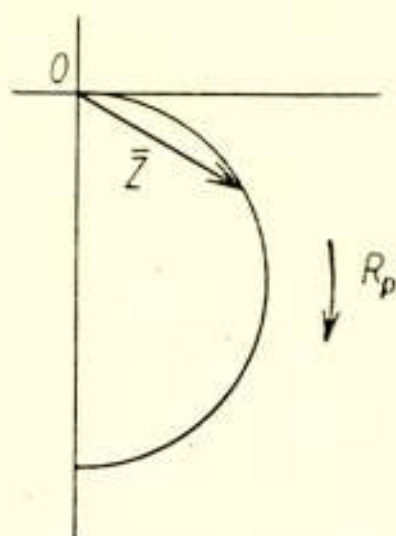
De P. F. van  $\bar{Z}$  wordt een rechte  $\perp$  imag. as gaande door  $j\omega L + \frac{1}{j\omega C}$  en liggend in 1e of vierde kwadrant (fig. 11).

b). Impedantie van een parallelketen van  $L$ ,  $C$  en  $R_p$ .



Figuur 11.

De P. F. van  $\bar{Z}$  is een halve cirkel op  $\frac{I}{j\omega C + \frac{I}{j\omega L}}$  in 1e of 4e kwadrant (fig. 12).

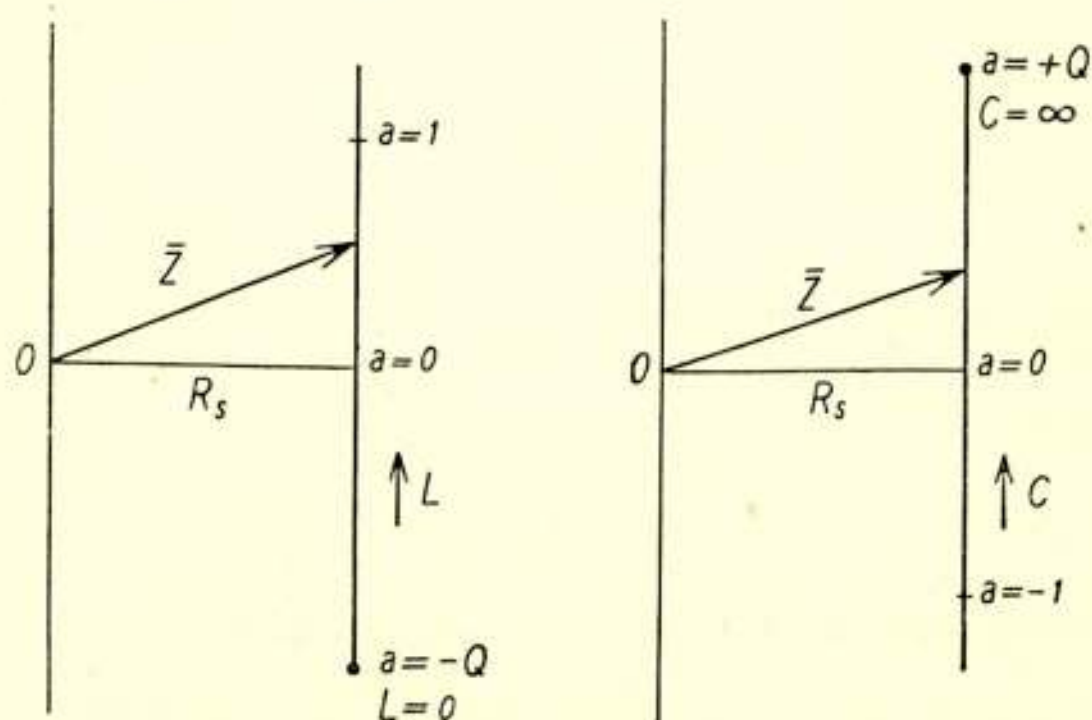


Figuur 12.

Voor  $\omega^2 LC = 1$  krijgen we in beide gevallen de positieve reële as als P. F., dus  $\bar{Z}$  alleen reëel.

3)  $L$  of  $C$  variabel (afstemmen van kringen bij bepaalde frequentie).

a) Serieketen. De P. F.'n van de impedantie  $\bar{Z} = R_s + j\omega L + \frac{I}{j\omega C}$  worden afgebroken rechten (fig. 13).



Figuur 13.

De complexe uitdrukking van  $\bar{Z}$  is in beide gevallen te herleiden tot

$$\bar{Z} = R_s (1 + j a) = R_s (1 + j p Q)$$

Bij  $L$  variabel stelle men

$$L = L_o + p L_o \quad p = \frac{L - L_o}{L_o} = \frac{\Delta L}{L_o}$$

$L_o$  is de waarde van  $L$  waarbij

$$\omega L_o = \frac{I}{\omega C} \quad \text{en} \quad Q = \frac{I}{R_s} \sqrt{\frac{L_o}{C}}$$

Bij  $C$  variabel stelle men

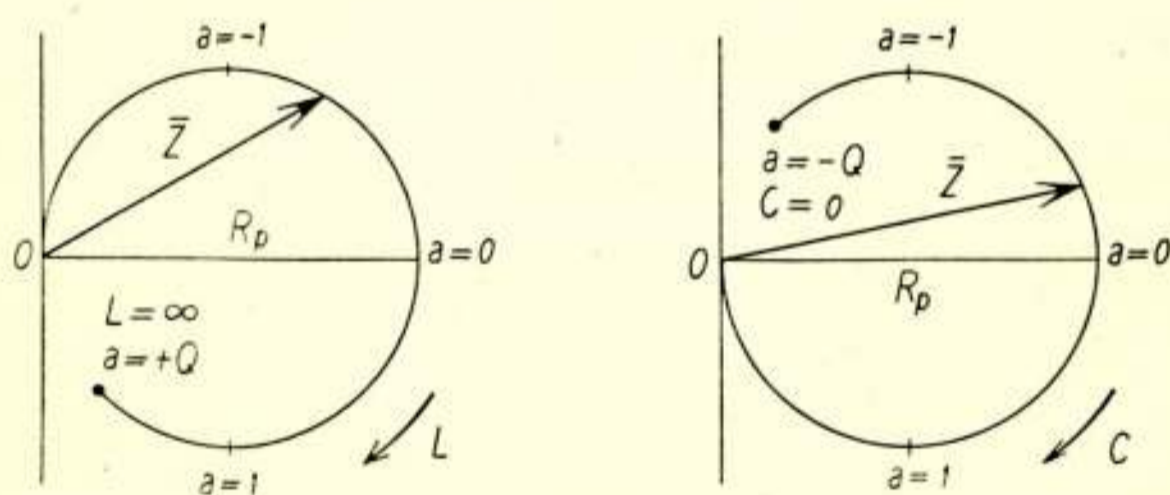
$$C = C_o + p C \quad p = \frac{C - C_o}{C} = \frac{\Delta C}{C}$$

$C_o$  volgt uit

$$\frac{I}{\omega C_o} = \omega L \quad \text{en} \quad Q = \frac{I}{R_s} \sqrt{\frac{L}{C_o}}$$

$p$  is in beide gevallen een maat voor de verstemming.

b) Parallelketen. Voor de admittantie krijgen we als P. F.'n afgebroken rechten, dus voor de inverse impedantie niet voltooide cirkels (fig. 14).



Figuur 14.

De complexe uitdrukking van  $Z$  is voor  $L$  of  $C$  variabel te herleiden tot

$$Z = \frac{R_p}{1 + j a} = \frac{R_p}{1 + j p Q}$$

Bij  $L$  variabel stellen we nu

$$L = L_o + p L \quad p = \frac{L - L_o}{L} = \frac{\Delta L}{L}$$

Bij  $C$  variabel stelle men

$$C = C_0 + p C_0 \quad p = \frac{C - C_0}{C_0} = \frac{\Delta C}{C_0}$$

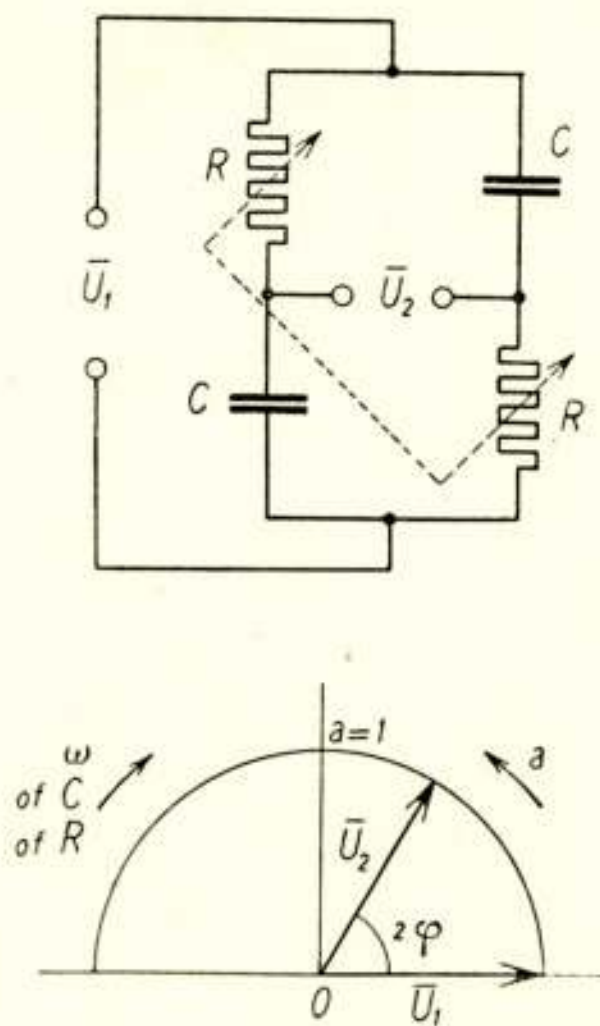
$L_0$  en  $C_0$  als sub. a) en  $Q = R_p \sqrt{\frac{C}{L_0}}$  respect.  $Q = R_p \sqrt{\frac{C_0}{L}}$ .

Voor groote waarden van  $Q$  gaan de P. F.'n over in volledige rechten en cirkels; voor zeer kleine  $Q$  ontstaan halve rechten en cirkels in 1e of 4e kwadrant.

4) In de bekende brugschakeling, fig. 15, vindt men voor de spanningsoverdraging als de brugtak niet belast is:

$$\frac{\bar{U}_2}{\bar{U}_1} = \frac{1 + j a}{1 - j a} = e^{j 2 \varphi} \quad a = \frac{1}{\omega C R} \quad \text{en} \quad \varphi = b g \operatorname{tg} a$$

Verandert bij constant gehouden amplitude van  $U_1$ , de  $a$ , dan



Figuur 15.

beschrijft de P. F. van  $\bar{U}_2$  een halve cirkel om de oorsprong.

De amplitude van  $\bar{U}_2$  is dus constant en de hoek van  $\bar{U}_2$  met  $\bar{U}_1$  varieert van 0 tot  $\pi$ .

$a$  laat men veranderen door  $\omega$ ,  $C$  of  $R$  te wijzigen.

Een gelijksoortige schakeling is ook mogelijk met  $L$  en  $R$ .

Voor het instellen van grootere hoeken dan  $\pi$  kan de schakeling in cascade uitgevoerd worden.



*Polaire figuren van het tweemazennet.*

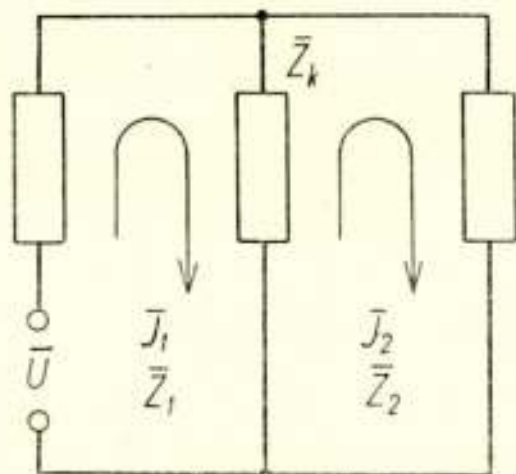
$\bar{I}_1$  en  $\bar{I}_2$  zijn de stroomen,  $\bar{Z}_1$  en  $\bar{Z}_2$  de impedanties rondgaande in 1e en 2e maas;  $\bar{Z}_k$  is de impedantie van de koppeltak. Fig. 16.

Uit de vergelijkingen voor de beide mazen vindt men:

$$\bar{I}_1 = \bar{U} \frac{\bar{Z}_2}{\bar{Z}_1 \bar{Z}_2 - \bar{Z}_k^2} \quad \bar{I}_2 = \bar{U} \frac{\bar{Z}_k}{\bar{Z}_1 \bar{Z}_2 - \bar{Z}_k^2}$$

De differentiaalvergelijking van het systeem bij kortgesloten spanningsbron volgt door nulstelling uit de gemeenschappelijke noemer  $\bar{Z}_1 \bar{Z}_2 - \bar{Z}_k^2$ . \*)

Bevatten de drie takken ieder  $L$ ,  $C$  en  $R$ , dan is de differentiaalvergelijking van het systeem van de 4e orde. Ontbreken een of meerdere van deze elementen in de takken dan kunnen differentiaal vergelijkingen ontstaan van lager orde. Werkt een enkelvoudige wisselspanning op het systeem en is de frequentie  $\omega$  variabel, dan geven de eenvoudige gevallen aanleiding tot



Figuur 16.

polaire figuren die eveneens eenvoudig zijn en van bekend type.

Bevatten de drie takken van het tweemazennet alleen weerstand en capaciteit, fig. 17, of alleen weerstand en zelfinductie, dan is de differentiaalvergelijking van het systeem van de 2e orde. Men kan deze dan schrijven in den vorm

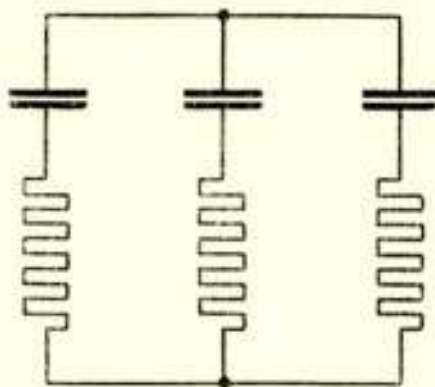
\*) Uit de uitdrukking van de  $\bar{Z}$  in de noemer kan men op bekende wijze tot de differentiaalvergelijking van het systeem komen door voor  $j\omega$  en  $\frac{I}{j\omega}$  in te voeren  $\frac{d...}{dt}$  respect.  $\int ... dt$ . Bijvoorbeeld  $\bar{I} = \frac{\bar{U}}{\bar{Z}}$  en  $\bar{Z} = R + j\omega L + \frac{I}{j\omega C}$  levert op als differentiaalvergelijking van het systeem  $Ri + L \frac{di}{dt} + \frac{1}{C} \int i dt = 0$ .

$$L \frac{d^2 i}{dt^2} + R \frac{di}{dt} + \frac{i}{C} = 0 ;$$

de waarde van  $L$ ,  $R$  en  $C$  die als constanten van het systeem zijn op te vatten en de dimensie hebben van zelfinductie, weerstand en capaciteit volgen uit de circuitelementen en zijn positief reëel.

Op grond van de differentiaalvergelijking voeren we in de grootheden  $\omega_0 = \sqrt{\frac{1}{LC}}$  en  $Q = \frac{1}{R} \sqrt{\frac{L}{C}}$ , die we ook hier resonantiefrequentie en kringkwaliteit zullen noemen.

De  $Q$  die men vindt bij een tweemazennet met alleen  $R$  en  $C$ 's of alleen  $R$  en  $L$ 's is steeds  $< \frac{1}{2}$ . Hieruit volgt, dat het systeem voor alle waarden van de circuitelementen *aperiodisch* is. Men zal dit ook op grond van fysische voorstellingen verwachten.

