

## ELECTRISCH-MECHANISCHE ANALOGIEËN

door

Ir. J. PIKET

*Voordracht gehouden voor het Nederlandsch Radiogenootschap  
op 19 Maart 1945.*

Analogie-beschouwingen, die ten doel hebben mechanische bewegingsverschijnselen (voornamelijk trillingen) te vergelijken met vaak reeds bekende elektrische verschijnselen, zijn niet nieuw meer. Zij hebben al belangrijke diensten bewezen, o.a. bij akoestische filters. Er kleeft echter een bezwaar aan het gangbare analogie-systeem, dat oorzaak is geweest dat reeds geruimen tijd geleden, o.a. door le Corbeiller, en later door Hecht <sup>1)</sup>, een ander systeem werd aangeprezen dat dit nadeel mist en speciaal in zijn door Hecht uitgewerkte details verder aan ons voorstellingsvermogen tegemoet komt.

Het is de bedoeling, dit hier in het kort toe te lichten en eenigszins de grenzen van toepassing aan te geven.

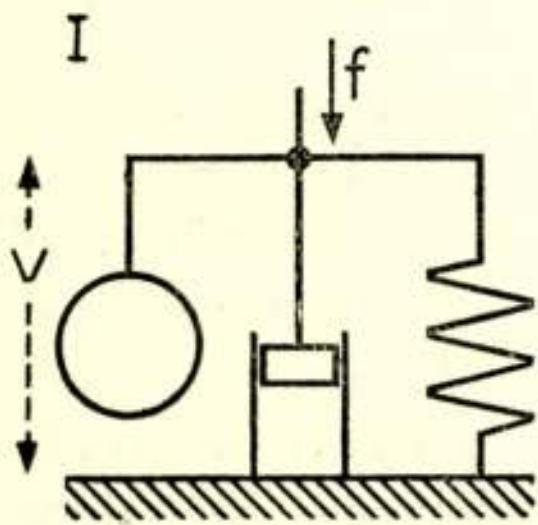
Als uitgangspunt (fig. 1) dienen de 4 eenvoudigste schakelingen van de drie elementaire elektrische en mechanische cirkuitelementen, waarvan we I kennen als een mechanische parallelschakeling, II als een elektrische serieschakeling; III is de elektrische parallelschakeling, IV de mechanische serieschakeling. Onder elk schema is de bij dat geval behorende lineaire differentiaalvergelijking, benevens die voor het harmonische geval, aangegeven. Wat de letternotatie in de mechanische gevallen betreft,  $v$  stelt voor de snelheid,  $f$  de kracht. In geval I hebben de uiteinden van de 3 circuit elementen hetzelfde snelheidsverschil; de totaalkracht op het systeem splitst zich in de 3 takken in 3 componenten.

Wanneer men nu als uitgangspunt de min of meer in het gevoel liggende analogieën kracht-spanning en snelheid-stroomsterkte kiest, volgt daaruit noodzakelijk, dat de gedragingen



van den mechanischen parallelkring met die van den electricen seriekring vergeleken moeten worden, vice versa. Want daarvoor stemmen de differentiaalvergelijkingen volledig overeen. Dit nu is het groote bezwaar dat in te brengen is tegen dit, tot dusver gangbare, analogiesysteem. Speciaal bij gecompliceerder verbindingen wordt het steeds moeilijker de band tusschen de „constructie” en het (electriche) schema terug te vinden. Typeerend daarvoor is b.v. dat men zich nog niet afgewend heeft, de altijd min of meer constructieve mechanische teekening en het electriche vervangingschema naast elkaar te gebruiken; het direct aangeven van het schema voor een bepaalde constructie eischt ongewone routine.

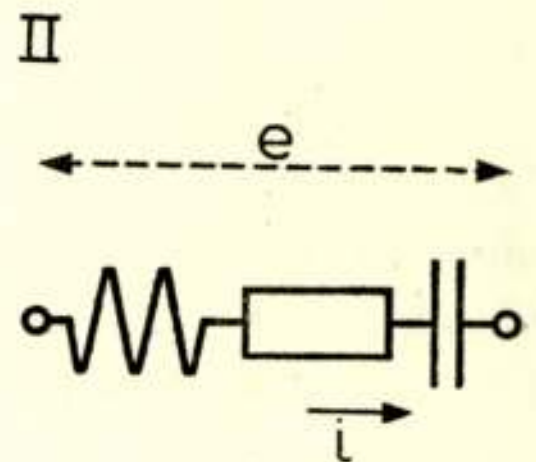
Men komt hieraan tegemoet als men een ander uitgangspunt



$$m\dot{v} + wv + s\int v dt = f$$

$$(j\omega m + w + \frac{s}{j\omega})v = f$$

Figuur 1<sup>I</sup>.



$$Li + ri + \int i dt = e$$

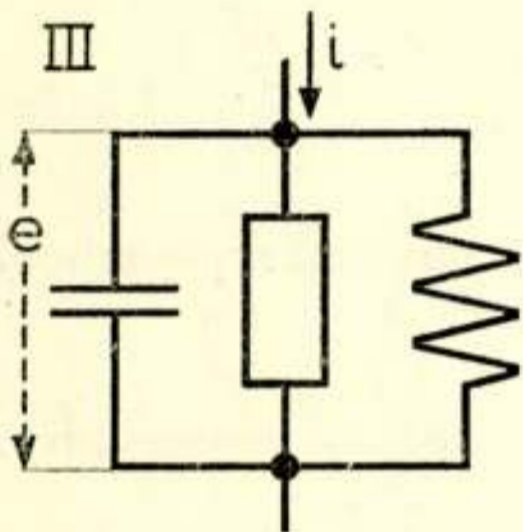
$$(j\omega L + r + \frac{1}{j\omega C})i = e$$

Figuur 1<sup>II</sup>.

kiest, n.l. de analogie van de parallel-schakelingen en die der serie-schakelingen. Uit de differentiaalvergelijkingen volgt dan in de eerste plaats, dat men nu kracht met stroomsterkte, snelheid met spanning moet vergelijken. Aan het ongebruikelijke hierin went men spoediger als men zich rekenschap geeft dat speciaal bij de mechanische bewegingen (waarmee bewegingen van vaste stoffen worden bedoeld) ons voorstellingsvermogen niet gekwetst wordt door een vergelijking van kracht en stroomsterkte, die beide in quasi-stationnaire gevallen in verschillende doorsneden van een circuit hetzelfde blijven en die beide gedeeld door het oppervlak van die doorsnede een physische beteekenis behouden. Evenzoo wijken snelheid en spanning niet te zeer van elkaar af als men ze meet als verschillen tusschen twee punten.



Met deze veranderingen is men er echter nog niet: men leidt uit de differentiaalvergelijkingen weer eenvoudig af, dat men nu een massa met een capaciteit en een omgekeerde stijfheid met een zelfinductie moet vergelijken. Ook dat blijken bij nadere beschouwing echter eerder voor- dan nadeelen te zijn; in de eerste plaats stemmen nu automatisch ook de teekensymbolen voor een veer en een zelfinductie overeen, zelfs tot in details: een grootter aantal windingen wijst op een grootere zelfinductie en een grootere waarde voor de omgekeerde stijfheid\*). In de tweede plaats laat Hecht zien dat ook de symbolen voor een massa en een capaciteit nauwer aan elkaar verwant kunnen worden als men maar als massasymbool beschouwt een tweetal massaplaten, met eventueel daartusschen een verliesloos medium

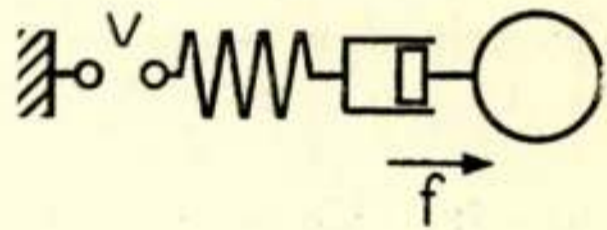


$$C\dot{e} + ge + \int \frac{edt}{L} = i$$

$$(j\omega C + g + \frac{1}{j\omega L})e = i$$

Figuur 1<sup>III</sup>.

IV



$$\frac{1}{s}\dot{f} + \frac{f}{w} + \int \frac{fdt}{m} = v$$

$$\left(\frac{j\omega}{s} + \frac{1}{w} + \frac{1}{j\omega m}\right)f = v$$

Figuur 1<sup>IV</sup>.

dat de taak van het elektrische veld tusschen twee condensatorplaten moet overnemen. Dit staat niet geheel los van de werkelijkheid: speciaal bij de akoestiek in vloeistoffen kan men een dergelijk massa-element ontmoeten. Gewoonlijk liggen de verhoudingen bij het massa-element echter eenige grootte-orden anders dan bij het capaciteits-element, zoodat we eraan gewend zijn elke massa als afzonderlijke eenheid te beschouwen. Ook bij ontbreken van een meebewegend medium blijft echter ons massastel bruikbaar: de schijnbare tegenspraak, dat tusschen twee condensatorplaten de stroom nul is, voerde Maxwell tot

\*) Voor deze omgekeerde stijfheid, ook wel compliantie genaamd, en dan aangegeven met de letter  $c$ , is een goed Hollandsch woord: elasticiteit; om bij deze verwisseling van analogieën niet al te verwarrend te worden is er verder de letter  $L_{m}$  voor gebruikt.



het invoeren van een diëlectrische verplaatsing en voert ons hier tot een analoge impulsiedichtheid!

Het is noodig even te wijzen op de grootte van het zoo gevormde massasymbool, uitgedrukt in de twee samenstellende massa's. Daartoe denken we deze beide massa's  $m_1$  en  $m_2$  verbonden in een eenvoudig circuit, zóó dat op beide een kracht  $f$  werkt, dan geldt voor de absolute verplaatsingen:

$$f = m_1 \ddot{x}_1$$

en  $f = -m_2 \ddot{x}_2$

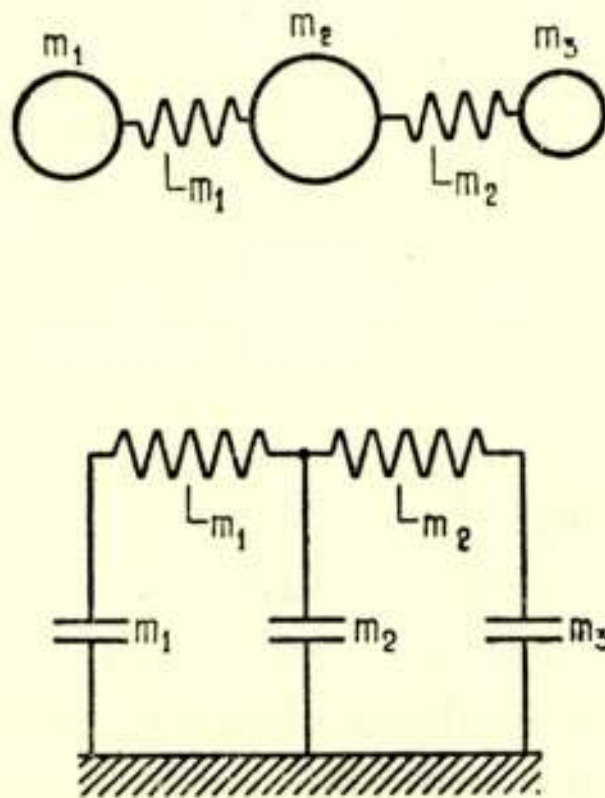
Daar we ons voor de relatieve verplaatsing  $x_{1,2}$  interesseeren leiden we hieruit af:

$$\ddot{x}_{1,2} = \ddot{x}_1 - \ddot{x}_2 = f \left( \frac{1}{m_1} + \frac{1}{m_2} \right) = f \cdot \frac{m_1 + m_2}{m_1 m_2} = \frac{f}{m},$$

waarin dan  $m = \frac{m_1 m_2}{m_1 + m_2}$  de waarde van ons massasymbool

wordt. Voor  $m_1 = m_2$  wordt dit  $m = \frac{m_1}{2}$ , voor  $m_2 = \infty$ :

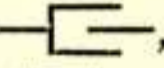
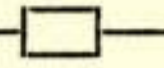
$m = m_1$ .



