

KUNSTMATIGE ELECTRISCHE TWEELINGEN  
IN KWARTSKRISTALLEN

door

J. J. VORMER

*(Mededeeling uit het Radiolaboratorium der P.T.T.)*

SUMMARY

Twinning is easily produced below  $573^{\circ}$  C at well defined places in AT-, CT-, and GT- cut quartz plates. The twinning is of the electrical or Dauphiné type. In some cases this twinning can be corrected by heat-treatment. Attempts made to correct natural electrically twinned quartz met with little success.

Het is algemeen bekend, dat het piëzo-electrische  $\alpha$ -kwarts, (low-quartz) bij  $573^{\circ}$  C overgaat in een andere, de z.g.  $\beta$ -modificatie (high-quartz). De overgang is oogenblikkelijk en volkomen omkeerbaar. Indien men dus een stuk kwarts, dat een temperatuur bezit boven  $573^{\circ}$  C, laat afkoelen, gaat het steeds in het piëzo-electrische  $\alpha$ -kwarts over. Het uitvoeren van een volledige temperatuurcyclus van kamertemperatuur tot boven  $573^{\circ}$  C en daarna weer terug naar kamertemperatuur, laat echter sporen na. Was het oorspronkelijke stuk kwarts rechtsdraaiend, dan is zulks tevens met het eindproduct het geval, m.a.w. de draaiingszin blijft, door de temperatuurcyclus heen, behouden; optische tweelingen veranderen derhalve niet. Was het oorspronkelijke stuk kwarts een volmaakt kristal, zonder eenige electricische tweelingvorming, dan zal zulks bij het eindproduct in het algemeen niet meer het geval zijn, m.a.w. bij het overgaan van high-quartz naar low-quartz hangt de richting, die de electricische as in het piëzo-electrische low-quartz zal krijgen, blijkbaar af van niet geheel te controleeren omstandigheden, omstandig-



heden, die zelfs niet in alle punten van één stuk kwarts gelijk schijnen te zijn. Men zal derhalve door een stuk kwarts boven  $573^{\circ}$  C te verhitten en het daarna te laten afkoelen in het algemeen op willekeurige plaatsen kunstmatige elektrische tweelingen verkrijgen. Deze soort tweelingen zal als „spontane” elektrische tweelingen worden aangeduid. Fig. 1 geeft een plaatje weer dat dit soort elektrische tweelingen bevat. Het plaatje is geëtst in HF. De opname vertoont wat men ziet als men een op dergelijke wijze behandeld plaatje in (ongeveer) evenwijdig licht b.v. zonlicht bekijkt.<sup>1)2)3)</sup> Bij het inbranden van zilver op kwartsplaatjes, volgens het z.g. keramische procédé, moet men er derhalve zorg voor dragen de temperatuur steeds beneden  $573^{\circ}$  C te houden.

Minder bekend schijnt te zijn,<sup>4)</sup> dat men kunstmatige elektrische tweelingen ook kan verkrijgen bij temperaturen beneden  $573^{\circ}$  C en zelfs ver beneden deze temperatuur. We kregen de eerste aanduidingen in deze richting doordat een aantal CT-sneden, waaraan draadjes gesoldeerd waren, eigenschappen vertoonden, die van de normale afweken. Een nader onderzoek bracht aan het licht, dat alle afwijkende plaatjes, onder de plaats waar de soldeering had gezeten, een structuur-verandering hadden ondergaan. Figuur 2 geeft een foto van een CT-snede, waaraan een draadje gesoldeerd is geweest, nadat dit plaatje in HF geëtst is. Indien de oorspronkelijke plaat reeds geëtst was, moet men het oppervlak eerst met fijn slijppoeder afslijpen, teneinde het bedoelde verschijnsel zichtbaar te maken. De verandering kan betrekkelijk oppervlakkig zijn, zoals blijkt uit figuur 3, die een foto weergeeft van een dwarsdoorsnede door een dergelijk plaatje. Wanneer aan weerskanten van het kwartsplaatje een draadje gesoldeerd gezeten heeft, kan de in figuur 4 afgebeelde diabolo-vorm ontstaan.

In al deze gevallen heeft men te maken met elektrische tweelingen. Men kan zulks microscopisch bepalen uit den vorm van de etsfiguurtjes. Figuur 5 stelt een 25-voudige vergrooting voor van een geëtste CT-snede met een kunstmatige elektrische

<sup>1)</sup> J. J. Vormer, Radiocentrum, **2**, 1936.

<sup>2)</sup> J. J. Vormer, N. T. Nat. **8**, 289, 1941.

<sup>3)</sup> G. W. Willard, B.S.T.J. **23**, 11, 1944.