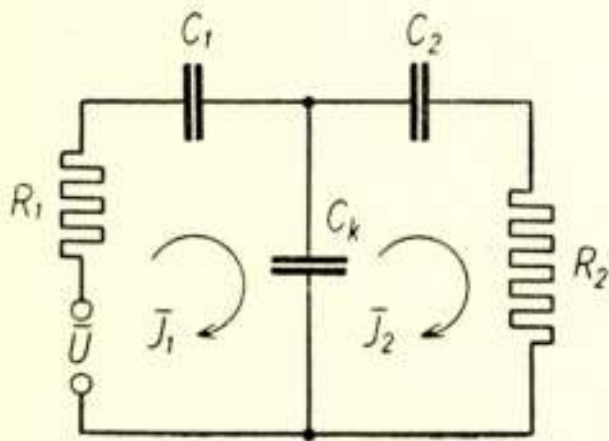


Figuur 17.

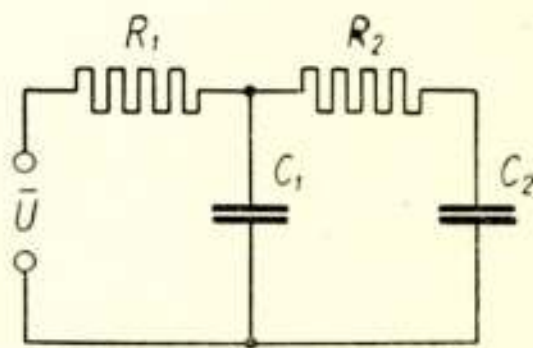
Als verdere beperking beschouwen we het geval, waarbij in de koppeltak alleen  $L$  of  $C$  of  $R$  voorkomt.

Schakelingen van dit type worden veel toegepast en de eigenschappen ervan worden hieronder nader nagegaan. We bepalen ons daarbij tot het tweemazennet met  $R$  en  $C$ .

In fig. 18 en 19 zijn 2 voorbeelden aangegeven met *alleen capaciteit* in de koppeltak.



Figuur 18.



Figuur 19.

Van fig. 18 kan aangetoond worden, dat deze het grondtype is van de weerstandgekoppelde versterkertrap. Dit wordt nader

in het tweede gedeelte van de voordracht behandeld. Fig. 19 bevat een  $C$  element minder; de schakeling komt men o.a. tegen als ontkoppelingmethode bij gelijkspanningsvoeding en bij regeling van buizen.

Voor beide schakelingen wordt de stroom in de 2e maas van den vorm:

$$\bar{I}_2 = \frac{\bar{U}}{R + j\omega L + \frac{I}{j\omega C}} = \frac{\bar{U}}{R(I + jvQ)}$$

$R$ ,  $L$  en  $C$  volgen uit de circuit grootheden.

De P. F. van  $\bar{I}_2$  bij veranderlijke frequentie of verstemming is blijkbaar een cirkel en de modulus  $|\bar{I}_2|$  is de gewone resonantiekromme.

We vinden in schakeling fig. 19 voor

$$R = R_1 \left( I + \frac{C_1}{C_2} \right) + R_2 \quad L = R_1 R_2 C_1 \quad C = C_2$$

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{I}{C_1 R_1 C_2 R_2}} \quad \text{en} \quad Q = \frac{I}{R_1 \left( I + \frac{C_1}{C_2} \right) + R_2} \sqrt{R_1 R_2 \frac{C_1}{C_2}}$$

of voor de  $\omega_0$  en  $Q$  uitgedrukt in de tijdconstanten

$$\tau_1 = C_1 R_1 \quad \tau_2 = C_2 R_2 \quad \tau_3 = C_2 R_1 \quad \tau = \tau_1 + \tau_2 + \tau_3$$

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{I}{\tau_1 \tau_2}} \quad \text{en} \quad Q = \frac{\sqrt{\tau_1 \tau_2}}{\tau} = \frac{I}{\omega_0 \tau}$$

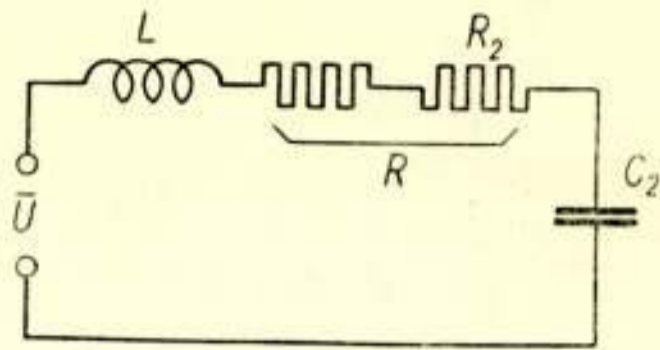
Aangetoond kan worden dat  $Q < \frac{I}{2}$  blijft voor alle combinaties van positieve waarden van  $R_1$ ,  $R_2$ ,  $C_1$  en  $C_2$ .

Men komt tot een eenvoudige vertolking van de schakeling door aan de hand van de vergelijking van  $\bar{I}_2$  voor fig. 18 en 19 het vervangingsschema fig. 20 in te voeren.

Evenals in schakeling fig. 9 vinden we dan direct voor de verhouding van de spanning  $\bar{U}_2$  aan  $C_2$  en de ingaande spanning  $\bar{U}$ .

$$\frac{\bar{U}_2}{\bar{U}} = \frac{I}{j\beta} \frac{Q}{I + j\left(\beta - \frac{I}{\beta}\right)Q} \quad \beta = \frac{\omega}{\omega_0}$$

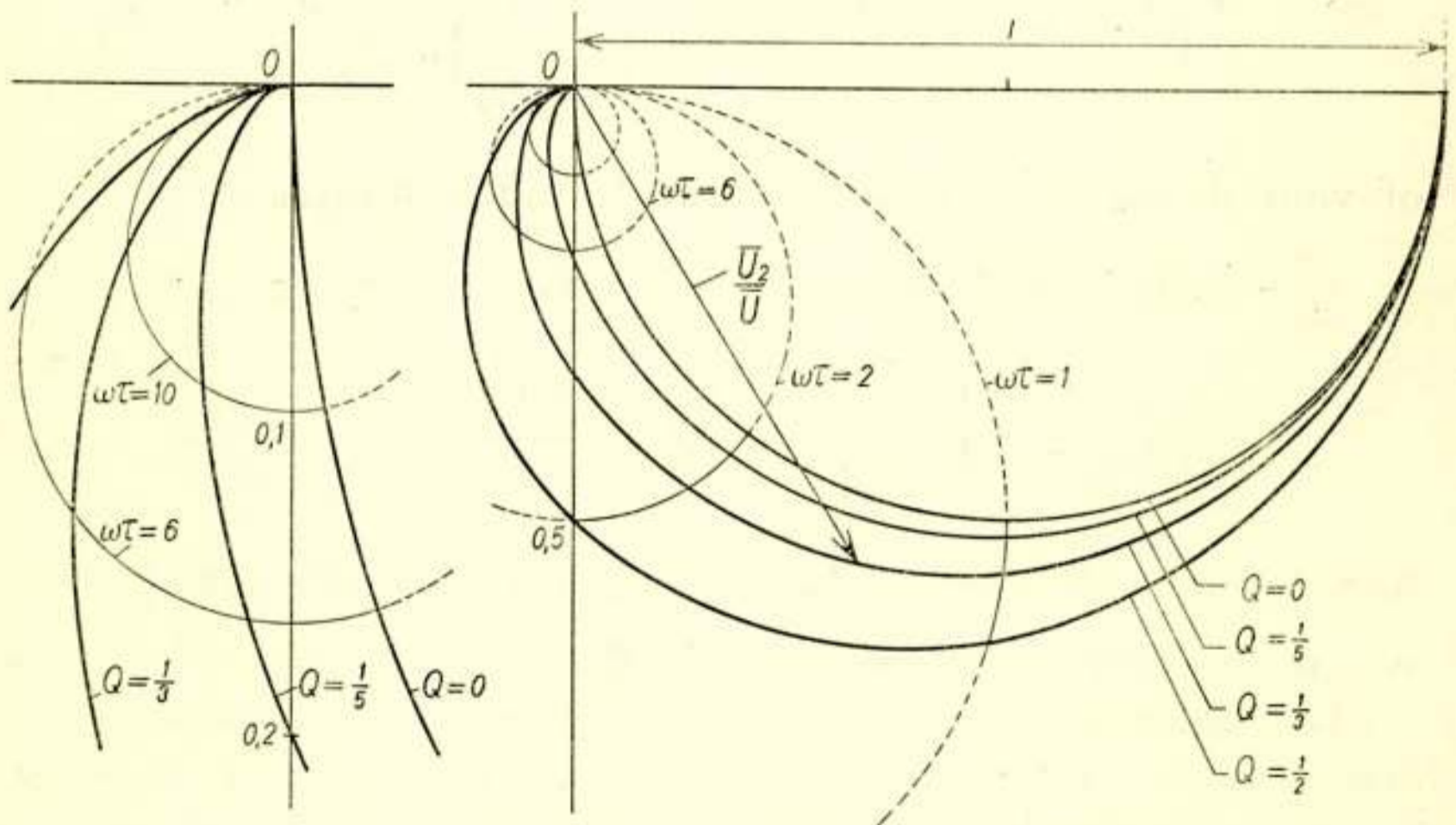
Dit is dezelfde uitdrukking als die sub (2) waarvan de P. F. in 6<sub>II</sub> is aangegeven. Daar hier  $Q < \frac{I}{2}$  blijft, wordt de spanning aan  $C_2$  weergegeven door de krommen van 6<sub>II</sub>, gelegen tusschen



Figuur 20.

de halve cardioïde voor het limietgeval  $Q = \frac{I}{2}$  en de halve cirkel voor  $Q = 0$ . Deze zijn nader weergegeven in fig. 21, waarbij het linkerdeel een vergrooting is van het gebied bij de oorsprong.

Voor het spanningsverloop van  $\bar{U}_2$  aan  $C_2$  als functie van  $\beta$  is blijkbaar alleen de grootte  $Q$  bepalend.  $Q$  is dus maatgevend



Figuur 21.

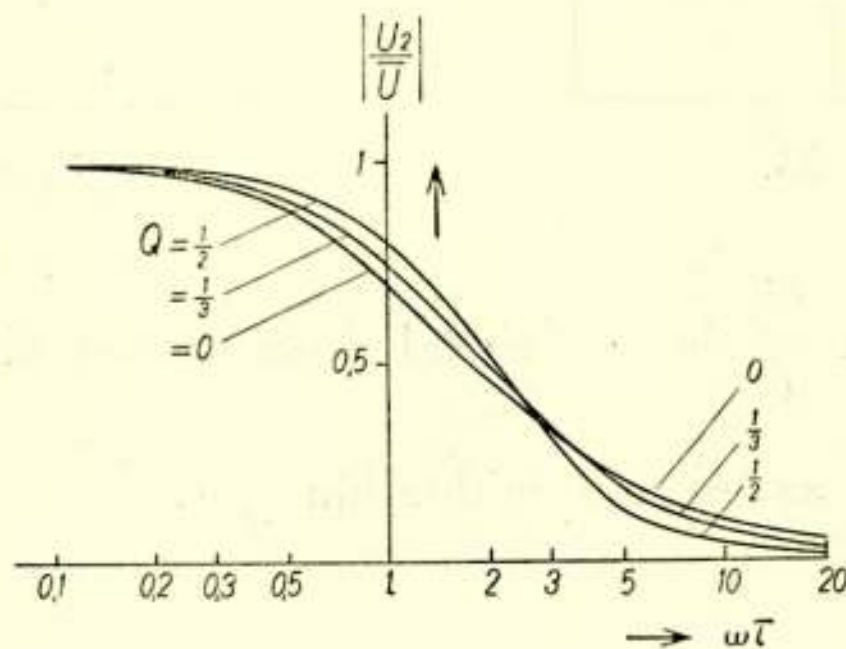
voor het gedrag van de schakeling, o.a. voor de ligging en vorm van de P. F. van  $\frac{\bar{U}_2}{\bar{U}}$ .

Nadere duiding van fig. 21 volgt uit de snijding van de P. F. 'n

voor bepaalde  $Q$  met de cirkels voor bepaalde  $\frac{\beta}{Q}$  of  $\omega\tau$ . De modulus  $\left| \frac{\bar{U}_2}{\bar{U}} \right|$  neemt bij grotere frequentie voor kleine  $Q$  minder snel af dan voor grotere  $Q$ . Voorts nadert voor het grensgeval  $Q = \frac{I}{2}$ , voor groote  $\omega$  de hoek tot  $-\pi$  en van  $Q = 0$  tot  $-\frac{\pi}{2}$ .

De in fig. 21 en 22 aangegeven krommen voor  $Q = \frac{I}{3}$  heeft betrekking op schakeling fig. 19 voor  $R_1 = R_2 = R$  en  $C_1 = C_2 = C$  waarvoor  $\tau = 3RC$  en  $\omega_0 = \frac{I}{RC}$ .

Is in fig. 19  $R_1 C_1 = R_2 C_2$  en  $R_2 \gg R_1$  dus  $C_1 \gg C_2$  dan nadert  $Q$  tot  $\frac{I}{2}$ .



Figuur 22.

In fig. 22 is de modulus  $\left| \frac{\bar{U}_2}{\bar{U}} \right| = f(\omega\tau)$  met  $Q$  als parameter geschetst voor  $Q = 0$ ,  $\frac{I}{3}$  en  $\frac{I}{2}$ . Ook hieruit ziet men dat voor kleine waarde van  $Q$  bij hooge frequentie de modulus langzamer tot nul nadert.

In fig. 23 is een tweemazennet met  $R$  en  $C$  aangegeven waarbij in de koppeltak *alleen weerstand* voorkomt.

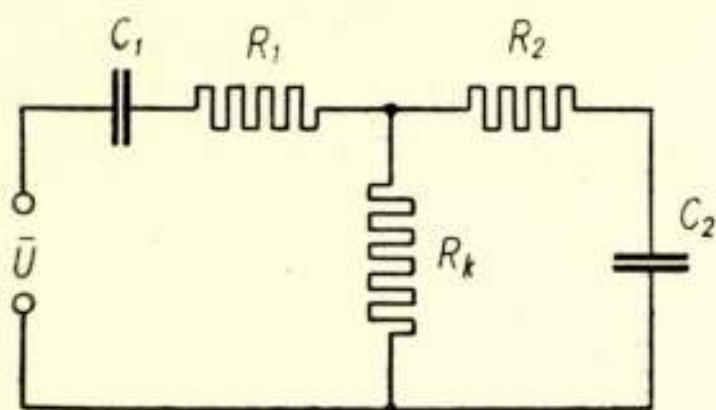
Voor de spanning  $U_2$  aan  $C_2$  vindt men de uitdrukking:

$$\bar{U}_2 = \bar{U} \frac{R_k}{R + j\omega L + \frac{I}{j\omega C}} = \bar{U} \frac{R_k}{R(I + jvQ)}$$

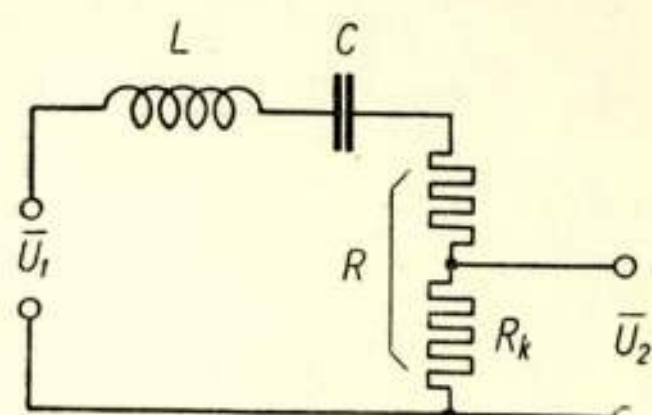
met  $R = R_1 + R_k + (R_2 + R_k) \frac{C_2}{C_1}$   $L = C_2 (R_1 R_2 + R_1 R_k + R_2 R_k)$   
 en  $C = C_1$ .