Figuur 2.

Dit laatste geval verduidelijkt tevens de beteekenis van de hierboven gevonden uitdrukking  $\frac{1}{m} = \frac{1}{m_1} + \frac{1}{m_2}$ ; deze wil niet anders zeggen, dan dat men in de hier gebruikte beteekenis een „massa”, opgebouwd uit een tweetal massa's  $m_1$  en  $m_2$ , te allen



tijde vervangen kan denken door de serieschakeling van elk dier massa's gecombineerd met de oneindig groote aardmassa. En dit vooral is van groote waarde bij het zich voorstellen van mechanische schakelingen. Als voorbeeld moge fig. 2 dienen. Over de trillingseigenschappen van een gekoppeld systeem, als in de bovenste figuur aangegeven, heeft men als electrotechnicus onmiddellijk een inzicht als men het daaronder aangegeven mechanische schema ziet. Daarin is, op voorstel van Hecht, als massasymbool hetzelfde teeken als voor een capaciteit gebruikt; voor een mechanischen weerstand het teeken , dat sterk doet denken aan het gebruikelijke teeken  voor een electrischen weerstand.

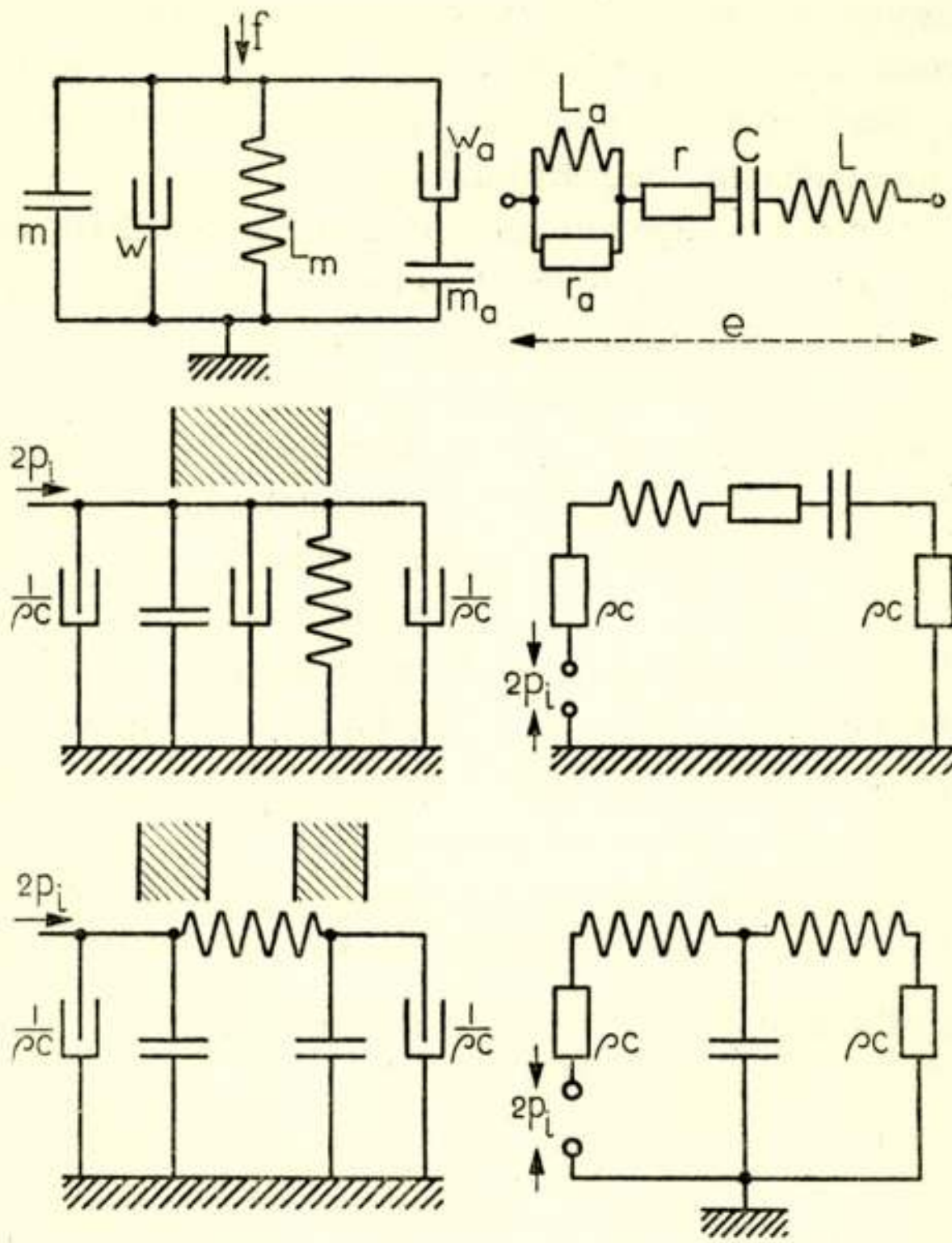
Na de hierboven gegeven min of meer gedetailleerde toelichting is het niet noodig nog veel nader uit te leggen in de volgende lijst van analogieën:

<i>Mechanisch</i>		<i>Electrisch</i>	
kracht	$f$	stroomsterkte	$i$
snelheid	$v$	spanning	$e$
massa	$m$	capaciteit	$C$
elasticiteit	$L_m$	zelfinductie	$L$
weerstand	$w$	geleidingsvermogen	$g$
„glijding”	$\frac{I}{w}$	weerstand	$r$
mech. impedantie	$\frac{f}{v}$	admittantie	$\frac{i}{e}$
bewegelijkheid	$\frac{f}{v}$	impedantie	$\frac{e}{i}$
kin. energie	$\frac{I}{2}mv^2$	electr. energie	$\frac{I}{2}Ce^2$
pot. energie	$\frac{I}{2}L_m f^2$	magn. energie	$\frac{I}{2}Li^2$

Daaraan zouden nog eenige toegevoegd kunnen worden, maar daartegenover staan in elk der beide groepen begrippen, waarvoor in de andere groep geen analogieën te vinden zijn, wat ons er voor moge behoeden in dit systeem meer te zien dan een voor een bepaalde groep verschijnselen doelmatiger symboliek, zooals we trouwens op zuiver electrisch gebied reeds gewend zijn aan het naast elkaar gebruiken van duale schakelingen waarin zuiver mathematisch bezien de rollen van stroom en spanning, enz. verwisseld zijn.



Tot slot nog als toelichting in fig. 3 een drietal schematische voorstellingen, rechts als gangbare vervangingsschema's <sup>2)</sup>, links volgens de hier besproken methode. Het bovenste tweetal geeft het mechanische gedeelte weer van een luidspreker in een groote plaat, wat ook weer het eenvoudigst toegelicht kan worden aan de hand van het linker schema: op den parallelkring, ge-



Figuur 3.

vormd door de elasticiteit  $L_m$ , de massa  $m$  en den dempingsweerstand  $w$  van den eigenlijken luidspreker, staat parallel een luchtimpedantie, die in dit geval als serieschakeling van een meebewegende luchtmassa  $m_a$  en een stralingsweerstand  $w_a$  kan worden weergegeven. In het elektrische vervangingsschema rechts kan de constructieve opbouw van een luidspreker veel moeilijker herkend worden.



Evenzoo is het bij het middelste tweetal, voorstellend het mechanisch circuit, waarin men een stuk muur ter grootte van de oppervlakte-eenheid opgenomen kan denken wanneer er een geluidsgolf met geluidsdruk  $p_i$  op valt. Als trillingssysteem kan de muur het eenvoudigst voorgesteld worden door een parallelschakeling van massa, elasticiteit en weerstand, samen vormend de specifieke bewegelijkheid van de muur. Links en rechts is deze belast met de specifieke bewegelijkheid van de lucht, terwijl de energie schijnt te worden aangevoerd van een energiebron met een constanten druk  $2p_i$  (vlak voor een volkomen starre muur, dus met bewegelijkheid = 0 loopt de geluidsdruk op tot  $2p_i$ ). Rechts is het vervangingsschema gegeven volgens de gangbare methode.

En in het derde tweetal dezelfde schema's voor een spouwmuur, wanneer de lucht tusschen de beide muren afgesloten is en dus als elasticiteit fungeert, terwijl bovendien de frequentie zoo hoog is, dat voornamelijk de massa van de muren een rol speelt. Ofschoon de filtereigenschappen van een dergelijke muur natuurlijk uit beide schema's even gemakkelijk zijn af te leiden sluit het linker schema weer beter aan de constructieve opbouw aan.

En dit is in het algemeen het groote voordeel van deze methode, die, als men het nauwkeurig beschouwt, eigenlijk analogie-overwegingen overbodig maakt: tot zijn ware proporties teruggebracht is hier eigenlijk niet anders mee gebracht dan een doelmatiger schematizeering van mechanische constructies, zóó dat we in staat zijn daarvan met hetzelfde gemak als bij de verwante elektrische bouwsels de eigenschappen te overzien. De enorme ervaringen in de electrotechniek opgedaan zullen daar dan wel steeds dankbaar als leiddraad gebruikt worden.

- Litteratuur: 1) H. Hecht. Schaltschemata und Differentialgleichungen elektrischer und mechanischer Schwingungsgebilde. Leipzig 1939.
- 2) De figuren zijn gedeeltelijk ontleend aan het verslag van den impedantiedag der Geluidstichting op 27 Nov. 1941 te Delft.



## DISCUSSIE

Prof. Elias: Bij toepassing van de vergelijkingen van Lagrange op electromagnetische verschijnselen hangt de analogie tusschen de energieën in beide gevallen af van de keuze der variabelen. Is dit hier ook het geval?

Deze vraag werd tot op zekere hoogte beantwoord door de slotopmerking van den heer Tellegen.

Ir. Stieltjes: Als men de analogie doortrekt is een hoeveelheid van beweging analoog met een lading, een uitwijking met een flux, maar is er iets analoog aan een circuit dat zich  $n$  maal slingert om dezelfde flux?

Ir. Piket: De analogie uitwijking-flux vindt men reeds door gebruik te maken van de wet van Faraday. Deze te willen doortrekken op mechanisch gebied lijkt spreker een voorbeeld van te ver doorgevoerde analogieën.

Ir. Siezen: Wat is het mechanisch æquivalent van de wederzijdsche inductie? Hoe zou b.v. een transformator mechanisch voorgesteld kunnen worden?

Antwoord: Door een wederzijdsche inductie als koppelorgaan tusschen twee circuits wordt in het eene circuit een spanning opgewekt evenredig met den stroom in het andere circuit en daarmee  $90^\circ$  in fase verschoven. Iets dergelijks, maar eigenlijk meer beantwoordend aan de vervangingschakeling voor een transformator, kunnen we vrij vaak tegenkomen, o.a. in de akoestiek bij twee Helmholtz-resonatoren, die door een derde onderling gekoppeld zijn. Voor het typisch kenmerk van een wederzijdsche inductie: twee electricch volkomen gescheiden circuits, gekoppeld door een magnetische flux, is waarschijnlijk geen goed mechanisch analogon (zie boven) aan te geven.