<sup>4)</sup> Het artikel van W. L. Bond in B.S.T.J. van 1943 p. 224 e.v. duidt er op, dat verschijnselen, welke veel overeenkomst vertonen met de hier beschrevene toch wel bekend zijn. Zie ook „The Am. Mineralogist” **30**, 447, 1945.





Fig. 1.



Fig. 2.



Fig. 3.

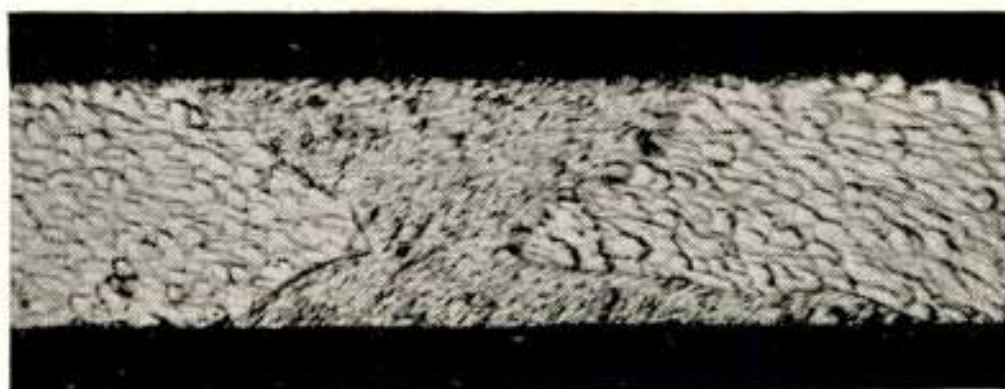


Fig. 4.