$\omega_0$  en  $Q$  kunnen hieruit nader worden bepaald.

Uit de vergelijking voor  $\bar{U}_2$  ziet men dat deze spanning gevonden wordt uit een vervangingschema fig. 24 als de spanning aan  $R_k$ . Voor een spanningsverandering in de eerste maas fig. 23 vindt men het inschakelverschijnsel van de spanning aan capaciteit  $C_2$  als overeenkomstige spanning aan weerstand  $R_k$  in de serie  $LCR$  keten van fig. 24.

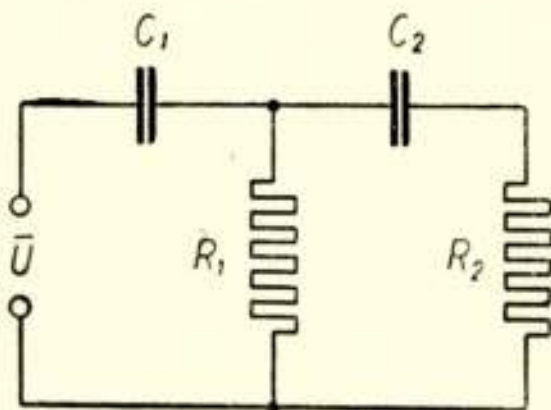


Figuur 23.



Figuur 24.

De P. F. van  $\frac{\bar{U}_2}{\bar{U}}$  is een cirkel door  $O$  met middelpunt op de positieve reële as en met middellijn  $\frac{R_k}{R}$ .



Figuur 25.

In de iets eenvoudiger schakeling fig. 25, die o.a. wordt toegepast bij dubbele gelijkspanningsblokkeering, is het verloop van de spanning aan  $R_2$  van belang. We vinden voor deze:

$$\bar{I}_2 R_2 = \bar{U} \frac{j\beta Q}{1 + j\left(\beta - \frac{1}{\beta}\right) Q}$$

$\frac{\bar{I}_2 R_2}{\bar{U}}$  komt overeen met de uitdrukking sub (1).

$\beta = \frac{\omega}{\omega_0}$  ; zij  $\tau_1 = R_1 C_1$   $\tau_2 = R_2 C_2$   $\tau_3 = R_1 C_2$  en  $\tau = \tau_1 + \tau_2 + \tau_3$

dan is  $\omega_0 = \sqrt{\frac{I}{\tau_1 \tau_2}}$  en  $Q = \frac{I}{\omega_0 \tau}$  . Ook hier is  $0 > Q > \frac{I}{2}$  .

De P. F.'n van  $\frac{\bar{I}_2 R_2}{\bar{U}}$  met  $Q$  als parameter zijn de spiegelbeelden t.o.v. de reële as van de krommen in fig. 21 ; de waarden van de indiceerende cirkels hebben betrekking op  $\frac{I}{\omega_0 \tau}$  .

De moduli uitgezet als functie van  $\frac{I}{\omega_0 \tau}$  hebben hetzelfde verloop als de krommen van fig. 22.

In schakeling fig. 25 komt van  $R_1 = R_2$  en  $C_1 = C_2$  eveneens  $Q = \frac{I}{3}$  te voorschijn.

Beschouwen we nog het tweemazennet met  $R$  en  $C$ 's, terwijl in de koppeltak *weerstand en capaciteit* voorkomt, fig. 17.

Werkt in de eerste maas een spanning  $\bar{U}$ , dan vindt men voor de stroom  $\bar{I}_2$  in de tweede maas

$$\bar{I}_2 = \bar{U} \frac{I + a j \beta}{b \left\{ I + j \left( \beta - \frac{I}{\beta} \right) Q \right\}}$$

$\beta = \frac{\omega}{\omega_0}$ , voorts volgen  $a$ ,  $b$ ,  $Q$  en  $\omega_0$  uit de  $R$  en  $C$ 's van het systeem.

De P. F. van  $\bar{I}_2$  is te vinden als het product van een rechte en een cirkel. Schrijft men

$$\bar{I}_2 = \frac{\bar{U}}{b} \frac{I}{I + j \left( \beta - \frac{I}{\beta} \right) Q} + \bar{U} \frac{a}{b Q} \frac{j \beta Q}{I + j \left( \beta - \frac{I}{\beta} \right) Q}$$

dan is de P. F. van  $\bar{I}_2$  te vinden als de sommatie van twee eenvoudige P. F.'n. De eerste term is het product van  $\frac{\bar{U}}{b}$  en een cirkel gaande door  $0$  en  $+I$ . De tweede term is het product van  $\bar{U} \frac{a}{b Q}$  en een cardioïdevorm (fig. 6<sub>1</sub>), welke bepaald is door de grootte van  $Q$ . Ook hier is  $0 < Q < \frac{I}{2}$ .

Voor de stroom in de andere takken of voor de spanning aan de weerstand of de capaciteit in een der takken vindt men

gelijksoortige uitdrukkingen en P.F.'n als hierboven zijn aangeduid.

Het tweemazennet met alleen *weerstand en zelfinductie* leidt tot analoge gevallen en uitkomsten als die van het tweemazen *RC* net.

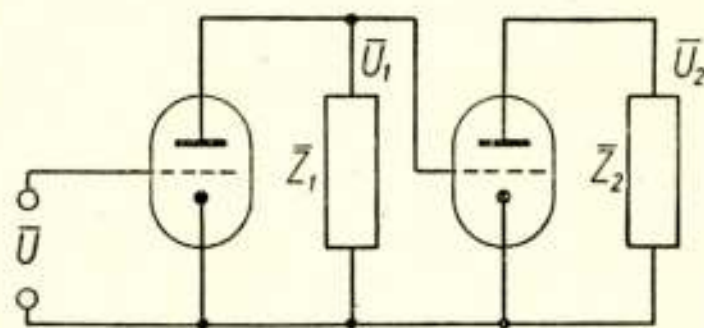
*Cascadeschakelingen met versterkerbuizen.*

We nemen aan, dat er geen terugwerking is van de versterkte spanning; er is dus koppeling in slechts één richting.

In een schakeling volgens fig. 26 is

$$\bar{U}_1 = \frac{-g_1 \bar{U} \bar{Z}_1}{R_1 + \bar{Z}_1} \quad \text{en} \quad \bar{I}_2 = \frac{g_1 g_2 \bar{U} \bar{Z}_1}{(R_1 + \bar{Z}_1) (R_2 + \bar{Z}_2)}$$

$g_1$  en  $g_2$  zijn de versterkingsfactoren,  $R_1$  en  $R_2$  de inwendige weerstanden van de buizen.



Figuur 26.

Nemen we aan dat  $\bar{Z}_1$  en  $\bar{Z}_2$  alleen uit  $R$  en  $L$  of  $R$  en  $C$  bestaat dan leidt het systeem voor de stroom in de laatste tak tot een differentiaalvergelijking van de 2e orde en kan weer een  $\omega_0$  en een  $Q$  gedefinieerd worden.

Is voorts  $Z_1 = L_1$  en  $Z_2 = L_2$  (tweetraps-smoorspoelversterker) dan wordt

$$\bar{I}_2 = \frac{-g_1 g_2 \bar{U}}{\frac{L_2 R_1}{L_1} + R_2 + j\omega L_2 + \frac{R_1 R_2}{j\omega L_1}} = \frac{-g_1 g_2 \bar{U}}{R + j\omega L + \frac{1}{j\omega C}}$$

Men kan ook hier de serie *LCR* keten als vervangingschakeling invoeren voor het aangeven van stroom en spanning in de uitgaande tak. De P.F. van  $\bar{I}_2$  is een cirkel en de modulus  $|\bar{I}_2|$  als functie van de frequentie heeft de vorm van de gewone resonantiekromme.



Stellen we

$$\tau_1 = \frac{L_1}{R_1} \quad \tau_2 = \frac{L_2}{R_2} \quad \tau = \tau_1 + \tau_2$$

dan is

$$\omega_o = \sqrt{\frac{I}{\tau_1 \tau_2}} \quad \text{en} \quad Q = \frac{\sqrt{\tau_1 \tau_2}}{\tau_1 + \tau_2} = \frac{I}{\omega_o \tau}$$

De verhouding van uitgaande en ingaande spanning, de versterking, volgt uit

$$\frac{I}{g_1 g_2} \frac{\bar{U}_2}{\bar{U}} = \frac{\bar{Z}_1 \bar{Z}_2}{(R_1 + \bar{Z}_1)(R_2 + \bar{Z}_2)} - \frac{I}{\left(I + \frac{I}{j\omega\tau_1}\right)\left(I + \frac{I}{j\omega\tau_2}\right)}$$

en bij invoeren van  $\beta = \frac{\omega}{\omega_o}$

$$\frac{I}{g_1 g_2} \frac{\bar{U}_2}{\bar{U}} = \frac{I}{I - \frac{I}{\beta^2} + \frac{I}{j\beta Q}} = \frac{j\beta Q}{I + j\left(\beta - \frac{I}{\beta}\right)Q}$$

Het rechterlid komt overeen met uitdrukking (1) en de P. F. van

$\frac{I}{g_1 g_2} \frac{\bar{U}_2}{\bar{U}}$  wordt weer vertolkt door de krommen fig. 21. Uit de uitdrukking  $Q = \frac{\sqrt{\tau_1 \tau_2}}{\tau_1 + \tau_2}$  volgt op eenvoudige wijze dat  $Q \leq \frac{I}{2}$  is.

Voor  $\tau_1 = \tau_2$  bereikt  $Q$  het grensgeval  $\frac{I}{2}$ .

Radiolaboratorium T. H.  
Delft.



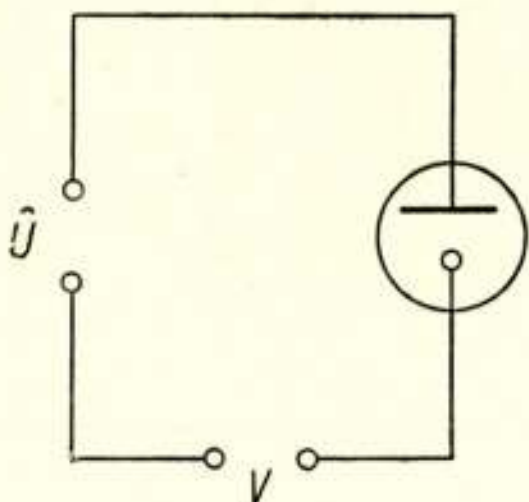
# EEN EENVOUDIGE DETECTIEFORMULE

door

L. H. M. HUYDTS

*Uit collegevoordracht October 1942.*

We veronderstellen, dat op een diode een sinusvormige wisselspanning met amplitude  $\hat{U}$  en een gelijkspanning  $V$  werkt, fig. 1. De *gelijkgerichte* stroom  $I$  die in de anodeketen ontstaat is een functie van beiden:  $I = f(\hat{U}, V)$ .



Figuur 1.

Deze functie kan voorgesteld worden door een ruimtevlak of door karakteristieke scharen:

hetzij  $I = f(\hat{U})_V$  met  $V$  als parameter,

of  $I = f(V)_{\hat{U}}$  met de wisselspanningsamplitude als parameter.

$I = f(V)_{\hat{U}}$  is de z.g. *richtlijnschaar*, geïntroduceerd door Barkhausen, fig. 2; deze kan volgens de definitie voor een bepaalde diode op eenvoudige wijze door meting worden vastgelegd.

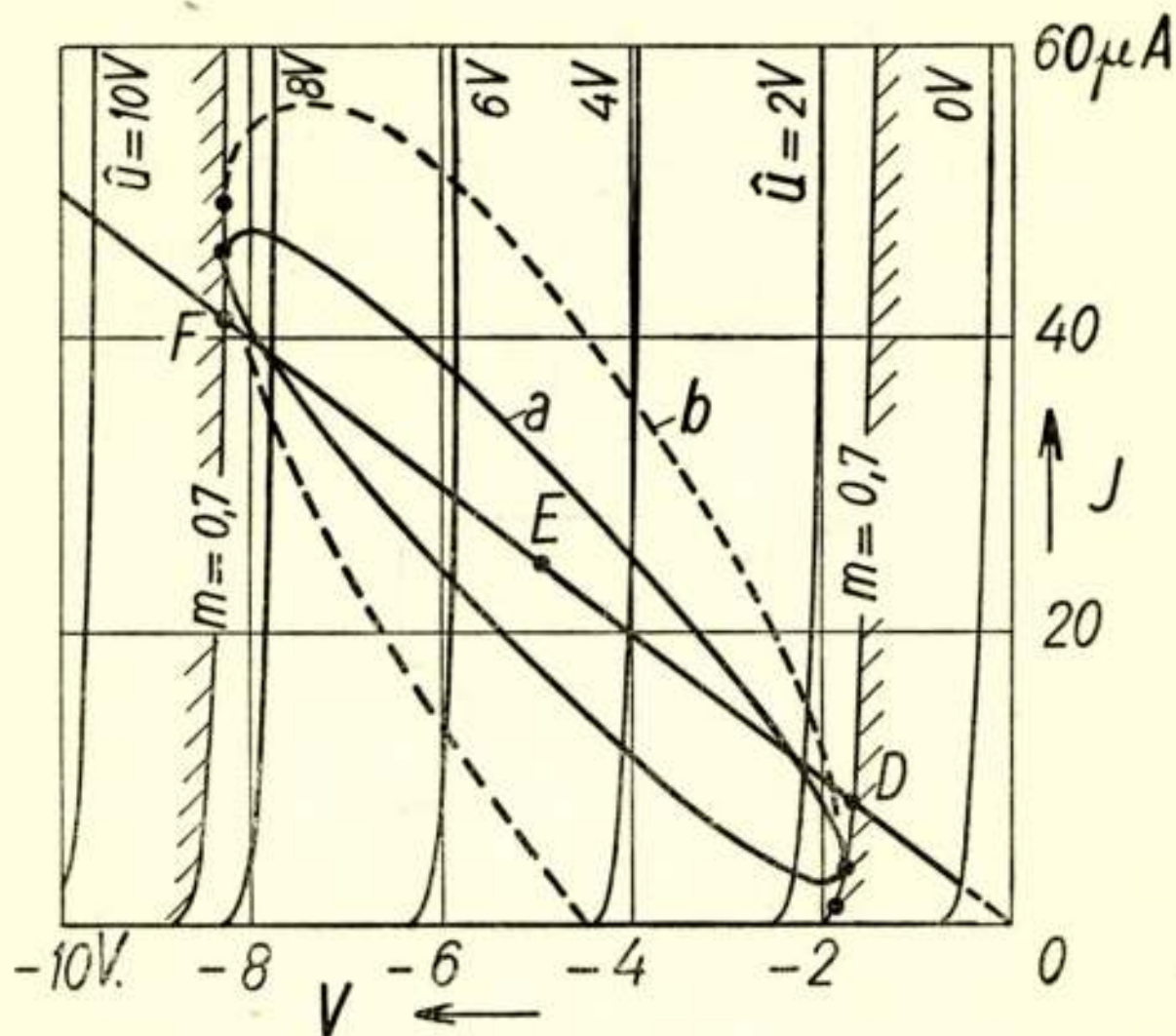
Een gelijktijdige verandering in de wisselamplitude  $\hat{U}$  met  $\hat{u}$  en in de gelijkspanning  $V$  met  $v$  levert een gelijkstroomverandering  $i$  op, die uitgedrukt kan worden door een dubbele Taylor ontwikkeling

$$i = \hat{u} \left( \frac{\partial I}{\partial \hat{U}} \right)_V + v \left( \frac{\partial I}{\partial V} \right)_{\hat{U}} + \frac{I}{2!} \left[ \hat{u} \left( \frac{\partial I}{\partial \hat{U}} \right)_V + v \left( \frac{\partial I}{\partial V} \right)_{\hat{U}} \right]^2 + \frac{I}{3!} \left[ \dots + \dots \right]^3 + \dots$$

In deze uitdrukking voor  $i$  denke men zich de machten op bekende symbolische wijze uitgewerkt.