Dr. Koch merkt in dit verband op, dat een hefboom een mechanisch analogon van een transformator is; weliswaar tevens van een gelijkstroomtransformator, die weer geen nauwkeurig electricch analogon heeft.

Ir. Tellegen merkt tenslotte op: 1) De toevoeging snelheid aan stroom, enz., die tot nu toe de meest gebruikte is, is afkomstig van het feit, dat Maxwell, bij zijn pogingen om aan de electriciteitstheorie een mechanischen grondslag te geven, de electricche energie als potentieele, de magnetische energie als kinetische beschouwde. Daar deze beschouwingen hun oorspronkelijke beteekenis verloren hebben, is er uit dit oogpunt geen bezwaar meer om een andere toevoeging van electricche aan mechanische grootheden te gebruiken.

2) Bij de meeste electricche of mechanische systemen kan men naar believen elk der beide analogieën gebruiken om een daarmee overeenkomend mechanisch of electricch systeem na te construeeren. Bij gecombineerde electricch-mechanische systemen is dit niet meer het geval. Bij electrostatische en piëzoelectricche systemen kan men slechts tot een volledig electricch of mechanisch vervangingsschema komen door de toevoeging snelheid aan stroom, enz.; bij electromagnetische, electrodynamicche



of magnetostrictieve systemen lukt dit slechts bij de toevoeging kracht aan stroom, enz.

3) Wanneer aan een mechanisch systeem op de twee wijzen een elektrisch systeem wordt toegevoegd, zijn deze laatste ten opzichte van elkaar dual, in den zin zooals door mij vroeger werd uiteengezet \*). Nu zijn er echter elektrische systemen, welke geen dual systeem bezitten, doordat zij niet in een plat vlak te teekenen zijn zonder kruisingen. In dit geval is het waarschijnlijk alleen mogelijk om met behulp van de analogie van kracht met stroomsterkte hieraan een mechanisch systeem toe te voegen.

---

\*) Tijdschrift Ned. Radiogenootschap 9, 37, 1941.







# DE DIODE ALS MENGBUIS EN ALS DETECTOR

door

J. HAANTJES en B. D. H. TELLEGEN

*Natuurkundig Laboratorium der N.V. Philips'  
Gloeilampenfabrieken, Eindhoven — Holland*

*Voordracht gehouden voor het Nederlandsch Radiogenootschap door  
J. Haantjes op 4 Juni 1945.*

## *Samenvatting.*

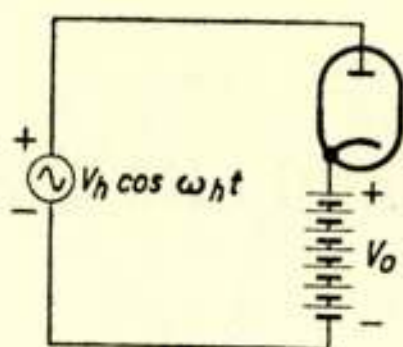
De stroom door een diode, waarop behalve een wisselspanning en een gelijkspanning nog een kleine extra spanning  $v$  staat, is te ontwikkelen in een machtreeks naar  $v$ , waarvan de coëfficiënten Fourierreeksen zijn. De grootte van deze coëfficiënten wordt berekend voor een diode, welke in de doorlaatrichting een lineaire karakteristiek heeft. Door ons te beperken tot de in  $v$  lineaire term kunnen vierpoolvergelijkingen en vervangingsschema's voor de diode als mengbuis en als detector worden opgesteld. Uit deze vervangingsschema's zijn verschillende eigenschappen en grootheden af te leiden. Ook de ruisch van de diode als mengbuis is met behulp van het vervangingsschema voor te stellen. Zoowel bij menging als bij detectie blijkt het gunstig aan de diode een kleine inwendige weerstand te geven.

### 1. *De algemeene uitdrukking voor de diodestroom.*

In dit artikel zullen de eigenschappen van de diode als mengbuis en als detector worden onderzocht. In beide gevallen staan op de diode in de eerste plaats een wisselspanning  $V_k \cos \omega_k t$  en een gelijkspanning  $V_o$  (fig. 1). Wordt de diode als mengbuis gebruikt, dan komt deze wisselspanning overeen met de oscillatorspanning; wordt zij als detector gebruikt, dan komt deze spanning overeen met de spanning van de draaggolf. De spanning op de diode,  $v_d$ , is dan gelijk aan  $V_k \cos \omega_k t - V_o$ . De



stroom door de diode,  $i_d$ , zal periodiek met de tijd veranderen en wel met de hoekfrequentie  $\omega_h$ . Beperken wij ons tot frequenties, waarbij de invloed van de eindige looptijd der electronen kan



Figuur 1.

Diodeketen met wisselspanning en gelijkspanning; door toevoeging van + en - is de zin aangeduid, waarin de spanningen positief worden gerekend.

worden verwaarloosd, dan zal de stroom, evenals de spanning, een even functie van de tijd zijn en dus voor te stellen zijn door de Fourierontwikkeling

$$i_d = i_o + i_1 \cos \omega_h t + i_2 \cos 2 \omega_h t + \dots + i_n \cos n \omega_h t + \dots, \quad (1)$$

waarin

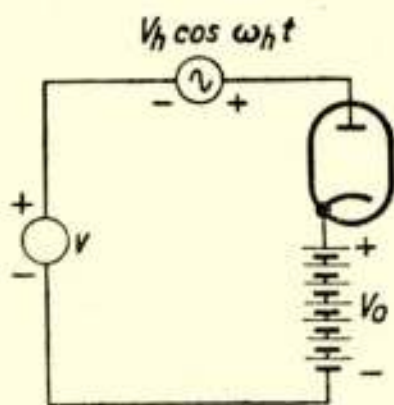
$$i_o = \frac{I}{2\pi} \int_{-\pi}^{+\pi} i_d d\omega_h t$$

en

$$i_n (n \geq 1) = \frac{I}{\pi} \int_{-\pi}^{+\pi} i_d \cos n \omega_h t d\omega_h t.$$

De grootheden  $i_o, i_1, \dots, i_n, \dots$  zullen afhangen van  $V_h$ , van  $V_o$  en van de karakteristiek van de diode.

Brengt men een kleine variatie in de gelijkspanning  $V_o$  aan, dan



Figuur 2.

Diodeketen, waarin bovendien een kleine extra spanning is aangebracht.

kan men de grootte van de diodestroom in een reeks van Taylor ontwikkelen naar deze variatie  $\Delta V_o$ . In fig. 2 is deze variatie van de



voorspanning afzonderlijk aangegeven door de extra spanning  $v$ . De polariteit is zoodanig gekozen, dat

$$\Delta V_o = -v. \quad (2)$$

De reeksontwikkeling wordt dan

$$\begin{aligned} i_d = & i_o - \frac{d i_o}{d V_o} v + \frac{1}{2!} \frac{d^2 i_o}{d V_o^2} v^2 - \frac{1}{3!} \frac{d^3 i_o}{d V_o^3} v^3 + \dots \\ & + \left( i_1 - \frac{d i_1}{d V_o} v + \frac{1}{2!} \frac{d^2 i_1}{d V_o^2} v^2 - \frac{1}{3!} \frac{d^3 i_1}{d V_o^3} v^3 + \dots \right) \cos \omega_h t + \\ & + \dots \\ & + \left( i_n - \frac{d i_n}{d V_o} v + \frac{1}{2!} \frac{d^2 i_n}{d V_o^2} v^2 - \frac{1}{3!} \frac{d^3 i_n}{d V_o^3} v^3 + \dots \right) \cos n \omega_h t + \dots \end{aligned} \quad (3)$$

De coëfficiënten van (3) kunnen dus uit die van (1) worden berekend. Men kan (3) nog rangschikken naar opklimmende machten van  $v$ , waardoor deze de vorm aanneemt

$$\begin{aligned} i_d = & A_o + A_1 \cos \omega_h t + A_2 \cos 2 \omega_h t + \dots + A_n \cos n \omega_h t + \dots \\ & + (a_o + a_1 \cos \omega_h t + a_2 \cos 2 \omega_h t + \dots + a_n \cos n \omega_h t + \dots) v + \\ & + (\beta_o + \beta_1 \cos \omega_h t + \beta_2 \cos 2 \omega_h t + \dots + \beta_n \cos n \omega_h t + \dots) v^2 + \\ & + (\gamma_o + \dots + \gamma_n \cos n \omega_h t + \dots) v^3 + \dots \end{aligned} \quad (4)$$

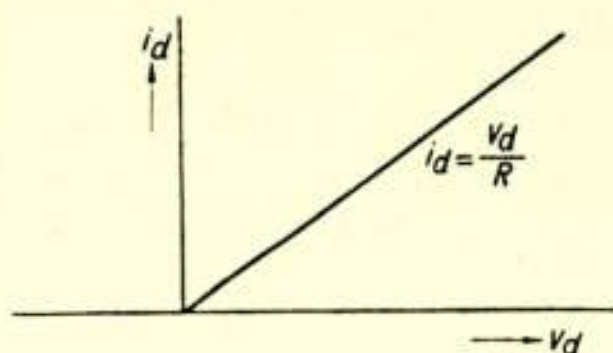
Deze uitdrukking blijft nu juist, wanneer  $v$  een wisselspanning is. De momenteele waarde van de stroom door de diode wordt immers, zoolang de invloed van de looptijd der electronen mag worden verwaarloosd, uitsluitend bepaald door de momenteele waarde van de spanning op de diode. Wanneer in (4) dus voor  $v$  de momenteele waarde van de wisselspanning wordt gesubstitueerd, wordt de juiste waarde van de diodestroom verkregen. Van uitdrukking (4) voor de diodestroom zal dan ook verder gebruik worden gemaakt.

## 2. De diode met een lineaire karakteristiek.

Om een indruk te krijgen van de grootte van de in (4) op-



tredende coëfficiënten zullen deze voor een bepaald geval worden berekend en wel voor een diode, die in de doorlaatrichting een constante inwendige weerstand  $R$  en in de tegengestelde richting een oneindig hoge inwendige weerstand heeft (fig. 3). Wordt



Figuur 3.

Lineaire diodekarakteristiek.

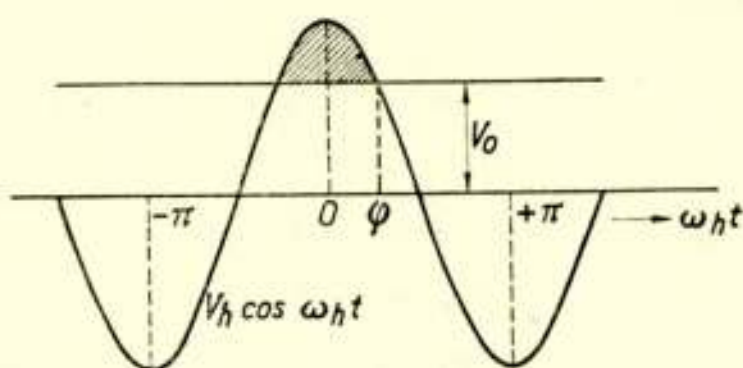
een dergelijke diode in de keten van fig. 1 geplaatst, dan is

$$i_d = \frac{V_h \cos \omega_h t - V_o}{R} \quad \text{voor} \quad V_h \cos \omega_h t > V_o \quad \left. \vphantom{i_d} \right\} \quad (5)$$

en

$$i_d = 0 \quad \text{voor} \quad V_h \cos \omega_h t < V_o.$$

In fig. 4 is de spanning op de diode als functie van de tijd weergegeven. De stroom is evenredig met de hoogte van het gearceerde oppervlak, die de grootte  $V_h \cos \omega_h t - V_o$  weergeeft voor de tijden, dat deze positief is. Om de berekening te vereenvoudigen wordt een hulphoek  $\varphi$  ingevoerd, die bepaald



Figuur 4.