De functie  $I = f(\hat{U}, V)$  is voor een groot gebied van  $\hat{U}$  en  $V$  vrijwel lineair. Als eerste benadering beperken we ons tot de twee eerste termen van de reeks en stellen:

$$i = \hat{u} \left( \frac{\partial I}{\partial \hat{U}} \right)_V + v \left( \frac{\partial I}{\partial V} \right)_{\hat{U}}$$



Figuur 2.

Richtlijnschaar  $I = f(V)_{\hat{U}}$  voor verschillende waarden van  $\hat{U}$ . Om het instelpunt  $E$  met  $\hat{U} = 5$  volt enkele dynamische karakteristieken voor modulatie diepte  $m = 0,7$ . Lijn  $a$  praktisch een ellips in het lineair richtlijnen-veld. Lijn  $b$  uitsturing tot in het niet-lineair gebied door te hoge modulatiefrequentie.

De coëfficiënten van  $\hat{u}$  en  $v$  geven we aan door

$$s_1 = \left( \frac{\partial I}{\partial \hat{U}} \right)_V \quad \text{en} \quad s_2 = \left( \frac{\partial I}{\partial V} \right)_{\hat{U}}$$

het zijn de hellingen (steilheden) voor een bepaalde beschouwde waarde van  $\hat{U}$  en  $V$  van de twee bovengenoemde typen van karakteristieken.

In een detectieschakeling ontstaat de gelijkspanning  $V$  tengevolge van de wisselamplitude  $\hat{U}$  en deze is dus de onafhankelijk veranderlijke.

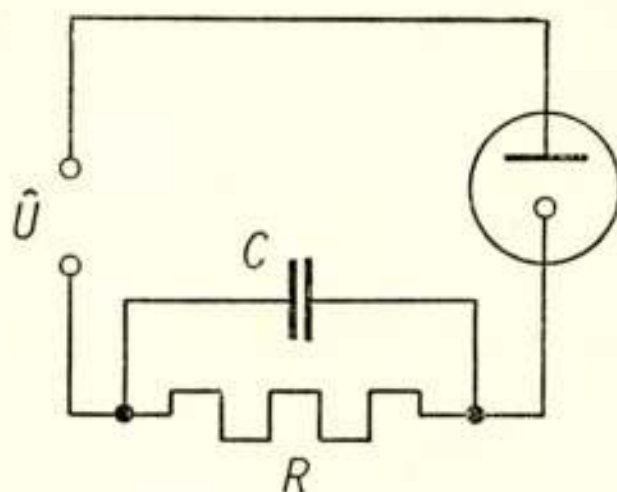
Een veranderlijke wisselamplitude komen we tegen bij een amplitude gemoduleerde draagtrilling. Bij modulatie met een enkelvoudige trilling schrijven we

$$u = (\hat{U}_\omega + \hat{u}_\mu \cos \mu t) \cos \omega t$$

$$u = \hat{U}_\omega \cos \omega t + \frac{\hat{u}_\mu}{2} \cos (\omega - \mu) t + \frac{\hat{u}_\mu}{2} \cos (\omega + \mu) t$$

Het frequentiespectrum bestaat blijkbaar uit drie hoogfrequente trillingen.  $\omega$  heeft n.l. betrekking op de hoge frequentie van de draagtrilling en  $\mu$  op de lage frequentie van de modulatie. De amplitude van de gemoduleerde trilling is

$$\hat{U}_\omega + \hat{u}_\mu \cos \mu t \quad \text{of} \quad \hat{U}_\omega + u_\mu$$



Figuur 3.

In fig. 3 is het eenvoudigste type van een diode detectie- of demodulatieschakeling aangegeven. Het parallelle  $R$ - $C$ -lid kan zoo gedimensioneerd en  $\omega$  en  $\mu$  zoo gekozen worden, dat de spanning van het frequentiegebied tusschen  $\omega - \mu$  en  $\omega + \mu$  practisch *gelijkmatig* op de diode wordt overgebracht. De werking van de schakeling brengt mede dat, afhankelijk van de amplitude van de draagtrilling  $\hat{U}$ , op de capaciteit een gelijkspanning ontstaat, waardoor de anode een negatieve potentiaal  $V$  krijgt en een gelijkgerichte stroom  $I$  vloeit; de laagfrequente verandering in de amplitude van de draagtrilling, de modulatie, wijzigt deze gelijkgerichte spanning en stroom in overeenkomstig rythme. We hebben dus een veranderlijk deel  $u_\mu$  gesuperponeerd op  $\hat{U}$  en een veranderlijk deel  $v_\mu$  op  $V$  en kunnen de daarmee samenhangende verandering  $i_\mu$  in de gelijkgerichte stroom, aangeven door

$$i_\mu = s_1 u_\mu + s_2 v_\mu \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot (1)$$

We zullen deze de „detectievergelijking” van de schakeling noemen,  $v_\mu$  is blijkens voorgaande een afhankelijk veranderlijke.

Wordt de impedantie in de diodeketen gevormd door lineaire elementen ( $R$  en  $C$  onafhankelijk van de stroomwaarde) en verandert  $u_\mu$  sinusvormig,  $u_\mu = \hat{u}_\mu \cos \mu t$ , dan zijn ook  $i_\mu$  en  $v_\mu$  sinusvormig. We kunnen dus overgaan tot het invoeren van gerichte grootheden; de detectievergelijking wordt dan

$$\bar{I}_\mu = s_1 \bar{U}_\mu + s_2 \bar{V}_\mu$$

De impedantie voor de frequentie  $\mu$  in de diodeketen is  $\bar{Z}_\mu$  met spanningsval  $\bar{I}_\mu \bar{Z}_\mu$ ; de spanning aan de diode is hieraan tegengesteld:  $\bar{V}_\mu = -\bar{I}_\mu \bar{Z}_\mu$ . Dit gesubstitueerd geeft

$$\bar{I}_\mu = s_1 \bar{U}_\mu - s_2 \bar{I}_\mu \bar{Z}_\mu$$

waaruit volgt voor de gedetecteerde laagfrequente stroom

$$\bar{I}_\mu = \frac{s_1 \bar{U}_\mu}{1 + s_2 \bar{Z}_\mu} \quad \text{of} \quad \bar{I}_\mu = \frac{\frac{s_1}{s_2} \bar{U}_\mu}{r_d + \bar{Z}_\mu} \quad \cdot \cdot \quad (2)$$

In deze eenvoudige detectieformule zullen we de verhouding  $\frac{s_1}{s_2}$  de detectiefactor van de schakeling noemen. Deze factor ge-

definieerd door  $\frac{s_1}{s_2} = -\left(\frac{\partial \hat{U}}{\partial V}\right)_I$ , volgt uit de horizontale afstand van twee richtlijnen.

$r_d = \frac{I}{s_2}$  kan als een inwendige weerstand opgevat worden en is gedefinieerd door  $r_d = \left(\frac{\partial V}{\partial I}\right)_{\hat{U}}$ .

Voor een amplitude van de draagtrilling van enkele volt en een weerstand  $R$  van enkele tienden  $M\Omega$  is de detectiefactor  $\frac{s_1}{s_2}$  ongeveer 0,9, voorts is  $r_d$  van de grootte orde van  $10^4 \Omega$ .

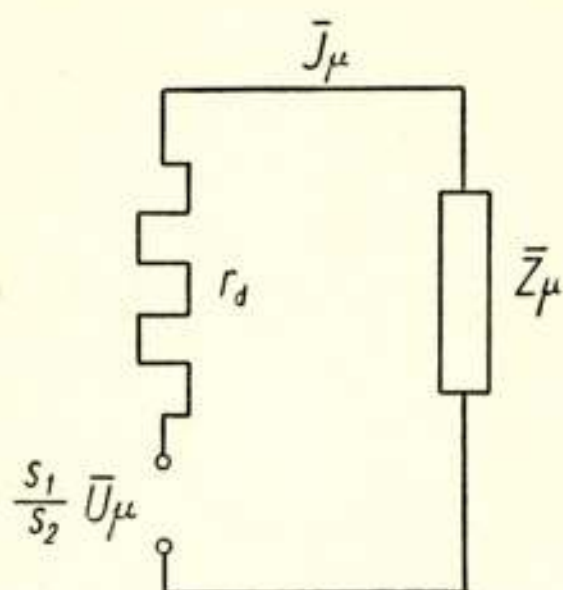
Op grond van de detectieformule (2) kunnen we het *vervangings-schema* fig. 4 invoeren. De betekenis ervan blijft beperkt tot de eenvoudige duiding van de grootte van de stroom  $\bar{I}_\mu$  en de spanning aan  $\bar{Z}_\mu$ ; het schema geeft geen aanwijzing voor het inschakelverschijnsel, hiervoor moet teruggegaan worden tot het mechanisme van de niet lineaire functie van de diode.

In fig. 4 is  $\bar{Z}_\mu$  de impedantie (voor de frequentie  $\mu$ ) tusschen anode en kathode van de diode.

De gedetecteerde spanning die aan  $\bar{Z}_\mu$  onstaat is

$$\bar{U}_{z\mu} = \frac{s_1}{s_2} \bar{U}_\mu \frac{\bar{Z}_\mu}{r_d + \bar{Z}_\mu}$$

De vertolking van de diode detectieschakeling komt op frapante wijze overeen met de vertolking van de triode als lineaire versterker voor wat betreft de *l.f.*-stroom en spanning in de uitwendige keten en het vervangingschema.



Figuur 4.

Bij de triode is de versterkingsfactor practisch  $\gg I$ ; de detectiefactor  $\frac{s_1}{s_2}$  is echter kleiner doch ten naastenbij gelijk aan  $I$ .

Wordt de impedantie in de diodeketen gevormd door  $R \parallel C$  fig. 2, dan is

$$\bar{Z}_\mu = \frac{R}{I + j\mu CR}$$

en de gedetecteerde spanning wordt

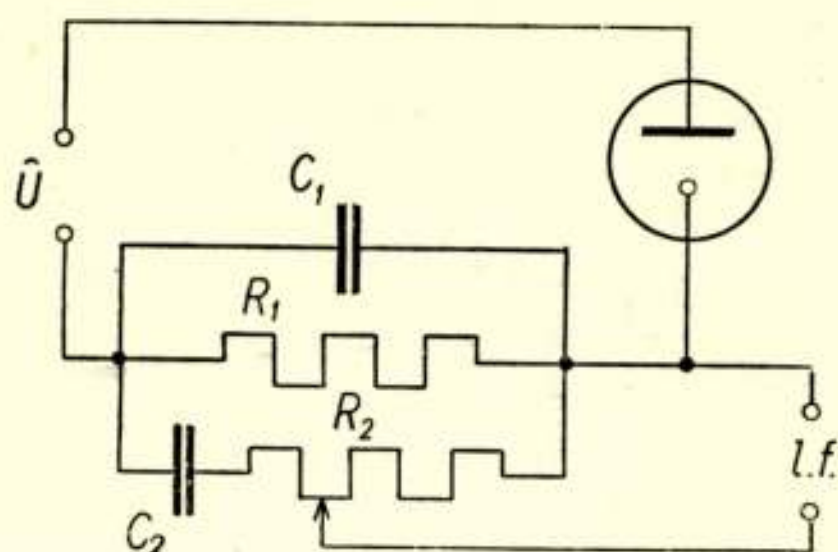
$$\bar{U}_{z\mu} = \frac{s_1}{s_2} \bar{U}_\mu \frac{I}{I + \frac{r_d}{R} + j\mu C r_d}$$

De polaire figuur van  $\bar{U}_{z\mu}$  beschrijft bij varieerende  $\mu$  een halve cirkel; voor kleine  $\mu$  is de modulus een maximum, voor groote  $\mu$  neemt de modulus af en zakt tot  $\frac{I}{\sqrt{2}}$  van de max. waarde voor  $\mu C r_d$  vrijwel  $= I$ .

In fig. 5 is een veel toegepaste diode-detectieschakeling aangegeven. De gedetecteerde spanning wordt afgenomen van  $R_2$ .

Het vervangings-detectieschema kan herleid worden tot een tweemazen  $RC$  netje met  $C_1$  als koppelingstak en we vinden voor de spanning  $\bar{U}_2$  over  $R_2$  een eenvoudige uitdrukking:

$$\bar{U}_2 = \frac{s_1}{s_2} \bar{U}_\mu \frac{R_1}{r_d + R_1} \frac{R_2}{R_1 \left( 1 + \frac{C_2}{C_1} \right) + R_2 + j\mu C_1 R_1 R_2 + \frac{I}{j\mu C_2}}$$



Figuur 5.

In deze uitdrukking is

$$R_1' = \frac{r_d R_1}{r_d + R_1}.$$

De noemer komt overeen met de impedantie van een serie  $R-L-C$ -keten; we kunnen dus een resonantiefrequentie  $\omega_0$  en een kwaliteitsfactor  $Q$  invoeren.

Nemen we nog aan dat praktisch

$$C_1 \ll C_2 \quad r_d \ll R_1 \quad R_1' \ll R_2$$

dan wordt

$$\bar{U}_2 = \frac{\frac{s_1}{s_2} \bar{U}_\mu R_2}{R_2 + j\mu C_1 r_d R_2 + \frac{I}{j\mu C_2}} = \frac{\frac{s_1}{s_2} \bar{U}_\mu}{1 + j\mu C_1 r_d + \frac{I}{j\mu C_2 R_2}}$$

Uit de eerste uitdrukking volgt een eenvoudig vervangingschema;



een spanning  $\frac{s_1}{s_2} \bar{U}_\mu R_2$  werkende op een serieketen met weerstand  $R_2$ , een zelfinductie  $C_1 r_d R_2$  en een capaciteit  $C_2$ .

Stellen we  $\tau_1 = C_1 r_d$  en  $\tau_2 = C_2 R_2$  als markeerende tijdconstanten, dan wordt

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{1}{\tau_1 \tau_2}} \quad \text{en} \quad Q = \sqrt{\frac{\tau_2}{\tau_1}}.$$

De polaire figuur van de gedetecteerde spanning gemeten aan  $R_2$  beschrijft bij varieerende  $\mu$  een heele cirkel met max. modulus voor  $\mu = \omega_0$ . De frequentiekaracteristiek  $|\bar{U}_2| = f(\mu)$  heeft een vlak verloop wanneer  $Q$  klein is en heeft den vorm van de resonantiekromme.

Practische getallen in de schakeling fig. 5 zijn:

$$r_d = 10^4 \Omega \quad R = 0,2 M\Omega \quad R_2 = 1 M\Omega \quad C_1 = 75 p.F. \quad C_2 = 3 n.F.$$

Hieruit volgt  $Q \approx \frac{1}{65}$ . Voor het product  $\mu C_1 r_d$  en  $\mu C_2 R_2$  vrijwel gelijk één zakt de modulus tot de helft van de max. waarde; dit is met de aangegeven getallen bij frequenties van ten naastenbij  $2 \cdot 10^5$  respect.  $30 Hz$ . De verhouding van deze twee frequenties is  $\frac{1}{Q^2}$ .

Volgens de boven toegepaste quasi-lineaire vertolking van de diode-detectieschakeling, worden voor kleine modulatie diepten, dus kleine  $\hat{u}_\mu$ , om het instelpunt  $E$  in het richtlijnenvlak ellipsen beschreven, lijn a fig. 2; het punt  $E$  wordt bepaald door de grootte van de amplitude van de draagtrilling. Voor kleine  $\mu$  gaan voor schakeling fig. 3 deze ellipsen over in de rechte  $OP$ . De vorm van de ellips voor verschillende  $\mu$  volgt uit  $\bar{Z}_\mu$ .

Voor groote waarden van  $\mu$  wordt de opening van de ellips en de helling van haar hoofdas groot: hierdoor kan de dynamische karakteristiek van het werkpunt in het richtlijnenvlak ook voor relatief kleine waarden van de modulatie diepte tot in het sterk niet lineair gebied rijken, fig. 2 lijn b. De helling van de ellips-as wordt bepaald door  $\mu$  en de tijdconstante  $C_1 R_1$ , die voldoende klein moeten zijn. Bij groote  $R_1$  moet derhalve  $C_1$  klein gehouden worden.

In schakeling fig. 5 wordt de helling van de ellips-as mede bepaald door  $C_2$  en  $R_2$ ; men kan door berekening zich overtuigen, dat  $R_2$  liefst ongeveer  $5 \times$  groter dan  $R_1$  moet gekozen worden.

We zijn bij de afleiding van de detectieformules uitgegaan van een lineaire benadering van het richtlijnenvlak. De afwijking van de lineariteit is immer oorzaak van eenige vervorming in de gedemoduleerde spanning. Men kan deze vervorming op gelijke wijze als bij de triode berekenen, door een aantal van de hoogere afgeleiden in de besproken dubbele Taylor-ontwikkeling mede in aanmerking te nemen. Voor moduleerende frequenties waarbij  $\bar{Z}_\mu$  practisch ohm-sch is, gaat dit vrij eenvoudig; voor waarden van  $\mu$  waarbij de impedantie in de diode-keten complex wordt, is de berekening uitvoeriger.<sup>1)</sup>

Radiolaboratorium T. H.  
Delft.

---

<sup>1)</sup> De principieële gang van de berekening hiervoor is in een collegeblad nader uitgewerkt.

# SELECTIEVE SCHAKELINGEN MET R-C-LEDEN

door

L. R. BOURGONJON

*Voordracht gehouden voor het Nederlandsch Radiogenootschap  
op 29 Januari 1945.*

We willen in dit artikel eenige frequentie-afhankelijke schakelingen nader beschouwen, waarin de frequentie-afhankelijkheid wordt verkregen zonder gebruik te maken van zelfinducties. Onder selectieve schakelingen zullen we verstaan schakelingen voor het doorlaten van bepaalde frequenties (selectieve versterkers en filters), en generatorschakelingen.

Volgens deze omschrijving is dus iedere versterker eigenlijk een selectieve versterker, daar de versterking steeds een functie van de frequentie is. In het voorgaande artikel van Ir. Huydts is b.v. reeds besproken dat het gedrag van een eenvoudige weerstandsversterker overeenkomt met een trillingskring, waarvan de kringkwaliteit echter steeds kleiner dan  $r/2$  is. Dergelijke versterkers worden echter zelden als selectief element beschouwd; daarvoor is het verloop van de versterking als functie van de frequentie te weinig geprononceerd. Meestal is een grootere frequentie-afhankelijkheid noodig dan op deze wijze verkregen kan worden.

Om dit te bereiken zijn diverse oplossingen mogelijk. De meest bekende schakeling is de hoogfrequent-versterker met een afgestemde kring in de anode- of roosterketen. Door het aanbrengen van een geschikte terugkoppeling is deze schakeling tevens als generator te gebruiken. Voor versterkers van hoge frequenties is deze schakeling de aangewezen weg. Is het noodig een relatief smalle frequentieband te versterken inplaats van één bepaalde frequentie, dan vervangt men de enkelvoudige trillingskring door een bandfilter, bestaande uit 2 losgekoppelde afgestemde kringen. Dergelijke schakelingen zijn, door de verbrei-

ding van de radio-ontvangtoestellen, in zeer groote getale geregeld in gebruik.

Daarnaast heeft zich voor frequentie-afhankelijke schakelingen de filtertechniek ontwikkeld. Het frequentie-afhankelijke element is hier meestal los van de schakeling met de buizen, dus los van de eigenlijke versterker, en is hiermee in cascade geschakeld. Dit systeem, dat b.v. in de draaggolftelefonie een uitgebreid toepassingsgebied heeft gevonden, biedt veel vrijheid. Het is langs deze weg mogelijk om aan zeer speciale eischen van frequentie-afhankelijkheid te voldoen. De filters worden opgebouwd uit zelfinducties en capaciteiten.

Bij al deze oplossingen zijn we gestuit op het gebruik van zelfinducties. Deze vormen dan met de condensatoren afgestemde kringen voor de betreffende frequenties. Naarmate echter de frequentie waarmee we werken lager is, krijgen deze zelfinducties grootere waarden en worden moeilijker te realiseeren. Voor een eenvoudige trillingskring hebben we de bekende betrekking:

$$\omega_r = \frac{1}{\sqrt{LC}}$$

Voor lagere frequenties moeten we dus de  $L$  of de  $C$  kwadratisch vergrooten. Het is niet mogelijk om alleen de capaciteit te vergrooten, daar dan de weerstand van de keten bij resonantie te laag wordt:

$$R_f = Q \omega L = \frac{Q}{\omega C}$$

We zijn dus wel gedwongen om met groote zelfinducties te werken. Wanneer we groote zelfinducties als luchtspoel uitvoeren worden deze onhandig groot. Tevens hebben dergelijke spoelen zeer groote velden om zich heen, waardoor spoedig onderlinge koppeling ontstaat en waardoor ook, door aanwezige magnetische velden, hinderlijke spanningen geïnduceerd kunnen worden (b.v. 50 Hz). Men komt dan op het gebruik van ijzerkernen, waarmee we echter een niet-lineair element introduceeren.

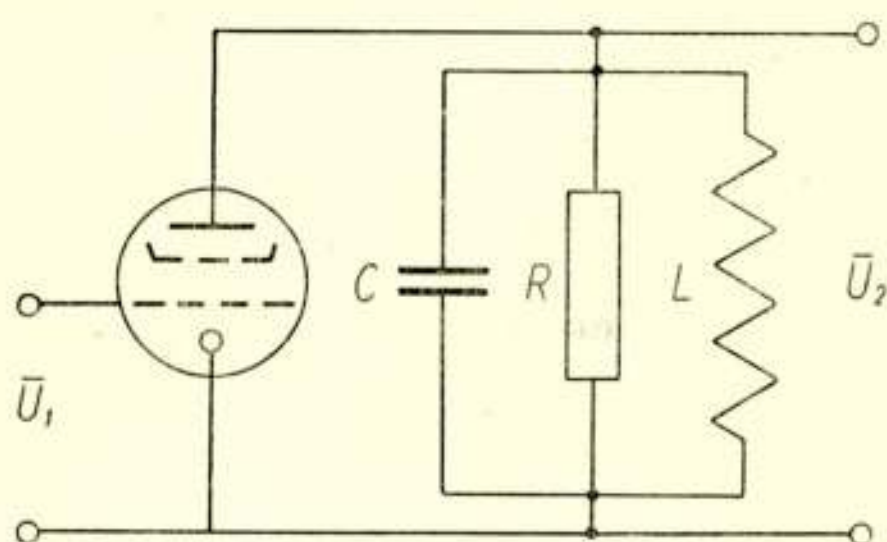
Hetzelfde probleem doet zich ook voor bij generatoren voor lage frequenties, waar dan, als extra moeilijkheid, de continue instelbaarheid van de frequentie bij komt.

Men heeft de oplossing van deze problemen o.a. gezocht in de frequentie-transformatie. Dit heeft geleid tot de algemeen

verbreide zwevingsgeneratoren eenerzijds en de selectieve schakelingen, zoals die b.v. in de frequentie-analysatoren worden toegepast, anderzijds.

Dergelijke schakelingen zijn echter vrij gecompliceerd, terwijl juist in een laboratorium vaak de behoefte bestaat aan een eenvoudige selectieve versterker of generator voor een lage frequentie. Voor dergelijke problemen is vaak een geschikte oplossing te vinden in die schakelingen, die we hier als  $R-C$ -schakelingen aanduiden en waarbij geen zelfinducties gebruikt worden.

Om het gedrag van deze soort schakelingen gemakkelijk te overzien, zullen we gebruik maken van polaire figuren, zulks in aansluiting op het artikel van Ir. Huydts. In dat artikel werd er op gewezen dat vaak bepaalde schakelingen te vergelijken zijn met een trillingskring. Daarom zullen we de polaire figuur van de trillingskring nog iets nader bekijken.



Figuur 1.

Penthode-versterker met afgestemde kring.

Voor een penthode-versterker met afgestemde kring in de anodeketen vinden we:

$$\bar{f} = \frac{\bar{U}_2}{\bar{U}_1} = s_g \bar{Z}_a$$

Voor de impedantie in de anodeketen schrijven we:

$$\frac{I}{\bar{Z}_a} = \frac{I}{R_p} + \frac{I}{j\omega L} + j\omega C$$

$$\bar{Z}_a = \frac{R_p}{1 + jvQ}$$

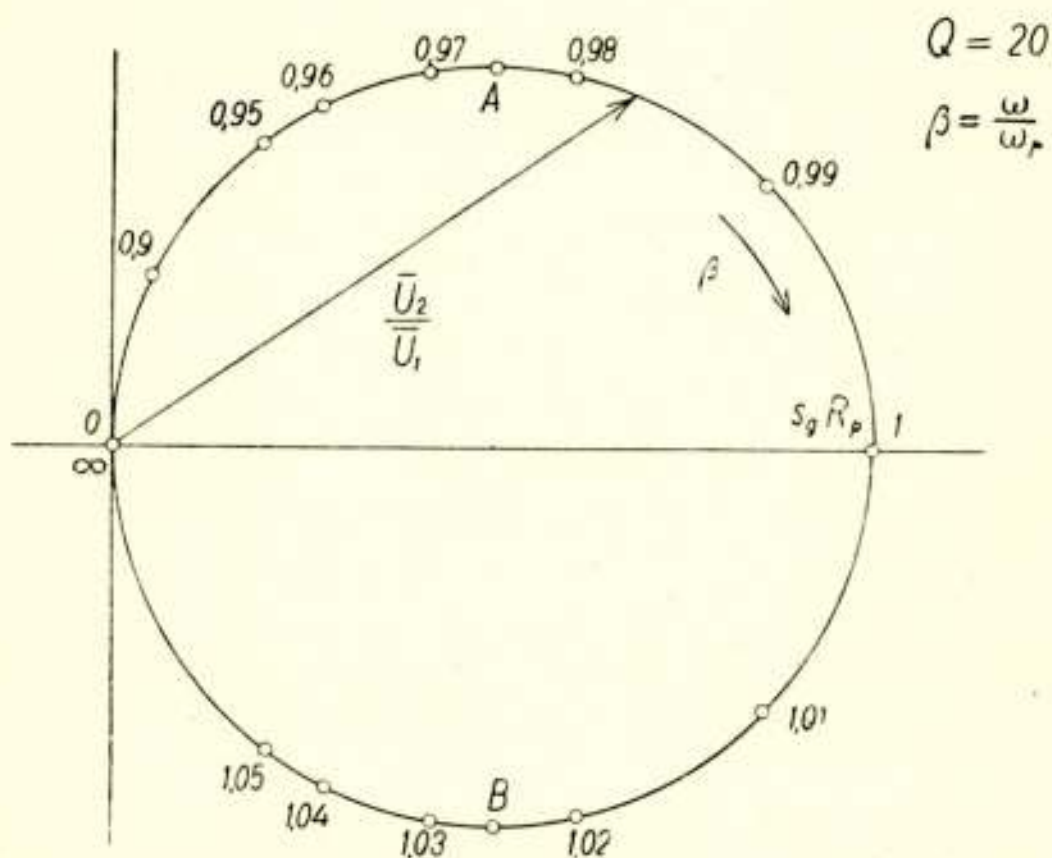
waarbij we ingevoerd hebben:

$$Q = R_p \sqrt{\frac{C}{L}}$$

$$v = \frac{\omega}{\omega_r} - \frac{\omega_r}{\omega}$$

$$\omega_r = \frac{1}{\sqrt{LC}}$$

Wanneer we dit verloop van de versterking in het complexe vlak uitzetten, verkrijgen we steeds een cirkel door de oorsprong. Bij resonantie is de versterking maximaal en reëel.



Figuur 2.

Polaire figuur van een versterker met afgestemde kring.

In de figuur wordt dit het snijpunt met de reële as. Voor andere frequenties wordt de versterking weergegeven door andere punten van de cirkel. De frequentie die bij ieder punt van de cirkel behoort, wordt alleen bepaald door de resonantiefrequentie en de kringkwaliteit. In de figuur 2 is dit geteekend voor een kringkwaliteit van  $Q = 20$ . De frequenties zijn op de cirkel aangegeven in verhouding tot de resonantiefrequentie.

We zien uit deze figuur nog eens duidelijk, dat het grootste

deel van de cirkel betrekking heeft op frequenties die weinig afwijken van de resonantiefrequentie.

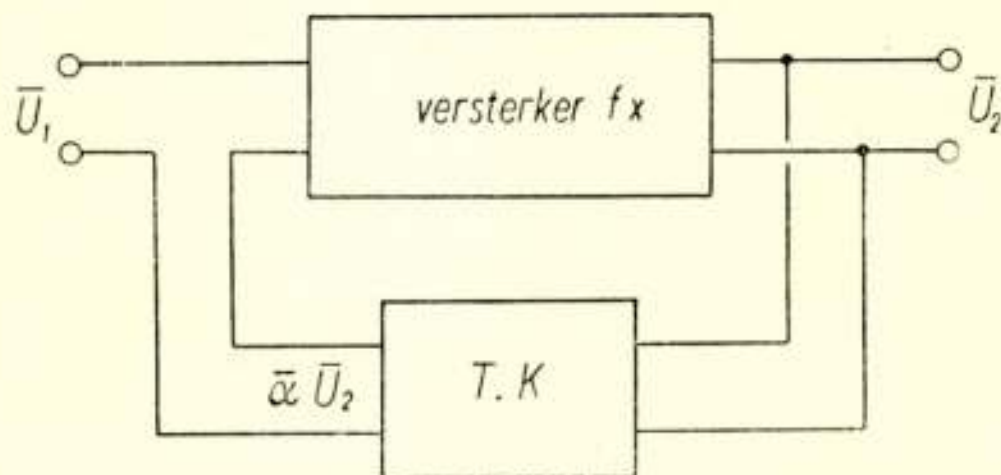
De waarde van de kringkwaliteit is eenvoudig te bepalen uit deze figuur. Wanneer we de punten nemen waarvoor:

$$v Q = 1$$

dan wordt de versterking:

$$\bar{f} = \frac{1}{1 + j} s_g R_p$$

Voor deze speciale waarde van  $v Q$  is dus de versterking gedaald tot  $\frac{1}{\sqrt{2}} \times$  de maximale versterking en is dus de phase-



Figuur 3.

Versterker met spanningstegenkoppeling.

hoek tusschen in- en uitgaande spanning juist  $45^\circ$ . Dat zijn dus de punten A en B uit fig. 2.