De spanning op de diode.

wordt door de waarden van  $\omega_h t$ , waarvoor de stroom nul wordt, dus door

$$V_o = V_h \cos \varphi. \quad (6)$$

De gezochte Fouriercoëfficiënten worden dan



$$\begin{aligned}
 i_o &= \frac{I}{2\pi} \int_{-\pi}^{+\pi} i_d d\omega_h t = \frac{I}{\pi} \int_0^\varphi \frac{V_h \cos \omega_h t - V_o}{R} d\omega_h t = \\
 &= -\frac{I}{\pi} \int_0^\varphi \frac{V_h (\cos \omega_h t - \cos \varphi)}{R} d\omega_h t = \frac{V_h}{\pi R} \left| \sin \omega_h t - \omega_h t \cos \varphi \right|_{\omega_h t=0}^{\omega_h t=\varphi} = \\
 &= \frac{V_h}{\pi R} (\sin \varphi - \varphi \cos \varphi).
 \end{aligned}$$

Door overeenkomstige berekeningen wordt gevonden

$$\begin{aligned}
 i_1 &= \frac{V_h}{\pi R} \left( \varphi - \frac{\sin 2\varphi}{2} \right), \\
 i_n (n \geq 2) &= \frac{V_h}{\pi R} \left\{ \frac{\sin (n-1)\varphi}{n(n-1)} - \frac{\sin (n+1)\varphi}{n(n+1)} \right\}.
 \end{aligned}$$

De coëfficiënten van reeks (1) zijn hiermede dus voor dit geval bepaald. Thans kunnen de coëfficiënten van reeks (4) worden bepaald. De  $A$ 's zijn identiek met de reeds berekende waarden van de  $i$ 's. De coëfficiënten  $\alpha$  berekent men als volgt:

$$\begin{aligned}
 \alpha_o &= -\frac{d i_o}{d V_o} = -\frac{d i_o}{d (V_h \cos \varphi)} = \frac{I}{V_h \sin \varphi} \frac{d i_o}{d \varphi} = \\
 &= \frac{I}{V_h \sin \varphi} \frac{V_h}{\pi R} (\cos \varphi - \cos \varphi + \varphi \sin \varphi) = \frac{\varphi}{\pi R}.
 \end{aligned}$$

Overeenkomstig wordt gevonden

$$\alpha_n (n \geq 1) = -\frac{d i_n}{d V_o} = \frac{2 \sin n \varphi}{n \pi R}.$$

Op analoge wijze kan men ook de  $\beta$ - en de  $\gamma$ -coëfficiënten bepalen. Het resultaat ziet er tenslotte als volgt uit:



$$A_0 = \frac{V_h}{\pi R} (\sin \varphi - \varphi \cos \varphi),$$

$$A_1 = \frac{V_h}{\pi R} \left( \varphi - \frac{\sin 2 \varphi}{2} \right),$$

$$A_n (n \geq 2) = \frac{V_h}{\pi R} \left\{ \frac{\sin (n-1) \varphi}{n(n-1)} - \frac{\sin (n+1) \varphi}{n(n+1)} \right\},$$

$$\alpha_0 = \frac{\varphi}{\pi R},$$

$$\alpha_n (n \geq 1) = \frac{2 \sin n \varphi}{n \pi R},$$

$$\beta_0 = \frac{1}{2 \pi R V_h} \frac{1}{\sin \varphi},$$

$$\beta_n (n \geq 1) = \frac{1}{\pi R V_h} \frac{\cos n \varphi}{\sin \varphi},$$

$$\gamma_0 = - \frac{1}{6 \pi R V_h^2} \frac{\cos \varphi}{\sin^3 \varphi},$$

$$\gamma_n (n \geq 1) = - \frac{1}{6 \pi R V_h^2} \frac{(n+1) \cos (n-1) \varphi - (n-1) \cos (n+1) \varphi}{\sin^3 \varphi}.$$

(7)

Men kan aan deze coëfficiënten opmerken, dat de  $A$ 's evenredig met  $V_h$  zijn, de  $\alpha$ 's  $V_h$  niet bevatten, terwijl de  $\beta$ 's omgekeerd evenredig met  $V_h$  en de  $\gamma$ 's omgekeerd evenredig met  $V_h^2$  zijn. Wanneer men de diode als mengbuis of als detector wil gebruiken, zijn hiervoor in de eerste plaats de  $\alpha$ 's van belang. De termen met  $\beta$  en  $\gamma$  veroorzaken in het algemeen ongewenschte niet-lineaire effecten. Bij een gegeven  $\varphi$  en  $v$  zal een vergrooting van  $V_h$  de grootte dezer effecten dus verminderen.

### 3. De vervanging van de gelijkspanningsbron door een capacitef overbrugde weerstand.

Men kan de gelijkspanningsbron  $V_0$  van fig. 1 en 2 vervangen door een weerstand  $R_0$ , die door een groote capaciteit is overbrugd, zoodat alleen gelijkstroomweerstand overblijft. Daar de gelijkstroom door de diode  $A_0$  bedraagt, wordt de gelijkspanning dan



$$V_o = A_o R_o = \frac{V_h R_o}{\pi R} (\sin \varphi - \varphi \cos \varphi) = V_h \cos \varphi,$$

dus

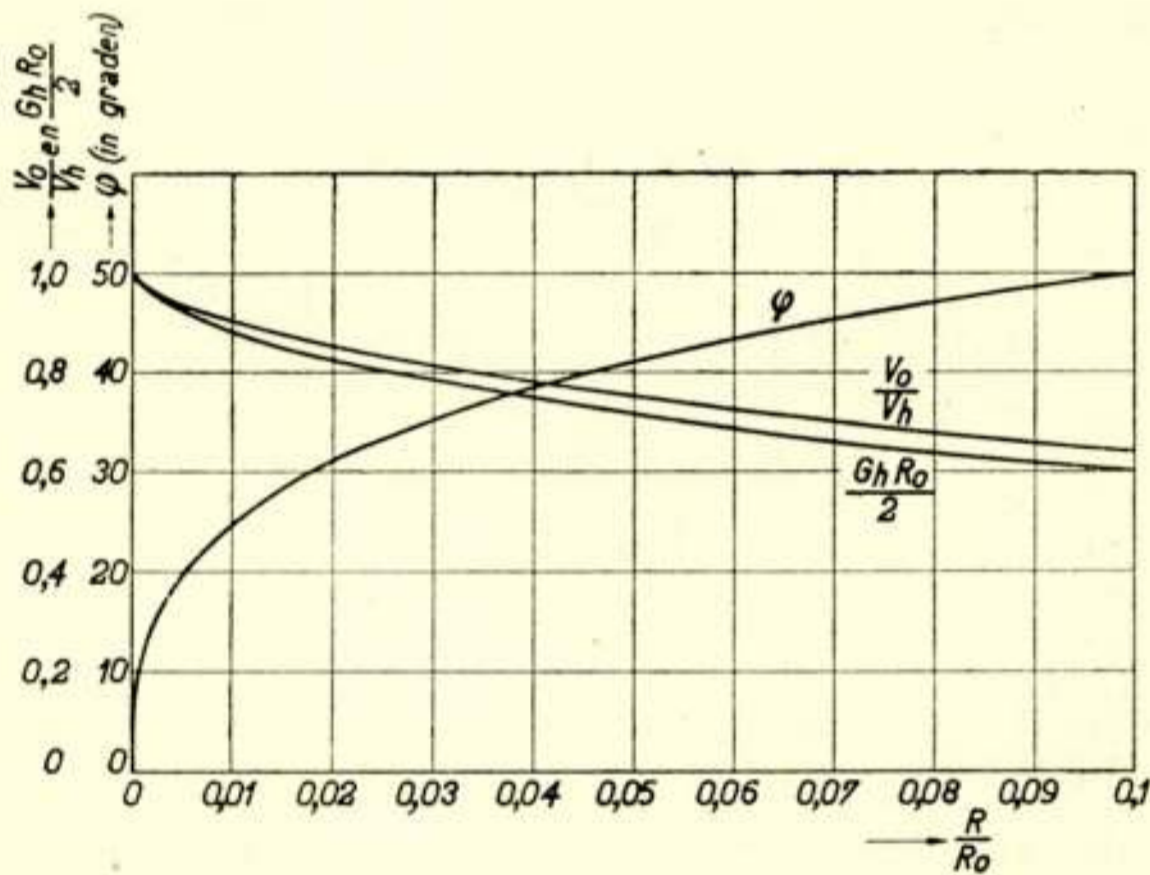
$$\operatorname{tg} \varphi - \varphi = \frac{\pi R}{R_o}, \quad (8)$$

waarmede het verband tusschen  $R$ ,  $R_o$  en  $\varphi$  is vastgelegd.

De stroom van de frequentie  $\omega_h$  bedraagt  $A_1 \cos \omega_h t$ . De geleiding  $G_h$ , welke de diode voor deze frequentie vormt, bedraagt dus

$$G_h = \frac{A_1}{V_h} = \frac{I}{\pi R} \left( \varphi - \frac{\sin 2\varphi}{2} \right). \quad (9)$$

De stroomen van de frequenties  $n\omega_h$  ( $n \geq 2$ ) interesseeren ons weinig. Wij willen veronderstellen, dat daarvoor geen impedan-



Figuur 5.

De hoek  $\varphi$ , de gelijkspanning  $V_o$  en de geleiding  $G_h$  als functies van  $R/R_o$ .

ties in de diodeketen aanwezig zijn, zoodat deze geen spanningen van die frequenties doen ontstaan.

Met (8), (6) en (9) zijn  $\varphi$ ,  $V_o/V_h$  en  $G_h R_o/2$  te berekenen als functies van  $R/R_o$ . Deze zijn geteekend in fig. 5. Opvallend is, dat bij zeer kleine waarden van  $R/R_o$  de  $\varphi$  reeds betrekkelijk groote waarden aanneemt. Voor  $R/R_o = 0,01$  bijv. is  $\varphi$  reeds  $25^\circ$ ;  $V_o/V_h$  en  $G_h R_o/2$  zijn daarbij ongeveer 10% kleiner dan bij  $R = 0$ . Voor kleine waarden van  $R/R_o$  geldt bij benadering



$$\varphi \approx \left(\frac{3\pi R}{R_o}\right)^{1/3} \left\{ I - \frac{2}{15} \left(\frac{3\pi R}{R_o}\right)^{2/3} \right\},$$

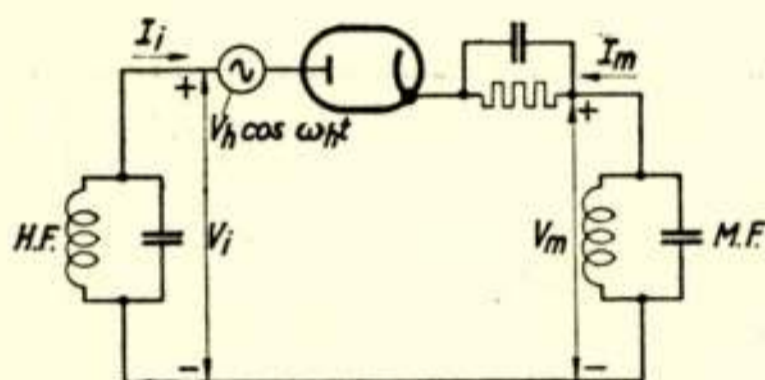
$$G_h \approx \frac{2}{R_o} \left\{ I - \frac{3}{5} \left(\frac{3\pi R}{R_o}\right)^{2/3} \right\},$$

$$V_o \approx V_h \left\{ I - \frac{1}{2} \left(\frac{3\pi R}{R_o}\right)^{2/3} \right\}.$$

## DE DIODE ALS MENGBUIS

### 4. Het vervangingschema van de diode als mengbuis.

Wil men de diode als mengbuis gebruiken, dan wordt, zooals in fig. 6 is aangegeven, in de diodeketen een hoogfrequentkring aangebracht, afgestemd op het signaal, waaraan signaalspanning wordt toegevoerd, en een middelfrequentkring, waarop de door conversie ontstane middelfrequentstroom een middelfrequentspanning doet ontstaan. De diode met oscillatorspan-



Figuur 6.