Deze punten zijn experimenteel eenvoudig te bepalen en daarmee is dus direct de kringkwaliteit bekend. Men behoeft slechts de resonantie-frequentie en de beide frequenties waarbij de versterking tot op  $\frac{1}{\sqrt{2}} \times$  de maximale versterking gedaald is te meten, om  $Q$  direct te kunnen berekenen.

Teneinde in te zien, hoe we een dergelijke frequentie-karakteristiek kunnen realiseeren zonder gebruik te maken van een afgestemde kring, bekijken we de principiële schakeling van een versterker met spanningstegenkoppeling. (Fig. 3).

We denken ons de versterker in het gebied dat we beschouwen willen, frequentie-onafhankelijk en zonder phasedraaiing. Van de uitgangsspanning voeren we een deel,  $a \bar{U}_2$ , terug naar de ingang. Deze spanningsdeeling wordt bepaald door een vier-

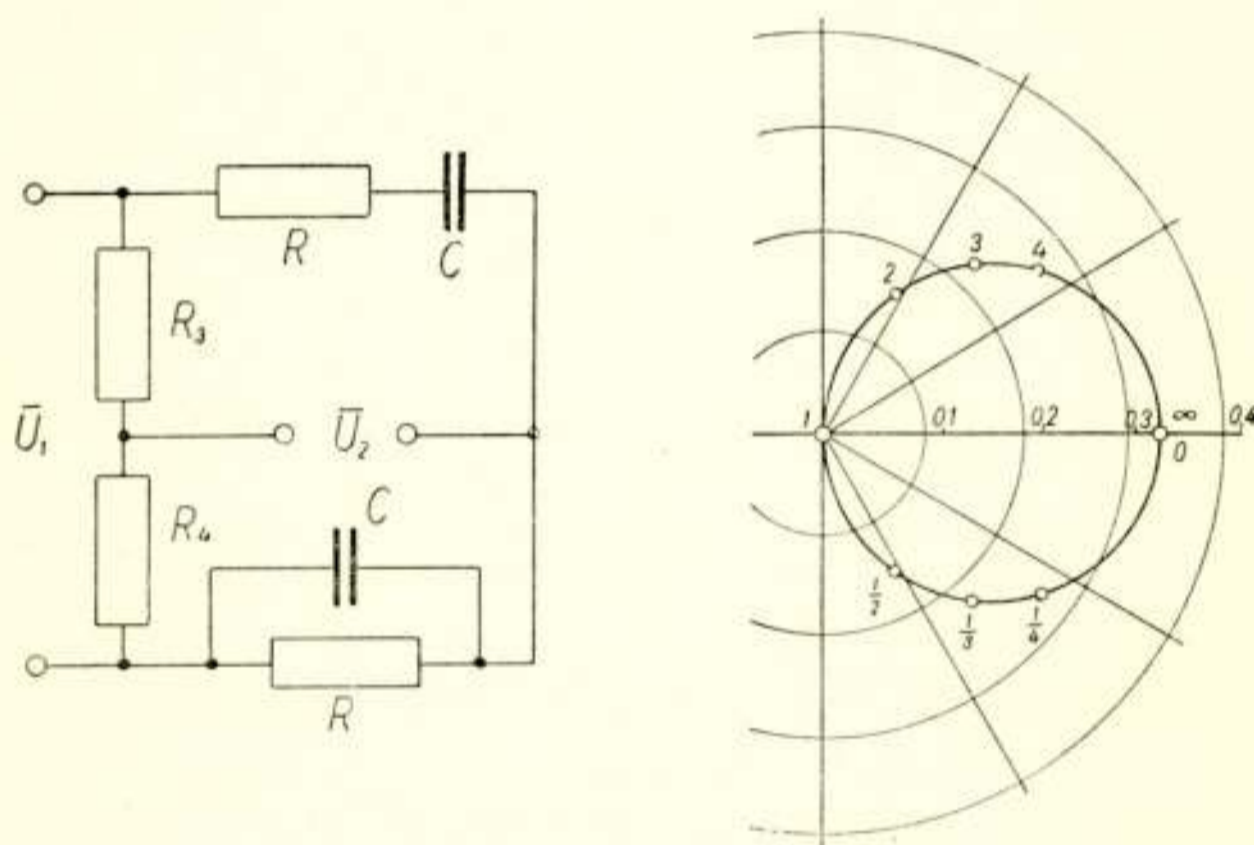
pool *T. K.*, welke zoowel weerstanden als condensatoren kan bevatten en dus in het algemeen frequentie-afhankelijk is.

Uit de figuur volgt dan:

$$\bar{f}' = \frac{\bar{U}_2}{\bar{U}_1} = \frac{f}{1 - \bar{a}f}$$

Afhankelijk van de spanningsdeeling  $\bar{a} \bar{U}_2$ , wordt dus de resulterende versterking van de schakeling gewijzigd, zoowel naar grootte als phase. Is  $\bar{a}$  reëel en negatief, dan krijgen we een vermindering van de versterking, met een daarmee gepaard gaande vermeerdering van de stabiliteit en de lineairiteit, de z.g. negatieve terugkoppeling of tegenkoppeling. Is daarentegen  $\bar{a}$  reëel en positief, dan is juist het omgekeerde het geval.

Wanneer het nu mogelijk is om de vierpool *T. K.* zoo uit te



Figuur 4.

Brugschakeling volgens Wien.

voeren, dat voor één bepaalde frequentie geen spanning doorgelaten wordt, terwijl voor alle andere frequenties de teruggevoerde spanning een zoodanige phase heeft, dat de versterking vermindert, dan hebben we een versterker, waarvan de versterking voor die eene bepaalde frequentie een maximum heeft. De grootte van dit maximum is dan bepaald door de waarde van de versterking zonder terugkoppeling.

De frequentie, waarop maximale versterking optreedt en de vorm van de frequentiekarakteristiek, worden dus voor een groot deel bepaald door de eigenschappen van het terugkoppel-



lid *T. K.* Een bruikbare schakeling hiervoor moet dus, zonder gebruik te maken van zelfinducties, voor één frequentie een oneindige demping opleveren.

Een schakeling die daaraan voldoet is de brugschakeling volgens Wien, welke veel voor het meten van frequenties gebruikt wordt. (Fig. 4). Deze vierpool zal een oneindige demping hebben als:

$$R_3 = 2R_4$$

en wel voor:

$$\omega_0 = \frac{1}{CR}$$

De algemeene vergelijking voor deze vierpool, indien voldaan is aan de voorwaarde dat  $R_3 = 2R_4$ , is:

$$\frac{\bar{U}_2}{\bar{U}_1} = \frac{1}{3} \frac{1 - \beta^2}{1 - \beta^2 + 3j\beta}$$

$$\beta = \omega CR = \frac{\omega}{\omega_0}$$

Dit is de vergelijking van een cirkel in het complexe vlak.

Bij het gebruik van deze brugschakeling als tegenkoppellid, stuiten we op een schakeltechnische moeilijkheid daar in de schakeling geen doorlopende aardleiding is aan te brengen. Een andere vorm van deze brug, die bovengenoemd bezwaar niet heeft omdat hierbij 2 klemmen van de vierpool direct doorverbonden zijn, is geteekend in fig. 5.

Ook deze schakeling zal, onder bepaalde voorwaarden, een frequentie van oneindige demping opleveren, en wel als:

$$C' R' = 4CR$$

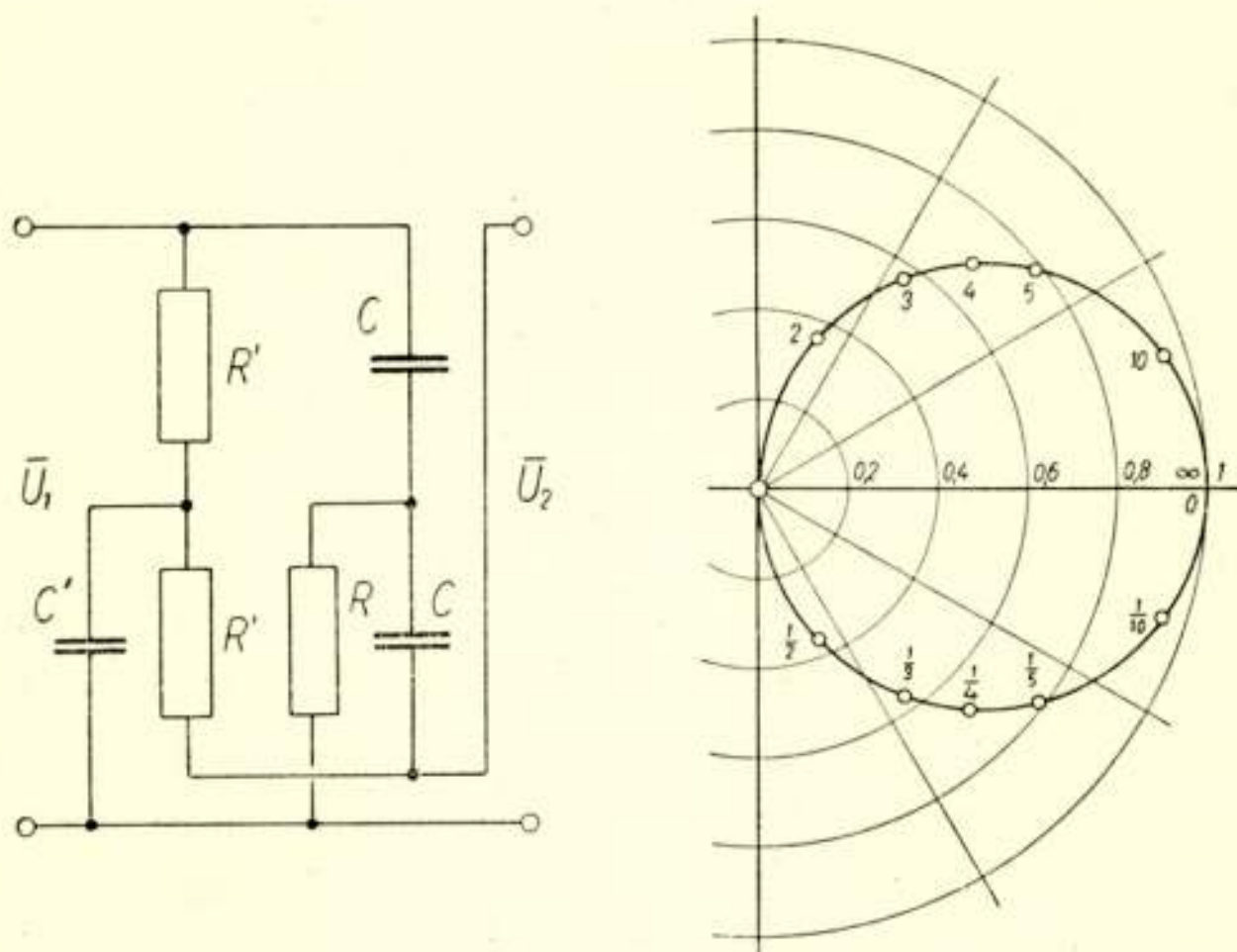
$$\omega_0^2 CC' R'^2 = 2$$

Aan de eerste voorwaarde, die een verband tusschen de elementen van de schakeling geeft, is nog op verschillende manieren te voldoen. Het zal van de toepassing afhangen of men b.v. de condensatoren gelijk kiest en de weerstand  $R' = 4R$  neemt, of omgekeerd de weerstanden gelijk neemt maar  $C' = 4C$  maakt. Het eerste is het eenvoudigste als men een continue

instelbaarheid wil verkrijgen door middel van variabele condensatoren, de tweede oplossing is meer geschikt voor het gebruik van variabele weerstanden.

Een bezwaar van deze schakeling tegenover de brug van Wien is, dat bij verandering van de frequentie nu minstens 3, inplaats van 2 elementen gevarieerd moeten worden.

Het is voor deze schakeling niet moeilijk om de dempingsfrequentie laag te maken, frequenties van één Hertz of minder zijn zonder bijzondere moeilijkheden te bereiken. Ook een continue instelbaarheid is uitvoerbaar, zoowel door het gebruik van variabele weerstanden als met variabele condensatoren.



Figuur 5.

*R-C*-filter voor selectieve versterker.

Een groot voordeel is hierbij, dat de frequentie verandert met de eerste macht van de weerstand of capaciteit en niet met de wortel daaruit, zoals bij een afgestemde kring. Met een variabele condensator, die een capaciteitsverandering heeft van b.v. 1 op 9, kunnen we dus ook de frequentie met een factor 9 variëren.

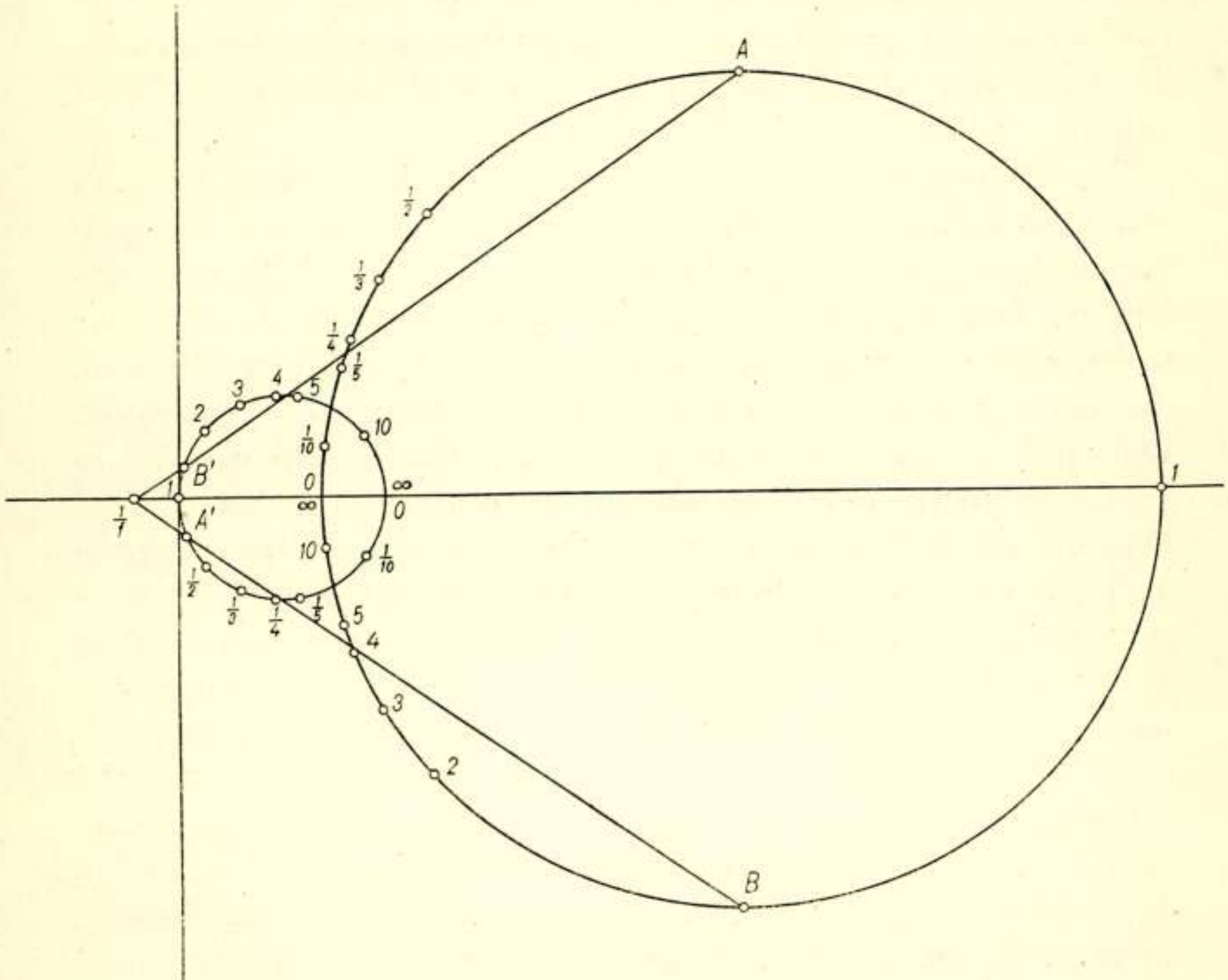
Wanneer we nu deze schakeling als tegenkoppellid toepassen, kunnen we het resulterende gedrag van de schakeling eenvoudig langs grafische weg bepalen. We hebben voor de versterking afgeleid:

$$\bar{f}' = \frac{f}{1 - a f}$$

Wanneer we hiervan de reciproke waarde nemen, wordt dit:

$$\frac{I}{f'} = \frac{I}{f} - \bar{a}$$

In het complexe vlak kunnen we dus de waarde van de reciproke versterking bepalen uit het polaire diagram van het tegenkoppellid, door de waarde  $\frac{I}{f}$  vectoriëel op te tellen. Dat is ook



Figuur 6.