Diodemengschakeling.

ning en gelijkspanning kan nu opgevat worden als een vierpool, waardoor H.F.kring en M.F.kring met elkaar zijn gekoppeld. De vergelijkingen van deze vierpool willen wij opstellen.

Brengt men op de diode een kleine signaalspanning van de frequentie  $\omega_i$  aan, dan zijn in de diodestroom  $i_d$  in de eerste plaats de termen met de  $a$ 's van belang. Deze bevatten behalve een component met de frequentie  $\omega_i$  ook componenten met de frequenties  $\omega_h \pm \omega_i$ ,  $2\omega_h \pm \omega_i$ , enz. Daar wij alleen willen letten op het gedrag van de schakeling voor de signaalfrequentie en voor de frequenties  $\omega_h \pm \omega_i$ , kunnen wij ons beperken tot de termen met  $a_o$  en  $a_1$  uit (4) en dus schrijven

$$i_d = (a_o + a_1 \cos \omega_h t) v. \quad (10)$$

De spanning  $v$  op de diode bestaat uit H.F.spanning en M.F.spanning. Is de H.F.spanning  $V_i \cos (\omega_i t + \varphi_i)$  en de M.F.



spanning  $V_m \cos(\omega_m t + \varphi_m)$ , dan is (zie voor het teeken fig. 6)

$$v = V_i \cos(\omega_i t + \varphi_i) - V_m \cos(\omega_m t + \varphi_m).$$

In de ingangsstroom interesseeren ons alleen de frequenties in de omgeving van de signaalfrequentie  $\omega_i$  (amplitude  $I_i$ , fase  $\psi_i$ ) en in de uitgangsstroom alleen de frequenties in de omgeving van de middelfrequentie  $\omega_m$  (amplitude  $I_m$ , fase  $\psi_m$ ). Wij willen nl. veronderstellen, dat voor de andere frequenties in de diodestroom geen impedanties in ingangs- of uitgangsketen aanwezig zijn, zoodat deze geen spanningen doen ontstaan. In het bijzonder zien wij af van de impedantie, welke de H.F.kring nog zou kunnen vertoonen voor de z.g. spiegelfrequentie  $2\omega_h - \omega_i$ .

Door de termen met de frequenties  $\omega_i$  en  $\omega_m$  afzonderlijk te beschouwen krijgt men uit (10) twee nieuwe vergelijkingen. Wij veronderstellen eerst, dat  $\omega_m = \omega_i \pm \omega_h$ . Voor de ingangsstroom geldt dan

$$\begin{aligned} I_i \cos(\omega_i t + \psi_i) &= \alpha_o V_i \cos(\omega_i t + \varphi_i) - \left\{ \alpha_1 \cos \omega_h t V_m \cos(\omega_m t + \varphi_m) \right\} = \\ &\text{freq. } \omega_i \\ &= \alpha_o V_i \cos(\omega_i t + \varphi_i) - \frac{\alpha_1}{2} V_m \cos(\omega_i t + \varphi_m). \end{aligned}$$

Voor de uitgangsstroom geldt

$$\begin{aligned} -I_m \cos(\omega_m t + \psi_m) &= -\alpha_o V_m \cos(\omega_m t + \varphi_m) + \left\{ \alpha_1 \cos \omega_h t V_i \cos(\omega_i t + \varphi_i) \right\} = \\ &\text{freq. } \omega_m \\ &= -\alpha_o V_m \cos(\omega_m t + \varphi_m) + \frac{\alpha_1}{2} V_i \cos(\omega_m t + \varphi_i). \end{aligned}$$

De beide vergelijkingen kunnen worden geschreven in de vorm

$$\left. \begin{aligned} I_i &= \alpha_o V_i - \frac{\alpha_1}{2} V_m, \\ I_m &= -\frac{\alpha_1}{2} V_i + \alpha_o V_m, \end{aligned} \right\} \quad (11)$$

waarin tot de complexe schrijfwijze voor de wisselstroomgrootheden is overgegaan. De vergelijkingen (11) geven een verband tusschen de verschillende amplituden en fasen en bevatten de frequentie niet. Ze zijn geheel analoog aan de vergelijkingen van een vierpool, hoewel ze hier verband leggen tusschen amplituden en fasen van verschillende frequenties. We kunnen deze vergelijkingen opvatten als de vierpoolvergelijkingen van de mengschakeling. Deze vierpool is voor te stellen door drie



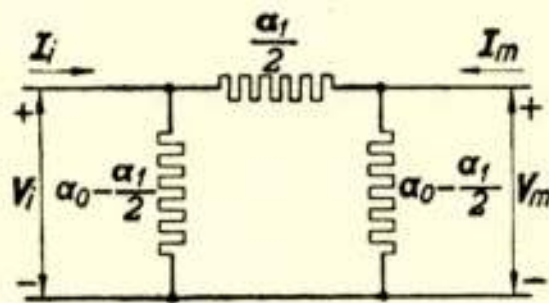
geleidingen, die in een driehoek zijn geschakeld (fig. 7).

Voor het geval, dat  $\omega_m = \omega_h - \omega_p$  ondergaat de berekening een kleine wijziging. De vergelijkingen voor de signaalstroom en de middelfrequentstroom zijn in dit geval

$$I_i \cos(\omega_i t + \psi_i) = \alpha_o V_i \cos(\omega_i t + \varphi_i) - \frac{\alpha_r}{2} V_m \cos(\omega_i t - \varphi_m)$$

en

$$-I_m \cos(\omega_m t + \psi_m) = -\alpha_o V_m \cos(\omega_m t + \varphi_m) + \frac{\alpha_r}{2} V_i \cos(\omega_m t - \varphi_i).$$



Figuur 7.

Vervangingschema van de diodemengbuis.

De fasehoeken van de door conversie ontstane stroomen zijn van teeken omgedraaid. Wanneer tot de complexe schrijfwijze wordt overgegaan, moeten voor deze componenten dus de toegevoegd complexe grootheden worden gebruikt, die met een ster zullen worden aangeduid. In plaats van (11) ontstaat dus nu

$$\left. \begin{aligned} I_i &= \alpha_o V_i - \frac{\alpha_r}{2} V_m^* \\ I_m &= -\frac{\alpha_r}{2} V_i^* + \alpha_o V_m \end{aligned} \right\}$$

In de laatste vergelijking kunnen alle grootheden ook door hun toegevoegd complexe worden vervangen, waarna ontstaat

$$\left. \begin{aligned} I_i &= \alpha_o V_i - \frac{\alpha_r}{2} V_m^* \\ I_m^* &= -\frac{\alpha_r}{2} V_i + \alpha_o V_m^* \end{aligned} \right\} \quad (12)$$

Uit (12) blijkt, dat ook nu het vervangingschema van fig. 7 mag worden gebruikt, mits wij aan de uitgangsklemmen de stroom en de spanning vervangen door de toegevoegd complexe waarden.

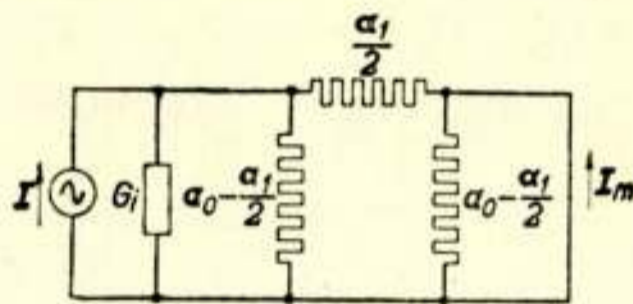


5. *Gebruik van het vervangingsschema voor de berekening van eenige grootheden.*

Uit het vervangingsschema van fig. 7 kunnen nu onmiddellijk allerlei grootheden worden afgeleid. Zijn bijv. de uitgangsklemmen aangesloten op een middelfrequentkring met een geleiding  $G_m$ , dan bedraagt de *ingangsgeleiding* voor de signaalfrequentie

$$\alpha_o - \frac{\alpha_1}{2} + \frac{\alpha_1/2 (\alpha_o - \alpha_1/2 + G_m)}{\alpha_1/2 + \alpha_o - \alpha_1/2 + G_m} = \frac{\alpha_o^2 - \alpha_1^2/4 + \alpha_o G_m}{\alpha_o + G_m} \quad (13)$$

Evenzoo bedraagt de *uitgangsgeleiding* voor de middelfrequentie,



Figuur 8.

Vervangingsschema van de mengschakeling ter berekening van de stroomconversie.

wanneer de ingangsklemmen zijn aangesloten op een hoogfrequentkring met een geleiding  $G_i$

$$\frac{\alpha_o^2 - \alpha_1^2/4 + \alpha_o G_i}{\alpha_o + G_i} \quad (14)$$

Uit het vervangingsschema blijkt eveneens, dat, wanneer op de ingangsklemmen een H.F.spanning  $V_i$  wordt aangebracht, op de middelfrequentkring een spanning ontstaat

$$V_m = \frac{\alpha_1/2}{\alpha_1/2 + \alpha_o - \alpha_1/2 + G_m} V_i,$$

zoodat gesproken kan worden van een *spanningsconversiefactor*

$$\frac{\alpha_1/2}{\alpha_o + G_m} \quad (15)$$

Wordt op de ingangsklemmen een H.F.kring aangesloten (fig. 8) en hieraan een H.F.stroom  $I$  toegevoerd, terwijl de uit-



gangsklemmen worden kortgesloten, dan ontstaat hierin een M.F.stroom

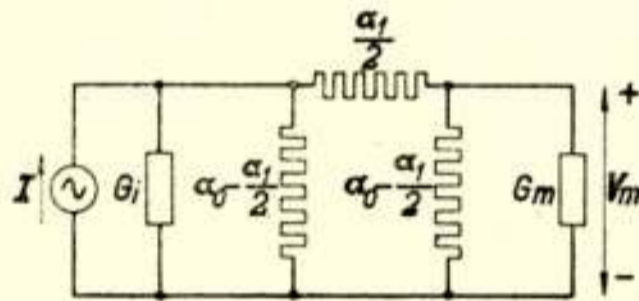
$$I_m = - \frac{\alpha_i/2}{\alpha_i/2 + \alpha_o - \alpha_i/2 + G_i} I, \quad (16)$$

zoodat gesproken kan worden van een *stroomconversiefactor*

$$F_c = \frac{\alpha_i/2}{\alpha_o + G_i}. \quad (17)$$

Wij kunnen nog vragen naar de spanning op de M.F.kring met een geleiding  $G_m$ , wanneer een H.F.stroom  $I$  wordt toegevoerd parallel aan de H.F.kring met een geleiding  $G_i$ . Met behulp van het schema van fig. 9 kan men berekenen

$$V_m = \frac{\alpha_i/2}{\alpha_o^2 - \alpha_i^2/4 + \alpha_o(G_i + G_m) + G_i G_m} I. \quad (18)$$



Figuur 9.

Vervangingsschema van de mengschakeling ter berekening van het verband tusschen uitgangsspanning en ingangsstroom.

Wanneer niet alleen wordt gelet op de frequenties, waarop de kringen zijn afgestemd, maar ook op de naburige frequenties, kan men de uitdrukkingen (13) tot en met (18) blijven gebruiken, indien daarin  $G_i$  door de admittantie  $Y_i$  wordt vervangen en indien, in het geval  $\omega_m = \omega_i \pm \omega_h$ ,  $G_m$  door de admittantie  $Y_m$  wordt vervangen en, in het geval  $\omega_m = \omega_h - \omega_i$ ,  $G_m$  door de admittantie  $Y_m^*$  wordt vervangen.

Op het eerste gezicht lijkt dit voor het laatste geval een eenigszins vreemd resultaat, doch het wordt begrijpelijk, als men het volgende bedenkt. Beschouwt men een frequentie, die hoger is dan de frequentie, waarop de H.F.kring is afgestemd, dan komt hiermede in dit geval middelfrequent overeen een frequentie, die lager is dan de frequentie, waarop de M.F.kring is afgestemd. De M.F.admittantie is voor die frequentie dus



inductief, zoodat de toegevoegd complexe hiervan weer capacitef is.

De terugwerking van de M.F.kring op de H.F.kring gedraagt zich dus steeds als een normale kring, die via het vervangings-schema van de diode met de H.F.kring is verbonden. De kring gedraagt zich daarbij, alsof zij op dezelfde frequentie is afgestemd als de H.F.kring en alsof de admittantie in de omgeving van de signaalfrequentie hetzelfde verloop heeft als die van de M.F.kring in de omgeving van de middelfrequentie. Indien men de M.F.kring opvat als een parallelschakeling van een geleiding, een capaciteit en een zelfinductie en deze bovendien een kleine relatieve bandbreedte heeft (d.w.z. bandbreedte klein t.o.v. de resonantiefrequentie), is dit te bereiken door de M.F.kring door een H.F.kring te vervangen met dezelfde geleiding en dezelfde capaciteit, maar waarvan de zelfinductie zooveel is gewijzigd, dat de kring hoogfrequent is afgestemd.

In plaats van het zoo ontstane H.F.vervangings-schema kan ook een M.F.vervangings-schema opgesteld worden door de H.F.kring op overeenkomstige wijze te vervangen door een M.F.kring.

#### 6. *De diode met een lineaire karakteristiek als mengbuis.*

Men kan zich nu afvragen, hoe de afgeleide uitdrukkingen er uitzien, wanneer voor de  $\alpha$ 's de waarden uit (7) worden gesubstitueerd en gebruik wordt gemaakt van (8). Het blijkt dan, dat in het vervangings-schema van de diode de parallelweerstand voor niet te groote waarden van  $\varphi$  bij benadering gelijk worden aan  $2 R_o$ , terwijl de serieweerstand bij benadering gelijk wordt aan  $3^{-1/3} \pi^{2/3} R^{2/3} R_o^{1/3}$ . Men zal in het algemeen de serieweerstand klein willen houden en de parallelweerstand groot. Dit beantwoordt aan een kleine waarde van  $R$  en een groote waarde van  $R_o$ . Hieruit blijkt dus, dat het steeds gunstig is om met een diode te werken, die een kleine inwendige weerstand heeft. Zijn de impedanties van de H.F.kring en de M.F.kring gegeven, dan moet men  $R_o$  dus eenerzijds zoo groot kiezen, dat de parallelweerstand niet veel invloed meer heeft; anderzijds moet men  $R_o$  niet te groot kiezen, omdat dan de serieweerstand te veel invloed krijgt.

Is men er door een juiste keuze van de diode en de weerstand  $R_o$  in geslaagd om de ideale toestand te benaderen, dan gedraagt de schakeling zich dus nagenoeg als twee kringen



parallel en nadert de ingangseleiding tot  $G_m$ , de uitgangseleiding tot  $G_i$  en naderen de beide conversiefactoren tot 1.

Men kan de invloed van een groote seriegeleiding  $G_s = \alpha_1/2$  en een kleine parallelgeleiding  $G_p = \alpha_0 - \alpha_1/2$  gemakkelijk inzien aan de hand van het vervangingsschema. Men vindt dan bij benadering de volgende uitdrukkingen:

$$\text{ingangseleiding:} \quad G_m \left( 1 - \frac{G_m}{G_s} \right) + 2 G_p, \quad (13a)$$

$$\text{uitgangseleiding:} \quad G_i \left( 1 - \frac{G_i}{G_s} \right) + 2 G_p, \quad (14a)$$

$$\text{spanningsconversiefactor:} \quad 1 - \frac{G_m}{G_s}, \quad (15a)$$

$$\text{stroomconversiefactor:} \quad 1 - \frac{G_i}{G_s}. \quad (17a)$$

Uitdrukking (18) voor de uitgangsspanning als functie van de ingangsstroom levert dan op

$$V_m \approx \frac{I}{G_i + G_m} \left( 1 - \frac{2 G_p}{G_i + G_m} - \frac{I/G_s}{I/G_i + I/G_m} \right). \quad (18a)$$

Hierin treden dus twee verliestermen op, waarvan één afkomstig is van de paralleltakken en één van de serietak.

### 7. Ruisch van de diodemengbuis.

De ruisch van een admittantie  $Y = G + jB$  kan men karakteriseeren door de ruischstroom te geven als deze admittantie is kortgesloten. De uitdrukking daarvoor luidt

$$\overline{di^2} = 4 k T G dv. \quad (19)$$

Hierin is  $k$  de constante van Boltzmann,  $T$  de absolute temperatuur en  $dv$  het beschouwde frequentiegebied.

Voor de ruischstroom van de onverzadigde diode bestaat een analoge uitdrukking <sup>1)</sup>

$$\overline{di^2} = 4 b k T_c S dv. \quad (20)$$

<sup>1)</sup> D. O. North, RCA Review 4, 441, 1940; zie ook C. J. Bakker, Physica 8, 23, 1941.



Hierin is  $T_c$  de kathodetemperatuur en  $S$  de steilheid in het punt, waar de diode is ingesteld, terwijl  $b$  een constante is, die ongeveer 0,6 bedraagt.

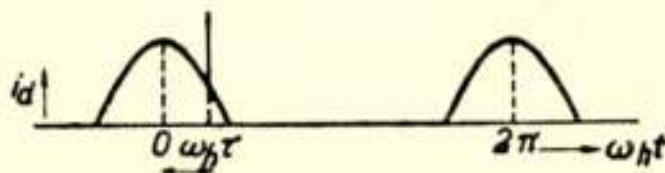
Wanneer de diode als mengbuis wordt gebruikt, is de steilheid echter niet constant, doch is volgens (4) gelijk aan

$$a_0 + a_1 \cos \omega_h t + a_2 \cos 2 \omega_h t + \dots$$

Om de ruischstroom in een bepaald frequentiegebied te weten te komen, moet van deze uitdrukking het tijdgemiddelde worden genomen. Zonder H.F. of M.F. kring in de diodeketen wordt de ruischstroom dus gegeven door

$$\overline{di^2} = 4 b k T_c a_0 dv. \quad (21)$$

Deze ruischstroom bevat zoowel H.F. als M.F.componenten. Wanneer wij een H.F.kring in de diodeketen opnemen, zal de



Figuur 10.

Stroom door de diode met ruischpiekje op  $t = \tau$ .

H.F.ruischcomponent van de diodestroom hierop H.F.ruischspanning doen ontstaan, welke door conversie weer aanleiding zal geven tot M.F.ruischstroom. Deze M.F.ruischstroom zal een zekere correlatie vertoonen met de oorspronkelijke M.F. ruischstroom van de diode.

Om deze correlatie te onderzoeken kan men eerst nagaan, wat een ruischpiekje in de diodestroom op het tijdstip  $t = \tau$  tengevolge heeft (fig. 10). Alle frequentiecomponenten zijn hierin even sterk aanwezig en hebben een maximum bij  $t = \tau$ . Wanneer de H.F.component  $a \cos \omega_i (t - \tau)$  is, zal de M.F.component dus  $-a \cos \omega_m (t - \tau)$  zijn (het mintekken treedt op, omdat wij de M.F.stroom in tegengestelde richting positief rekenen als de H.F.stroom; zie fig. 6). De H.F.diodestroom  $a \cos \omega_i (t - \tau)$  komt overeen met een aan de H.F.kring toegevoerde stroom  $I$  van  $-a \cos \omega_i (t - \tau)$  (vergelijk fig. 8). Deze stroom geeft volgens (16) en (17) aanleiding tot een M.F.stroom, waarvan de amplitude  $F_c a$  bedraagt en waarvan de fase wordt bepaald door



$$\begin{aligned}
 [\cos \omega_h t \cos \omega_i (t - \tau)] &= [\cos \{ \omega_h (t - \tau) + \omega_h \tau \} \cos \omega_i (t - \tau)] = \\
 &\text{freq. } \omega_m \qquad \qquad \qquad \text{freq. } \omega_m \\
 &= \frac{I}{2} \cos \{ \omega_m (t - \tau) \pm \omega_h \tau \}.
 \end{aligned}$$

Het plusteeken behoort bij  $\omega_m = \omega_h \pm \omega_i$ , het minteeken bij  $\omega_m = \omega_i - \omega_h$ . De beide M.F.componenten  $-a \cos \omega_m (t - \tau)$  en  $F_c a \cos \{ \omega_m (t - \tau) \pm \omega_h \tau \}$  kunnen nu worden samengesteld tot één M.F.component, waarvan het kwadraat van de amplitude volgens de cosinusregel bedraagt

$$a^2 (1 - 2 F_c \cos \omega_h \tau + F_c^2).$$

De aandeelen afkomstig van piekjes, die op verschillende tijdstippen in de diodestroom optreden, moeten nu nog worden gesommeerd. Omdat deze piekjes niet met elkaar zijn gecorreleerd, mag men de kwadraten van de amplituden sommeren. Volgens (20) is de gemiddelde waarde van  $a^2$  bij een bepaalde  $\tau$  evenredig met de momenteele waarde van de diodesteilheid. In ons geval wordt de momenteele waarde van de diodesteilheid gegeven door <sup>1)</sup>

$$a_0 + a_1 \cos \omega_h \tau + a_2 \cos 2 \omega_h \tau + \dots$$

De M.F.ruischstroom afkomstig van de diode zal dus evenredig zijn met

$$\begin{aligned}
 \frac{I}{2\pi} \int_{-\pi}^{+\pi} (a_0 + a_1 \cos \omega_h \tau + a_2 \cos 2 \omega_h \tau + \dots) (1 - 2 F_c \cos \omega_h \tau + F_c^2) d \omega_h \tau = \\
 = a_0 - a_1 F_c + a_0 F_c^2.
 \end{aligned}$$

Wanneer wij de H.F.kring kortsluiten, wordt  $F_c = 0$  en bovenstaande uitdrukking gelijk aan  $a_0$ . Hieruit volgt, dat

gemiddelde kwadraat v. d. M.F.dioderuischstroom met H.F.kring =  
gemiddelde kwadraat v. d. M.F.dioderuischstroom zonder H.F.kring

$$= I - \frac{a_1}{a_0} F_c + F_c^2. \quad (22)$$

<sup>1)</sup> Een analoge redeneering vindt men bij A. van Weel, Diss. Delft 1943, blz. 51.