Polaire figuur van een versterker met spannings-t.k.  
over een  $R-C$ -filter.

eenvoudig uit te voeren door de oorsprong over een afstand  $\frac{I}{f}$  te verplaatsen langs de negatieve reële as.

De polaire figuur van de versterking kunnen we nu uit deze cirkel afleiden door inversie t.o.v. de verplaatste oorsprong. (Fig. 6). Het resultaat is dus weer een cirkel, die nu echter niet door de oorsprong gaat.

Om het gedrag van de versterker gemakkelijk te overzien, willen we dit trachten te vergelijken met een afgestemde kring. Het verloop van een versterker met afgestemde kring wordt echter weergegeven door een cirkel door de oorsprong. Wanneer echter bij een tegengekoppelde versterker, op bovenstaande wijze geschakeld, de versterking  $f$  voldoende groot is, dan zal de afstand van het snijpunt met de reële as tot de oorsprong klein zijn in vergelijking tot de straal van de cirkel. Teneinde op eenvoudige wijze een benaderde voorstelling te verkrijgen van het gedrag van de versterker, in het bijzonder in de omgeving van het punt van maximale versterking, beschouwen we de cirkel alsof deze door de oorsprong gaat en de polaire figuur van een trillingskring is.

We kunnen binnen de aangenomen benaderingen nu ook van een kringkwaliteit spreken, waardoor we direct een voorstelling krijgen van de selectiviteit, die op deze manier te bereiken is. Het eenvoudigste is deze kringkwaliteit uit de figuur te bepalen; we nemen daartoe, zoals reeds eerder besproken, de beide frequenties waarvoor de phasedraaiing  $45^\circ$  bedraagt. Dat zijn in fig. 6 de punten  $A$  en  $B$ . Met behulp van de inversie kunnen we nu de punten op de cirkel van het  $R$ - $C$ -lid bepalen, die met deze punten  $A$  en  $B$  correspondeeren; dat zijn de punten  $A'$  en  $B'$ . Daar we de afstand van de cirkel tot de oorsprong te verwaarlozen klein hebben verondersteld, maken de lijnen  $OA$  en  $OB$  hoeken van ongeveer  $45^\circ$  met de assen, van welke eigenschap we gebruik kunnen maken om de punten  $A'$  en  $B'$  direct uit fig. 5 te bepalen. Deze punten zullen dicht bij het punt  $\beta = 1$  liggen en zullen dit punt meer naderen naarmate de versterking  $f$  groter is. Alleen het deel van de kromme in de buurt van het punt  $\beta = 1$  is dus in dit verband van belang. In fig. 7 is dit deel van de kromme daarom op grotere schaal geteekend.<sup>1)</sup>

<sup>1)</sup> Wanneer de frequentie-karakteristiek geheel was weer te geven door de vergelijkingen van een trillingsketen, dan hebben we:

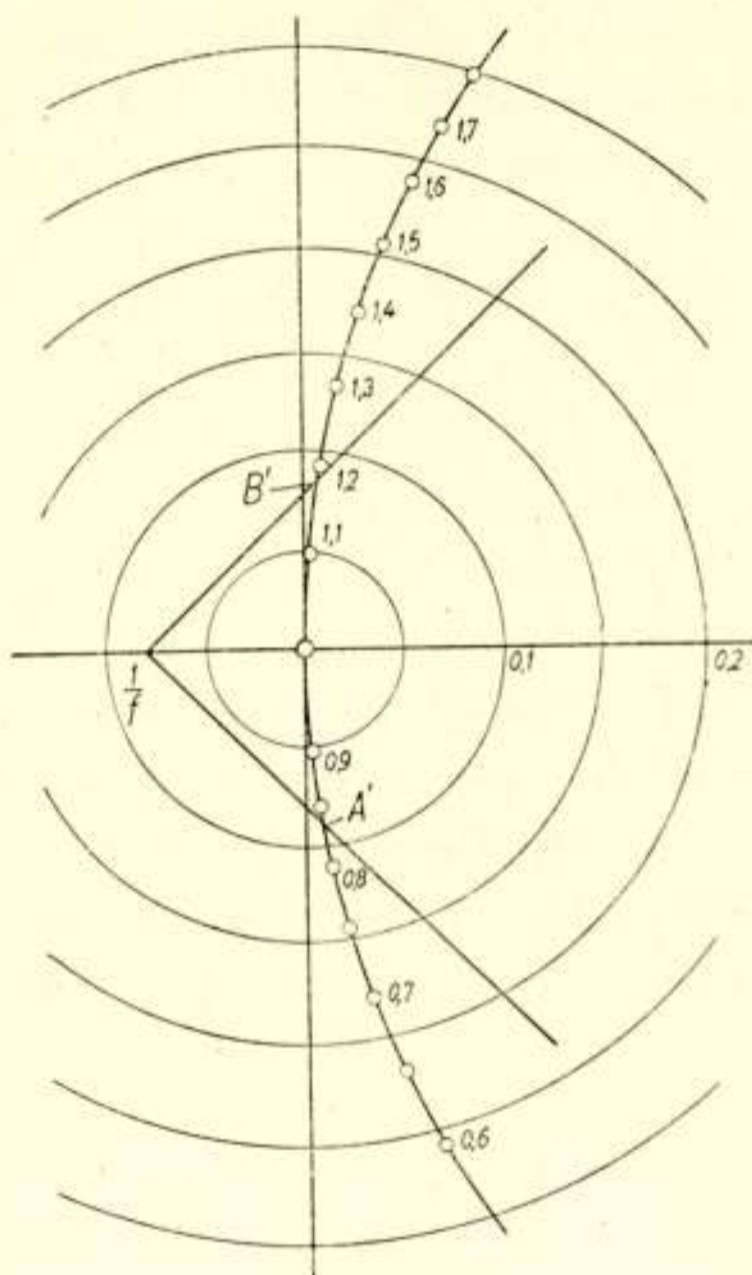
$$\bar{f}' = \frac{f_{max}}{1 + jvQ}$$

$$\frac{1}{\bar{f}'} = \frac{1}{f_{max}} (1 + jvQ)$$

verder is: 
$$v = \frac{\omega}{\omega_r} - \frac{\omega_r}{\omega} \sim \frac{2 \Delta \omega}{\omega_r} \quad \text{als } \Delta \omega \ll \omega_r$$

Uitgaande van de vergelijking van het  $R-C$ -lid, laat zich op eenvoudige wijze berekenen, dat de kringkwaliteit  $Q$ , die we op deze wijze bereiken, ongeveer gelijk is aan  $1/4$  van de oorspronkelijke versterking.

Het is natuurlijk in het algemeen niet noodig om de heele uitgangsspanning via het tegenkoppellid naar de ingang terug



Figuur 7.

te voeren, meestal zal men maar een deel van de uitgangsspanning daarvoor gebruiken. De bereikte selectiviteit wordt daardoor natuurlijk evenredig kleiner.

Hebben we b.v. een 2-trapsversterker met een totale versterking van  $10.000 \times$  en koppelen we van de uitgangsspanning

Dus wordt:

$$\frac{I}{f'} = \frac{I}{f_{max}} \left( 1 + 2j \frac{\Delta \omega}{\omega_r} Q \right)$$

Dit is dus de vergelijking van een rechte evenwijdig aan de imaginaire as en voorzien van een frequentieverdeling met lineaire schaal. Omgekeerd is zoo een rechte ook steeds exact te beschouwen als de inverse van de polaire figuur van een trillingskring. Uit fig. 7 zien we dat aan deze beide eischen beter voldaan wordt, naarmate de waarde  $\frac{I}{f}$  kleiner is en we dus een kleiner deel van de cirkel beschouwen.

$\frac{1}{100}$  deel via het  $R-C$ -lid terug naar de ingang, dan verkrijgen we een selectieve versterker, waarvan de frequentie-karakteristiek benaderd kan worden door een  $L-C$ -keten, waarvan de kringkwaliteit 25 is, terwijl de versterking van de „resonantiefrequentie” 10.000 bedraagt.

Het is met deze schakeling ook mogelijk om een generator op te bouwen. We denken daartoe, behalve het frequentieafhankelijke tegenkoppellid, nog een terugkoppeling aangebracht, die we frequentie-onafhankelijk maken. Dan wordt de uitdrukking van de totale versterking:

$$\bar{f}' = \frac{f}{1 - \bar{a}_1 f - a_2 f}$$

$$\frac{1}{\bar{f}'} = \left( \frac{1}{f} - a_2 \right) - \bar{a}_1$$

Wanneer we nu  $a_2$  positief en reëel nemen dan zal de maximale versterking, die dus optreedt als  $\bar{a}_1 = 0$ , groter worden door deze extra terugkoppeling.

Dit uit zich in de figuren 6 en 7, door een vermindering van de afstand, waarover we de oorsprong moeten verplaatsen, deze afstand wordt nu:

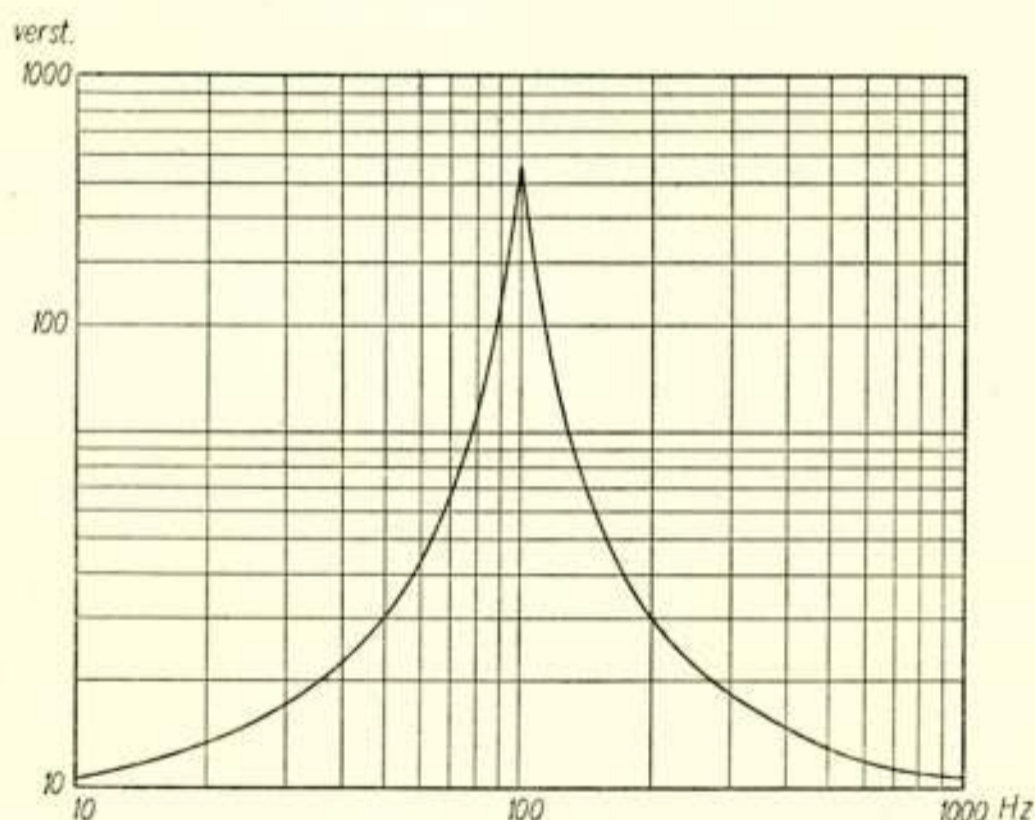
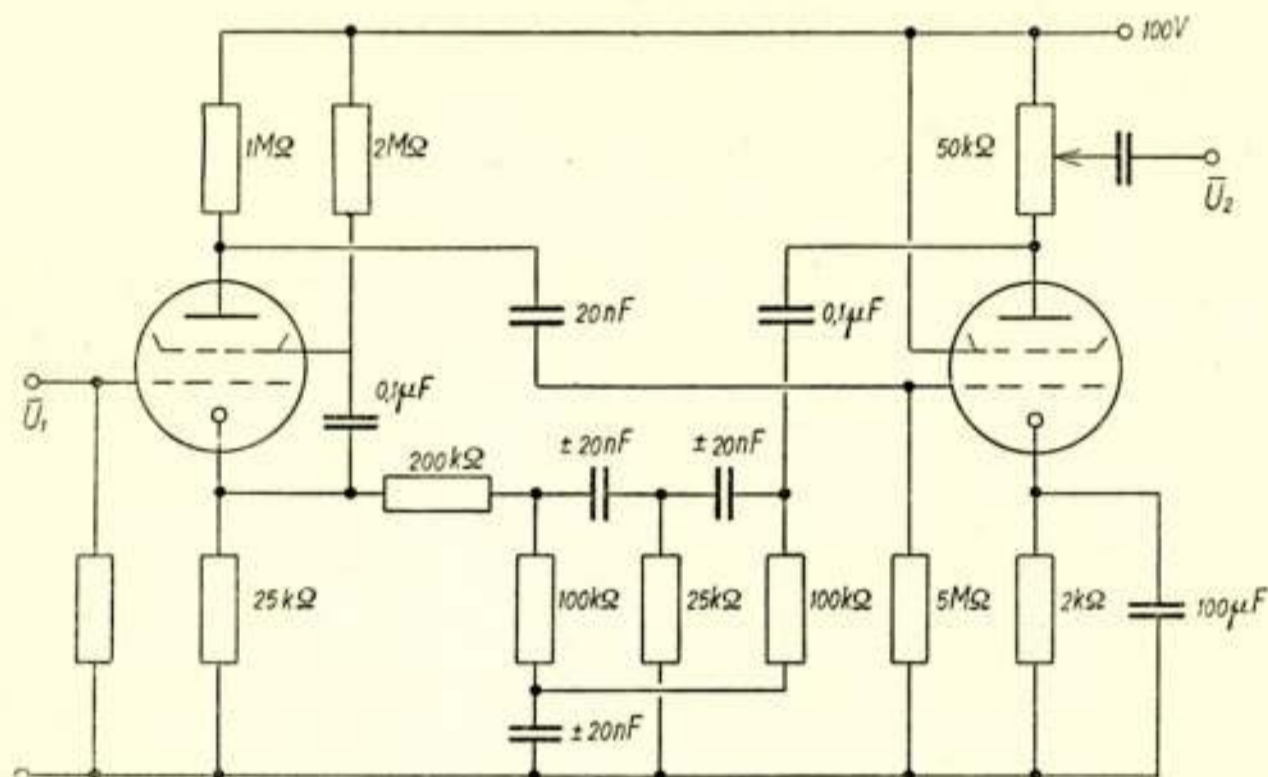
$$O' O = \frac{1}{f} - a_2$$

Daaruit blijkt dus dat de selectiviteit toeneemt, we krijgen een ontdeemping van onze schijnbare  $L-C$ -keten, juist zoals dat ook bij een schakeling met afgestemde kring en terugkoppeling optreedt. Door  $a_2$  voldoende groot te maken is de schakeling aan het genereeren te brengen en wel als:

$$a_2 = \frac{1}{f}$$

Als voorbeeld van een uitgevoerde selectieve versterker is in fig. 8 de complete schakeling en de gemeten frequentie-karakteristiek weergegeven van een apparaat, die gebouwd is voor het verrichten van metingen met behulp van fotocellen. Het was noodig om hier een selectieve versterker toe te passen, daar anders de ruischspanning aan de uitgang te groot werd. De frequentie waarbij gemeten wordt is hier 100 Hz.