De M.F.ruischstroom afkomstig van de diode wordt met H.F. kring, in verband met (21), dus bepaald door

$$\overline{di^2} = 4 b k T_c (a_o - a_r F_c + a_o F_c^2) dv. \quad (23)$$

Om na te gaan hoe groot deze ruischstroom in een bepaald geval is, blijkt het vervangingsschema ook weer van dienst te kunnen zijn. Men kan nl. gemakkelijk verifiëren, dat uitdrukking (23) voor de ruischstroom ook ontstaat, wanneer men aanneemt, dat iedere geleiding van het vervangingsschema een ruisch heeft, die behoort bij de temperatuur  $b T_c$ . Men kan dan de ruisch van iedere geleiding  $G$  voorstellen door een ruischstroom parallel aan deze geleiding, waarvan het gemiddelde kwadraat gegeven is door

$$\overline{di^2} = 4 b k T_c G dv.$$

Berekent men zoo met behulp van het vervangingsschema de ruischstroom in de kortgesloten uitgangsketen, wanneer in de ingangsketen de geleiding  $G_i$  is opgenomen, dan wordt uitdrukking (23) gevonden, wanneer men de ruischstromen van de diverse geleidingen als onafhankelijk van elkaar beschouwt. Uit dit vervangingsschema is direct duidelijk, dat de ruisch, die van de diode afkomstig is, kleiner wordt, naarmate meer de ideale toestand wordt bereikt, waarin een groote seriegeleiding en een kleine parallelgeleiding aanwezig is.

## DE DIODE ALS DETECTOR

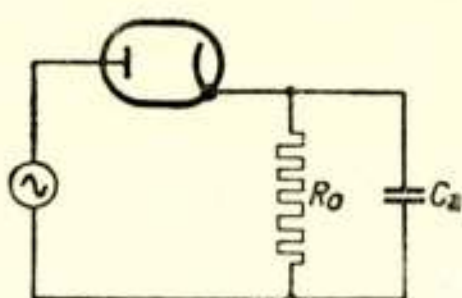
### 8. Detectie van een enkelzijbandsignaal.

Een detectiegeval, dat geheel met menging overeenkomt, krijgt men, wanneer aan de diode een spanning wordt toegevoerd, welke uit een draaggolf met één zijband bestaat. De draaggolf komt dan overeen met de oscillator, de zijband met het signaal en het door detectie ontstane L.F.signaal met het M.F.signaal. Het vervangingsschema, dat voor de menging werd afgeleid, is dus ook zonder meer hier van toepassing.

Wanneer een draaggolf van de frequentie  $\omega$  met een zijbandfrequentie  $\omega + p$  wordt gedetecteerd, zal een spanning van de frequentie  $p$  ontstaan, indien hiervoor een zekere impedantie, welke complex kan zijn, in de diodeketen aanwezig is. Nadert  $p$  tot nul, dan zal deze impedantie naderen tot de gelijkstroomweerstand  $R_o$  van de diodeketen. De H.F.terugwerking van

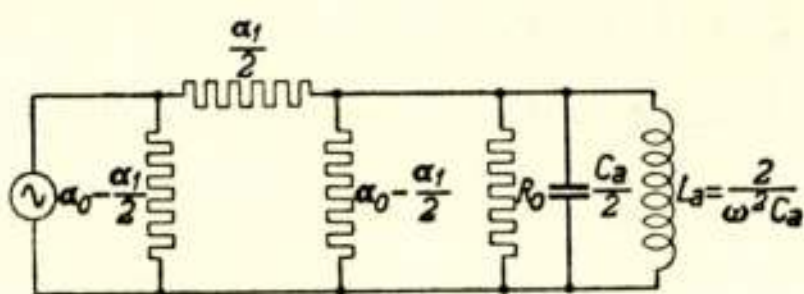


deze L.F.impedantie komt dus overeen met die van een H.F.impedantie, welke in de omgeving van de draaggolf-frequentie hetzelfde verloop naar modulus en argument heeft als de L.F.impedantie in de omgeving van de frequentie nul. De schakeling van fig. 11, waarin de L.F.impedantie bestaat



Figuur 11.  
Detectorschakeling.

uit  $R_0$  en  $C_a$  parallel, leidt zoo tot het H.F.vervangingschema van fig. 12, waarin  $C_a$  is vervangen door  $\frac{1}{2} C_a$ , die met een parallelzelfinductie op de draaggolf is afgestemd. Deze wijze om uit een L.F.impedantie een H.F.impedantie te maken is tot willekeurige L.F.impedanties uit te breiden. De regel is, dat weerstanden niet worden gewijzigd, dat capaciteiten worden gehalveerd en met parallelzelfinducties worden afgestemd en dat zelfinducties worden gehalveerd en met seriecapaciteiten worden afgestemd <sup>1)</sup>. Deze methode leidt echter alleen tot het hier gewenschte verband tusschen H.F. en L.F.impedanties, in-



Figuur 12.

Hoogfrequentvervangingschema van de schakeling van fig. 11 bij ééNZijbanddetectie.

dien het H.F.signaal een kleine relatieve bandbreedte heeft, d.w.z. indien  $p \ll \omega$ , waaraan veelal wordt voldaan.

Hebben wij te doen met een diode met een lineaire karakteristiek, dan is het vervangingschema ook juist voor de draaggolf. Vervangen wij nl. in de uitdrukking (15) voor de spanningsconversiefactor  $G_m$  door  $1/R_0$  en drukken vervolgens alle

<sup>1)</sup> V. D. Landon, Proc. Inst. Rad. Eng. **24**, 1582, 1936.

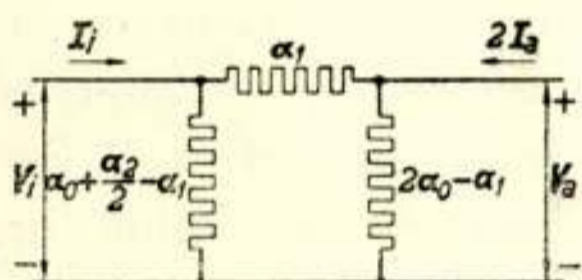


grootheden uit in  $\varphi$  en  $R$ , dan ontstaat  $\cos \varphi$ . Doen wij hetzelfde in de uitdrukking (13) voor de ingangseleiding, dan vinden wij de ingangseleiding (9) voor de draaggolf.

Bij al deze beschouwingen over éénzijdigbanddetectie hebben wij stilzwijgend verondersteld, dat in de diodeketen alleen H.F. impedanties voor de frequenties  $\omega$  en  $\omega + p$  aanwezig zijn, zoodat in de H.F. spanning op de diode alleen deze frequenties voorkomen. In het bijzonder is verondersteld, dat er geen impedantie voor de frequentie  $\omega - p$  in de diodeketen aanwezig is. In de diodestroom wordt nl. een component van de frequentie  $\omega - p$  gevormd, welke anders een spanning van deze frequentie zou doen ontstaan. Wij zullen hier verder niet op ingaan.

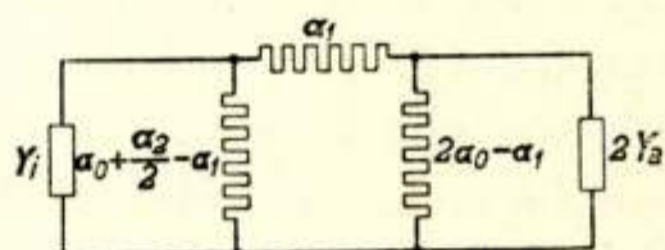
### 9. Detectie van een dubbelzijdigbandsignaal.

Voor het onderzoek van de detectie van een dubbelzijdigband-



Figuur 13.

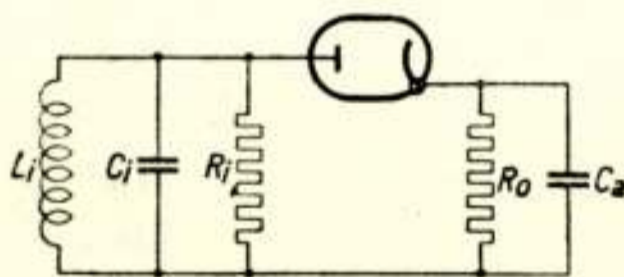
Vervangingsschema van de diode bij tweezijbanddetectie.



Figuur 14.

Vervangingsschema van de schakeling voor tweezijbanddetectie.

signaal wordt aangenomen, dat, behalve de draaggolf  $V \cos \omega t$ , het signaal  $V_i \cos (p t + \varphi_i) \cos \omega t$  aanwezig is, terwijl de L.F.



Figuur 15.

Detectorschakeling.

spanning, die ontstaat,  $V_a \cos (p t + \varphi_a)$  is. In dit geval is

$$v = V_i \cos (p t + \varphi_i) \cos \omega t - V_a \cos (p t + \varphi_a).$$

Uit (4) volgen nu twee vergelijkingen, nl. voor de stroomen van de frequenties  $\omega \pm p$  en voor die van de frequentie  $p$ . Dit zijn

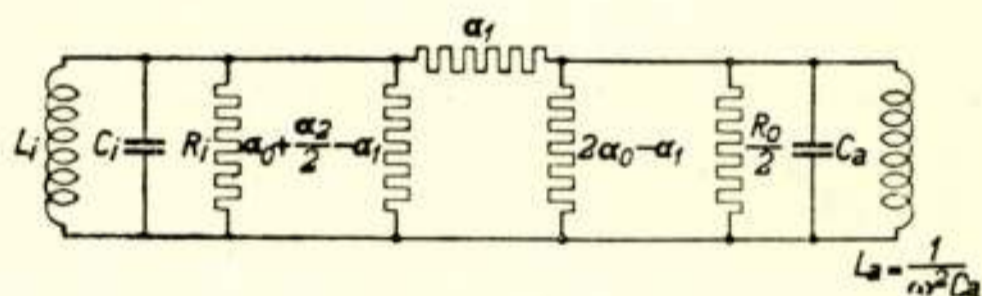


$$\begin{aligned}
I_i \cos(pt + \psi_i) \cos \omega t &= \alpha_o V_i \cos(pt + \varphi_i) \cos \omega t - \alpha_1 \cos \omega t \times \\
&\times V_a \cos(pt + \varphi_a) + \alpha_2 \left\{ \cos 2\omega t V_i \cos(pt + \varphi_i) \cos \omega t \right\} = \\
&\hspace{15em} \text{freq. } \omega \pm p \\
&= \left( \alpha_o + \frac{\alpha_2}{2} \right) V_i \cos(pt + \varphi_i) \cos \omega t - \alpha_1 V_a \cos(pt + \varphi_a) \cos \omega t, \\
-I_a \cos(pt + \psi_a) &= -\alpha_o V_a \cos(pt + \varphi_a) + \alpha_1 \left\{ \cos \omega t \times \right. \\
&\times V_i \cos(pt + \varphi_i) \cos \omega t \left. \right\} = -\alpha_o V_a \cos(pt + \varphi_a) + \frac{\alpha_1}{2} V_i \cos(pt + \varphi_i). \\
&\hspace{15em} \text{freq. } p
\end{aligned}$$

In de complexe schrijfwijze luiden de vierpoolvergelijkingen dus nu

$$\begin{aligned}
I_i &= \left( \alpha_o + \frac{\alpha_2}{2} \right) V_i - \alpha_1 V_a, \\
2I_a &= -\alpha_1 V_i + 2\alpha_o V_a.
\end{aligned} \quad (24)$$

Deze vierpool is voor te stellen door het vervangingsschema van fig. 13. Het optreden van de stroom  $2I_a$  in het vervangingsschema wil zeggen, dat de uitgangsstroom, die uit het vervangingsschema volgt, het dubbele is van de werkelijk optredende stroom. Zijn de uitgangsklemmen gesloten over een admittantie  $Y_a$ , dan moet men in het vervangingsschema de uitgangsklemmen sluiten over de admittantie  $2Y_a$  om het juiste verband tusschen de stroom en spanning te verkrijgen (fig. 14).



Figuur 16.

Hoogfrequentvervangingschema van de schakeling van fig. 15 bij tweezijbanddetectie.

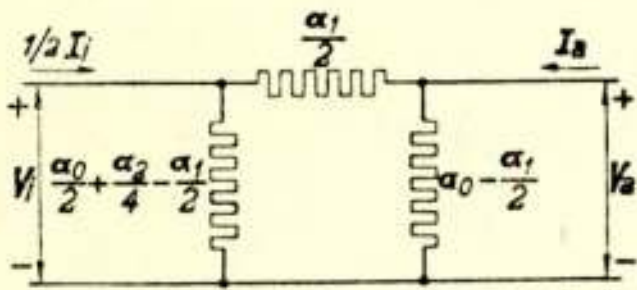
Als voorbeeld wordt in fig. 16 het H.F.vervangingschema van de detectorschakeling van fig. 15 weergegeven. De admittantie, waarmede de uitgangsklemmen moeten worden afgesloten, is nu dus het dubbele van die in het geval van ééNZijbanddetectie. De regel is dus nu, dat weerstanden uit de L.F.admittantie worden gehalveerd, dat capaciteiten niet worden gewijzigd en met parallelzelfinducties worden afgestemd en dat zelfinducties viermaal worden verkleind en met seriecapaciteiten worden afgestemd, waarbij weer verondersteld is, dat  $p \ll \omega$ .



De beide vergelijkingen (24) kunnen ook door twee worden gedeeld, waardoor ontstaat

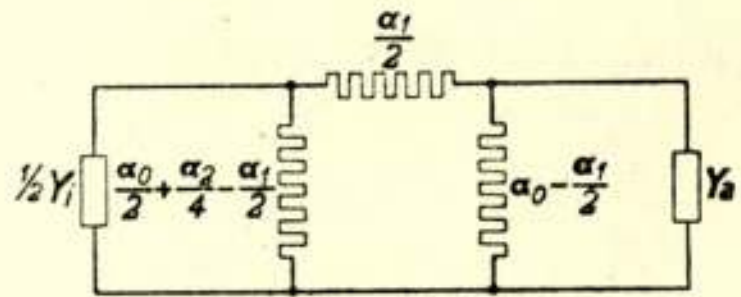
$$\left. \begin{aligned} \frac{I}{2} I_i &= \left( \frac{\alpha_0}{2} + \frac{\alpha_2}{4} \right) V_i - \frac{\alpha_1}{2} V_a, \\ I_a &= - \frac{\alpha_1}{2} V_i + \alpha_0 V_a. \end{aligned} \right\} \quad (25)^1$$

Dit leidt tot het vervangingsschema van fig. 17. Het optreden



Figuur 17.

Variant van het vervangingsschema van de diode bij tweezijbanddetectie.

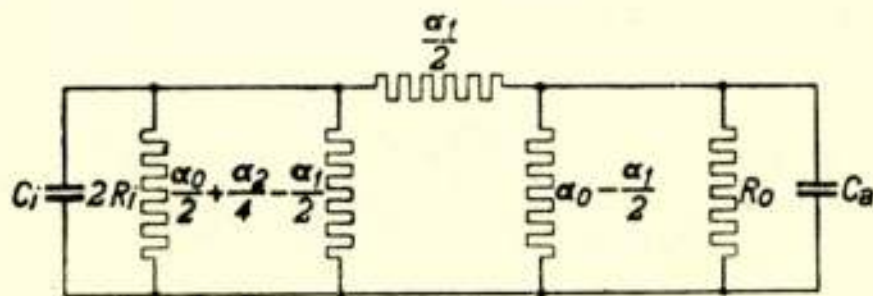


Figuur 18.

Variant van het vervangingsschema van de schakeling voor tweezijbanddetectie.

van de stroom  $\frac{I}{2} I_i$  wil zeggen, dat, als de ingangsklemmen zijn aangesloten op een admittantie  $Y_p$ , men in het vervangingsschema de ingangsklemmen moet aansluiten op een admittantie  $\frac{I}{2} Y_i$  (fig. 18).

In plaats van een H.F.vervangingsschema kan ook een L.F.vervangingsschema worden geteekend, waartoe men het beste kan



Figuur 19.

Laagfrequentvervangingsschema van de schakeling van fig. 15 bij tweezijbanddetectie.

uitgaan van de schakeling van fig. 18. Als voorbeeld wordt in fig. 19 het L.F.vervangingsschema van de detectorschakeling van fig. 15

<sup>1)</sup> De tweede van deze vergelijkingen komt overeen met de eerste vergelijking van blz. 204 van een onlangs in dit tijdschrift verschenen artikel van L. H. M. Huydts.



weergegeven. De H.F.kring uit fig. 15, bestaande uit een weerstand, een capaciteit en een zelfinductie parallel, is hierin vervangen door de dubbele weerstand en de capaciteit parallel.

10. *Gebruik van de vervangingsschema's voor de berekening van eenige grootheden.*

Evenals bij menging kan men ook hier verschillende grootheden uit de vervangingsschema's afleiden. De *ingangsadmittantie* voor de zijbanden volgt het eenvoudigst uit fig. 14, waaruit hiervoor is af te lezen

$$\begin{aligned} a_o + \frac{a_2}{2} - a_1 + \frac{a_1(2a_o - a_1 + 2Y_a)}{a_1 + 2a_o - a_1 + 2Y_a} &= \\ = \frac{a_o^2 + a_o a_2/2 - a_1^2/2 + (a_o + a_2/2) Y_a}{a_o + Y_a} &. \end{aligned} \quad (26)$$

Evenzoo volgt uit fig. 18 voor de *uitgangsadmittantie* de waarde

$$\begin{aligned} a_o - \frac{a_1}{2} + \frac{a_1/2(a_o/2 + a_2/4 - a_1/2 + Y_i/2)}{a_1/2 + a_o/2 + a_2/4 - a_1/2 + Y_i/2} &= \\ = \frac{a_o^2 + a_o a_2/2 - a_1^2/2 + a_o Y_i}{a_o + a_2/2 + Y_i} &. \end{aligned} \quad (27)$$

Uit fig. 14 of fig. 18 blijkt, dat, wanneer op de ingangsklemmen een H.F.spanning  $V_i$  wordt aangebracht, op de uitgangsklemmen een L.F.spanning ontstaat

$$V_a = \frac{a_1/2}{a_1/2 + a_o - a_1/2 + Y_a} V_i,$$

zoodat gesproken kan worden van een *delectiefactor*

$$\frac{a_1/2}{a_o + Y_a}. \quad (28)$$

Wij kunnen tenslotte in fig. 14 nog vragen naar de L.F. spanning op de uitgangsklemmen, wanneer een H.F.stroom  $I$  wordt toegevoerd parallel aan de ingangsklemmen. Uit de figuur kan men hiervoor berekenen



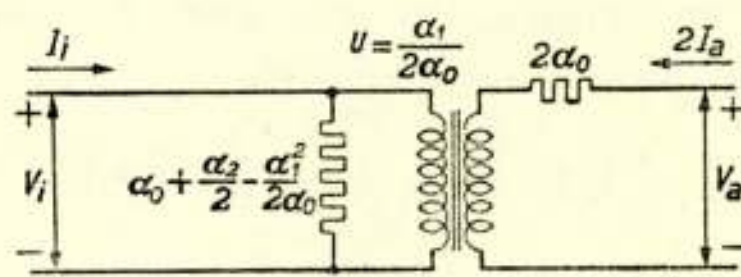
$$V_a = \frac{\alpha_1/2}{\alpha_0^2 + \alpha_0 \alpha_2/2 - \alpha_1^2/2 + (\alpha_0 + \alpha_2/2) Y_a + \alpha_0 Y_i + Y_a Y_i} I. \quad (29)$$

11. *De diode met een lineaire karakteristiek als detector.*

Heeft de diode een lineaire karakteristiek en beperken wij ons weer tot kleine waarden van  $\varphi$ , dan vinden wij voor de grootheden van het vervangingsschema van fig. 13 bij benadering

$$\left. \begin{aligned} \alpha_0 + \frac{\alpha_2}{2} - \alpha_1 &\approx -\frac{I}{R_o} \left\{ I - \frac{3}{4} \left( \frac{3\pi R}{R_o} \right)^{2/3} \right\}, \\ 2\alpha_0 - \alpha_1 &\approx \frac{I}{R_o} \left\{ I - \frac{9}{20} \left( \frac{3\pi R}{R_o} \right)^{2/3} \right\}, \\ \alpha_1 &\approx \frac{6}{R_o} \left( \frac{R_o}{3\pi R} \right)^{2/3}, \end{aligned} \right\} \quad (30)$$

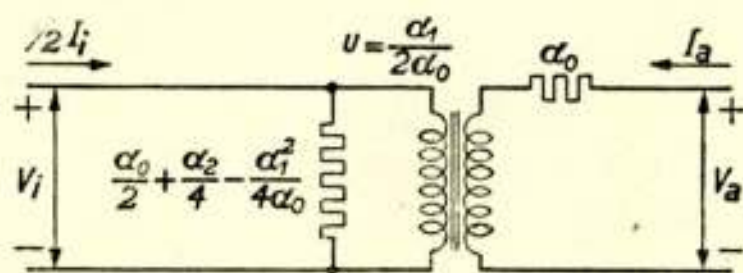
terwijl de grootheden van het schema van fig. 17 de helft hier-



Figuur 20.

Vervangingsschema van de diode bij tweezijbanddetectie, gelijkwaardig met het schema van fig. 13.

van bedragen. Eén van de geleidingen van deze vervangingsschema's is dus negatief.



Figuur 21.

Variant van het vervangingsschema van de diode bij tweezijbanddetectie, gelijkwaardig met het schema van fig. 17.

Om het optreden van negatieve geleidingen, welke het inzicht in het gedrag van de schakelingen bemoeilijken, te ontgaan



kunnen wij de schema's van fig. 13 resp. 17 vervangen door de hiermee gelijkwaardige schema's van fig. 20 resp. 21, waarin twee positieve geleidingen en een ideale transformator met transformatieverhouding  $u$  voorkomen. Voor een diode met een lineaire karakteristiek vinden wij bij kleine waarden van  $\varphi$  voor de grootheden van het schema van fig. 20 bij benadering

$$\left. \begin{aligned} a_o + \frac{a_2}{2} - \frac{a_1^2}{2a_o} &\approx \frac{2}{15R_o} \left( \frac{3\pi R}{R_o} \right)^{2/3}, \\ 2a_o &\approx \frac{6}{R_o} \left( \frac{R_o}{3\pi R} \right)^{2/3}, \\ \frac{a_1}{2a_o} &\approx 1 - \frac{1}{6} \left( \frac{3\pi R}{R_o} \right)^{2/3}, \end{aligned} \right\} \quad (31)$$

terwijl de geleidingen van het schema van fig. 21 de helft hiervan bedragen.

Men zal in het algemeen de seriegeleiding groot en de parallelgeleiding klein willen houden, waarvoor het gunstig is de diode een kleine inwendige weerstand te geven. In de ideale toestand nadert de ingangsadmittantie dus tot  $2 Y_a$ , de uitgangsadmittantie tot  $\frac{1}{2} Y_i$  en de detectiefactor tot  $1$ .

Hebben wij te doen met een diode met een lineaire karakteristiek, dan gelden, evenals bij ééNZijbanddetectie, de vervangingschema's hier ook voor de draaggolf. Vervangt men nl. in de uitdrukking (28) voor de detectiefactor  $Y_a$  door  $1/R_o$  en drukt vervolgens alle grootheden uit in  $\varphi$  en  $R$ , dan ontstaat  $\cos \varphi$ . Doet men hetzelfde in de uitdrukking (26) voor de ingangsadmittantie, dan vindt men de ingangsegeleiding (9) voor de draaggolf.