Bij het uitvoeren van dergelijke schakelingen is het vaak moeilijk om de uitgangsspanning van het  $R-C$ -netwerk met de juiste phase naar de ingang terug te voeren. Bij een 2-traps weerstandsversterker kan men de uitgangsspanning via het terugkoppellid terug voeren naar de kathode van de eerste buis. Dat heeft echter het bezwaar, dat dan het tegenkoppellid afgesloten wordt door de kathodeweerstand van deze buis, ter-



Figuur 8.

Frequentiekarakteristiek en schakeling van een versterker voor  $f = 100 \text{ Hz}$ .

wijl al onze berekeningen gebaseerd zijn op een open  $R-C$ -lid. Het is schakeltechnisch vaak moeilijk om deze afsluitweerstand zoo hoog te kiezen, dat de invloed ervan te verwaarlozen is. Men zou dit kunnen bereiken door de weerstanden van het  $R-C$ -lid laag te kiezen en de condensatoren groot. Daarmee verlaagt men echter de impedantie, die aan de ingang optreedt, terwijl deze impedantie parallel staat aan de anodeweerstand

van de tweede trap. Dit vermindert dus de versterking van deze trap; men moet tusschen deze tegenstrijdige eischen een compromis zoeken.

Een andere oplossing is mogelijk, door de spanning van het tegenkoppellid naar het stuurrooster van de eerste trap terug te voeren. Teneinde hierbij de juiste phase te hebben, moeten we een versterker met een oneven aantal trappen gebruiken. Reeds bij een 3-traps versterker krijgen we echter moeilijkheden, welke gelegen zijn in de phasedraaiing van de oorspronkelijke versterker. Tot nu toe hebben we deze phasedraaiing steeds verwaarloosd, en in het gebied van de maximale versterking, dus het gebied waar we het geheel gebruiken, is dat ook meestal toelaatbaar. Bij een 3-traps weerstandsversterker met tegenkoppeling bevinden zich in het totale circuit echter 3 serie-condensatoren. Deze veroorzaken, voor een meestal zeer lage frequentie, echter  $180^\circ$  phasedraaiing, d.w.z. de terugkoppeling wordt positief inplaats van negatief, en het geheel zal op deze lage frequentie gaan genereeren. We moeten in dit geval dus één der serie-condensatoren weglaten, dus één van de trappen als gelijkspannings-versterkertrap uitvoeren, hetgeen weer extra moeilijkheden geeft. Deze oplossing heeft verder het bezwaar dat het stuurrooster van de eerste buis nu niet meer beschikbaar is voor de te versterken spanning, we moeten die nu b.v. in de kathodeketen opnemen, dat geeft echter een lage ingangsweerstand van de versterker.

Het is ook mogelijk om deze schakeling met slechts één buis uit te voeren en terug te koppelen direct van anode naar stuurrooster. Deze schakeling, voorzien van een extra positieve terugkoppeling, is een zeer geschikte generatorschakeling.

Tenslotte nog eenige opmerkingen over het  $R-C$ -netwerk dat we steeds voor onze schakelingen gebruikt hebben. We hebben steeds aangenomen, dat voor één bepaalde frequentie een oneindige demping optrad. Daartoe moesten de diverse weerstanden en condensatoren aan een bepaalde voorwaarde voldoen. Het is voor de practijk van belang te weten hoe nauwkeurig aan deze voorwaarde moet voldaan worden en wat de gevolgen van eventueele afwijkingen zijn.

Wanneer aan de voorwaarde niet meer exact is voldaan, ontstaan er de volgende fouten:

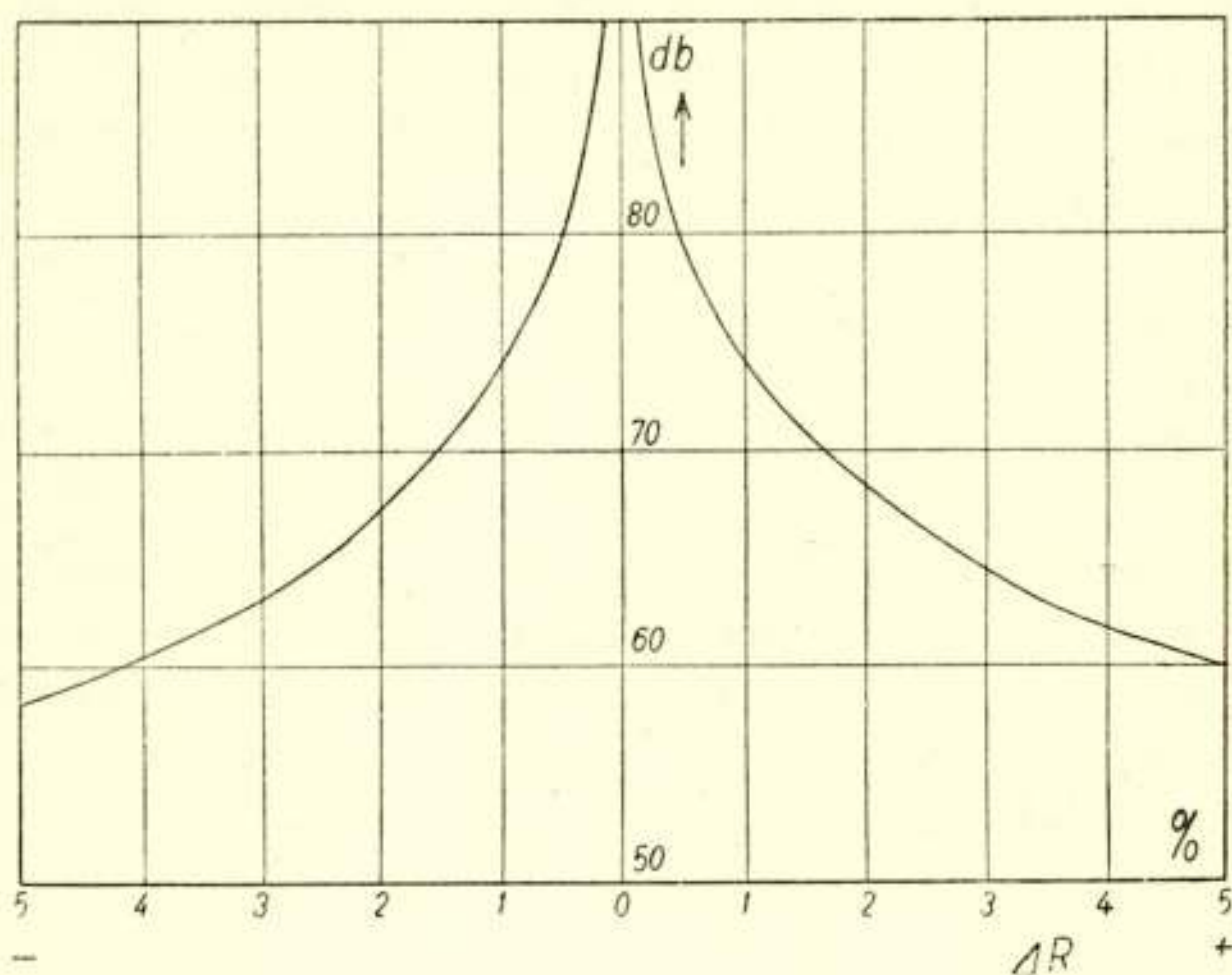
1. de frequentie van maximale demping verandert,
2. deze maximale demping is niet meer oneindig.

Men kan aantonen dat bij foutieve instelling van één of meer



van de elementen, de polaire figuur van het netwerk een cirkel blijft, welke echter niet meer door de oorsprong gaat. Afhankelijk van de aard van de fout snijdt de cirkel de reële as op de negatieve- of op de positieve tak, d.w.z. dat voor de frequentie, waarop de versterker de maximale versterking moet geven, nog een deel van de uitgangsspanning naar de ingang teruggevoerd zal worden. Deze spanning kan nu, afhankelijk ervan of de cirkel de positieve- of de negatieve reële as snijdt, een phase hebben die een vermeerdering of een vermindering van de versterking en dus tevens van de selectiviteit veroorzaakt.

Het zou op deze wijze dus mogelijk zijn om de versterking



Figuur 9.

en de selectiviteit van het geheel te vergrooten, dit gaat echter spoedig gevaar opleveren voor de stabiliteit. Ligt het snijpunt n.l. te ver op de negatieve reële as, dan zal de schakeling gaan genereeren. Dit treedt op als de afstand tusschen het snijpunt en de oorsprong de waarde  $\frac{I}{f}$  bereikt.

Teneinde een idee te krijgen van de grootte van de demping bij foutieve instelling is in fig. 9 deze maximale demping uitgezet als functie van de procentueele fout van één der weerstanden. Men kan uit deze figuur ongeveer zien met welke precisie men de condensatoren en weerstanden voor een bepaald geval moet afregelen.

Radiolaboratorium T. H.  
Delft.

## DISCUSSIE

Ir. v. Weel vraagt: Hoe zijn oscillatoren met  $R$ - $C$ -schakelingen wat betreft vorming van harmonischen, vergeleken met oscillatoren met  $L$ - $C$ -kringen?

Ir. Bourgonjon antwoordt: Een goed uitgevoerde  $R$ - $C$ -oscillator geeft zeer weinig harmonischen, ook op zeer lage frequenties (b.v. minder dan 0,1%). Dat is dus gunstiger dan met andere schakelingen bereikt wordt speciaal bij lage frequenties.

Drs. Mulders vraagt: Is de vorm van de resonantie-kromme dezelfde, als bij een  $L$ - $C$ -kring. Is er geen discontinuïteit bij resonantie?

Ir. B. antwoordt: De vorm van de resonantie-kromme is met eenige benadering inderdaad dezelfde als van een  $L$ - $C$ -keten, speciaal dicht bij het resonantie-punt. Voor frequenties, ver buiten het resonantie-gebied wordt aan de veronderstelde benaderingen meestal niet meer voldaan. Een discontinuïteit treedt niet op.

Ir. Numans vraagt: Heeft U weleens onderzocht naar de mogelijkheden van het opbouwen van een scherp selectief bandfilter met  $R$ - $C$ -netwerken?

Ir. B. antwoordt: Spreker heeft dit niet nader onderzocht, in de literatuur is hierover echter wel iets naders te vinden.

Ir. Verschuur vraagt: Welke weerstand werd gevarieerd in de vertoonde dempingskromme? Geldt exact dezelfde kromme uit symmetrie overwegingen voor een variatie van de overeenkomstige capaciteit?

Ir. B. antwoordt: De kromme is gemeten voor een variatie van de weerstand  $R$ . Inderdaad is aangenomen, dat dezelfde kromme geldt voor fouten in de andere elementen. Of dit geheel exact geldt, is van weinig belang, de fouten moeten toch zoo klein gemaakt worden, dat de invloed ervan te verwaarlozen is.

Ir. Lindenhovius vraagt: Hangt de  $Q$  niet af van de waarden, die we in het terugkoppelnetwerk nemen voor de  $R$  en de  $C$  bij gegeven product  $RC$ ?

Ir. Schouten merkt op: Naar aanleiding van de vraag van Ir. Lindenhovius wil ik opmerken, dat de eigenschappen van de filter afhankelijk zijn van de keuze van  $\frac{R'}{R}$  of van  $\frac{C'}{C}$  en wel verkrijgt men het scherpste filter, wanneer

$$R' = \frac{I}{2} R \quad \text{en} \quad C' = \frac{I}{2} C$$

Ir. Blok vraagt: Hangt de eventueel te bereiken  $Q$  af van de  $C$  en  $R$  afzonderlijk, b.v. doordat het highpass- niet aangepast is aan het low-pass-gedeelte der  $R$ - $C$ -schakeling?

Kan men een  $R$ - $C$ -generator bouwen met een frequentie-onafhankelijke tegenkoppeling en een frequentie-afhankelijke meekoppeling?

Ir. B. antwoordt: Het antwoord op de eerste vraag ligt besloten in de opmerking van Ir. Schouten.

Wat de tweede vraag betreft, dat is inderdaad goed mogelijk, de frequentie-onafhankelijke t.k. kan men dan echter weglaten. De meeste bestaande  $R$ - $C$ -generatoren zijn op dit principe opgebouwd, zooals ook uit de literatuur blijkt.

Prof. Elias vraagt: Hoe hangt de kringkwaliteit  $Q$  af van de elektrische constanten van de  $R$ - $C$ -schakeling?

Ir. B. antwoordt: De kringkwaliteit  $Q$  die we verkrijgen, hangt af van de geheele schakeling, zoowel van de versterker als van het  $R$ - $C$ -netwerk. We moeten deze echter meer opvatten als een technische benadering om een inzicht in het verloop van de frequentiekaracteristiek te krijgen, dan als een exact gedefinieerde grootte.

Ir. de Lange merkt op: Als het stelsel is weer te geven door een differentiaalvergelijking van de gedaante:

$$V'' + \alpha V' + \beta^2 V = 0$$

kunnen we steeds definiëren:

$$Q = \frac{\beta L}{R}$$

waarbij

$$\alpha = \frac{L}{R}$$

De waarden van  $L$  en  $R$  kunnen we uit het schema van het stelsel bepalen.

#### AANVULLING.

In verband met de discussie over de afhankelijkheid van de scherpte van het  $R$ - $C$ -filter als functie van de gebruikte weerstanden en condensatoren, dank ik hierbij Ir. Schouten voor zijn schrijven, waarin aangetoond werd dat het scherpste filter verkregen wordt als  $R' = \frac{1}{2} R$  en dus  $C' = \frac{1}{2} C$ , zulks in tegenstelling met hetgeen ik tijdens de vergadering meende.

Wat betreft het door de beide laatste vragen besproken punt, wil ik nog naar het artikel van Ir. Huydts verwijzen waarin de kwestie van de definitie van een kringkwaliteit, uit de grootheden van de differentiaalvergelijking, nader besproken is.

## LITTERATUUR

1. George H. Fritzing, Freq. Discrimination by Inverse Feedback.  
Proc. Inst. Radio Eng., Vol. 26, 1938, p. 207.
2. H. M. Scott, A New Type of Selective Circuit and Some Appl.  
Proc. Inst. Radio Eng., Vol. 26, 1938, p. 226.
3. H. M. Scott, An Analyser for Noise Measurements.  
Gen. Radio Exp., Vol. 13, 1939, No. 9.
4. B. D. H. Tellegen, Iets over netwerken die voor een bepaalde frequentie geen stroom overbrengen.  
Gedenkboek aangeboden aan Prof. Dr. Ing. C. Feldmann.
5. J. Basch, Der Ortskreissatz.  
Arch. für Elektrotechn. Bnd. 36, 1942, Hft. 10.  
S. 623.