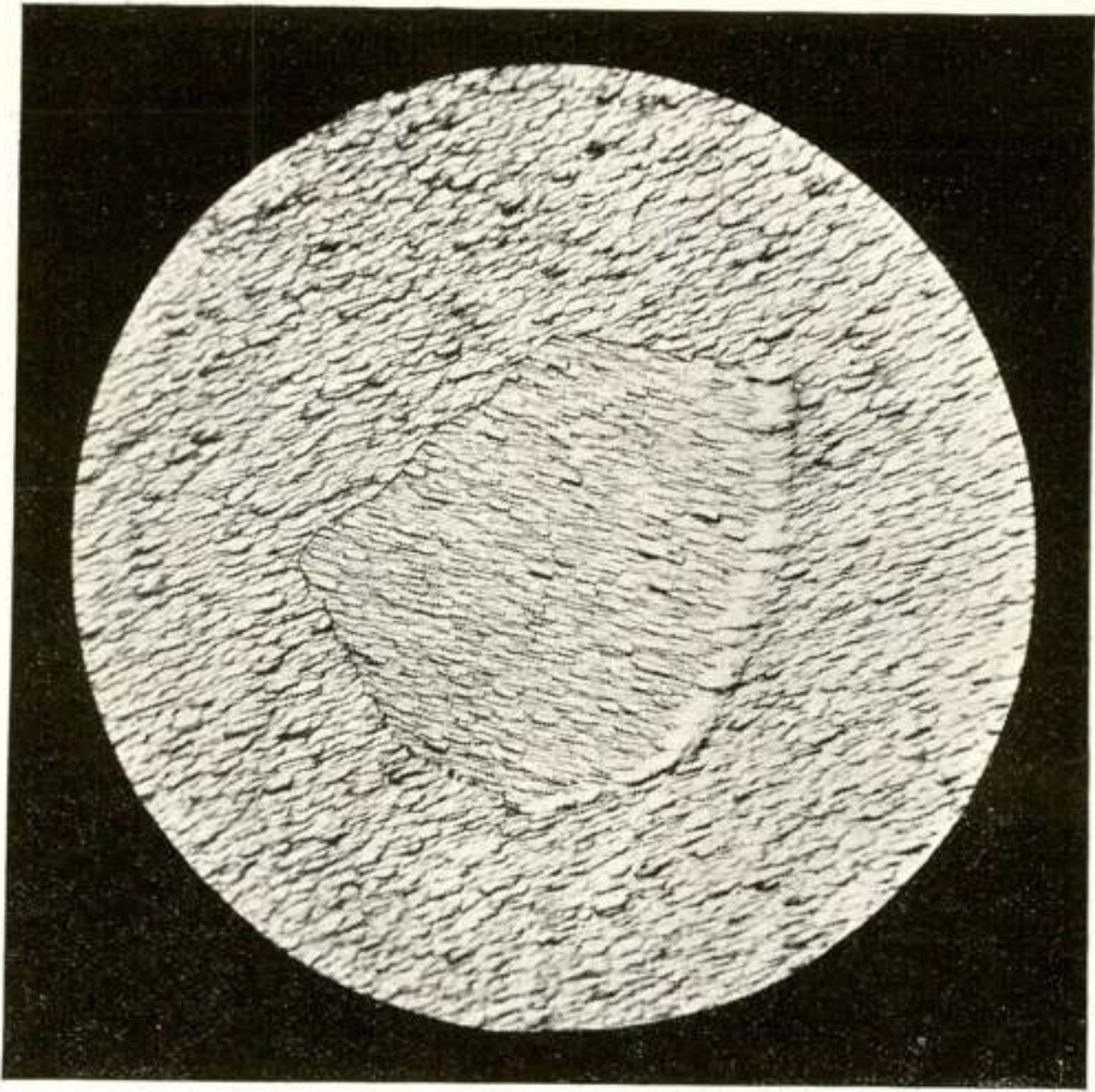


Fig. 5.

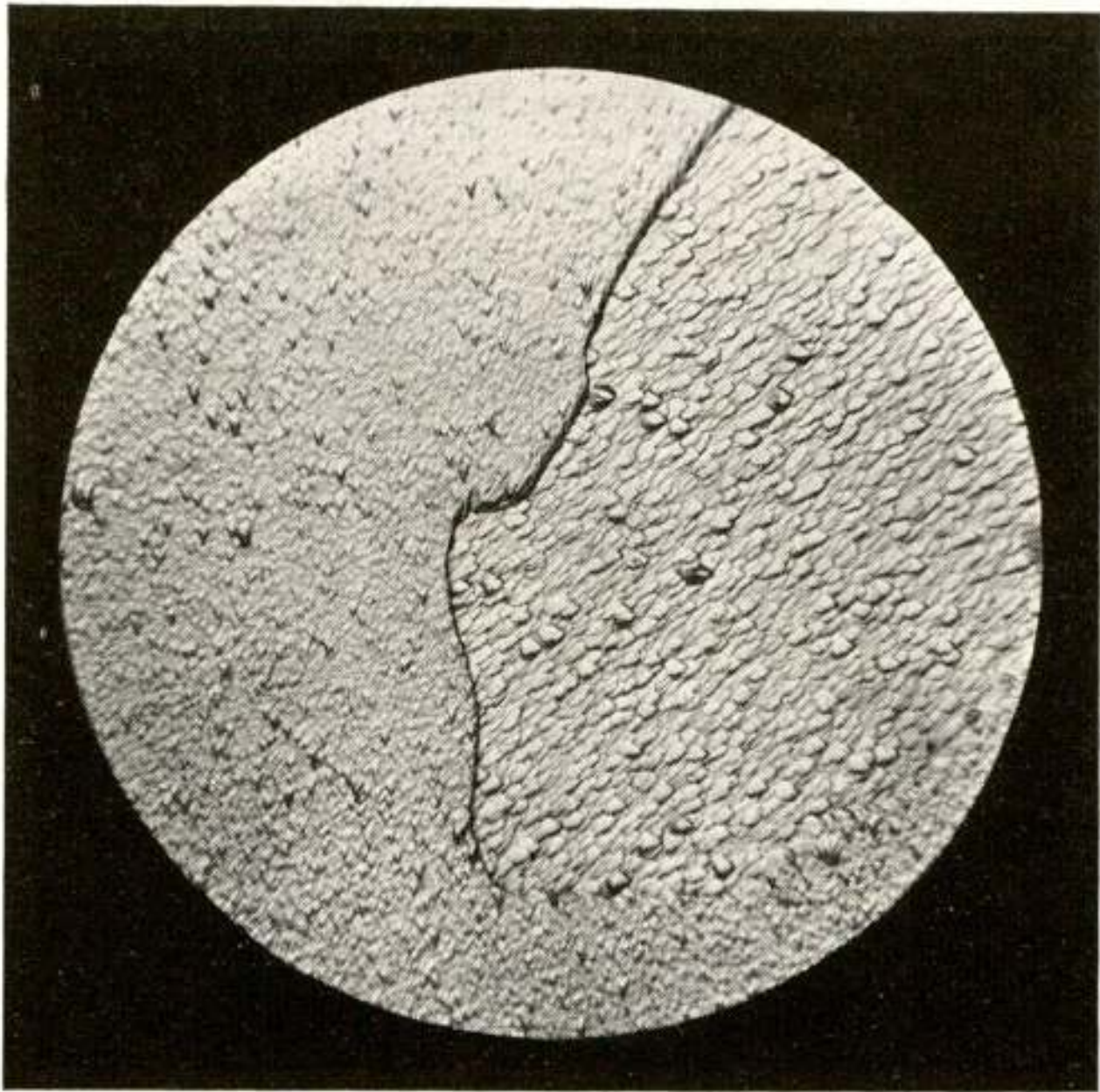


Fig. 6.



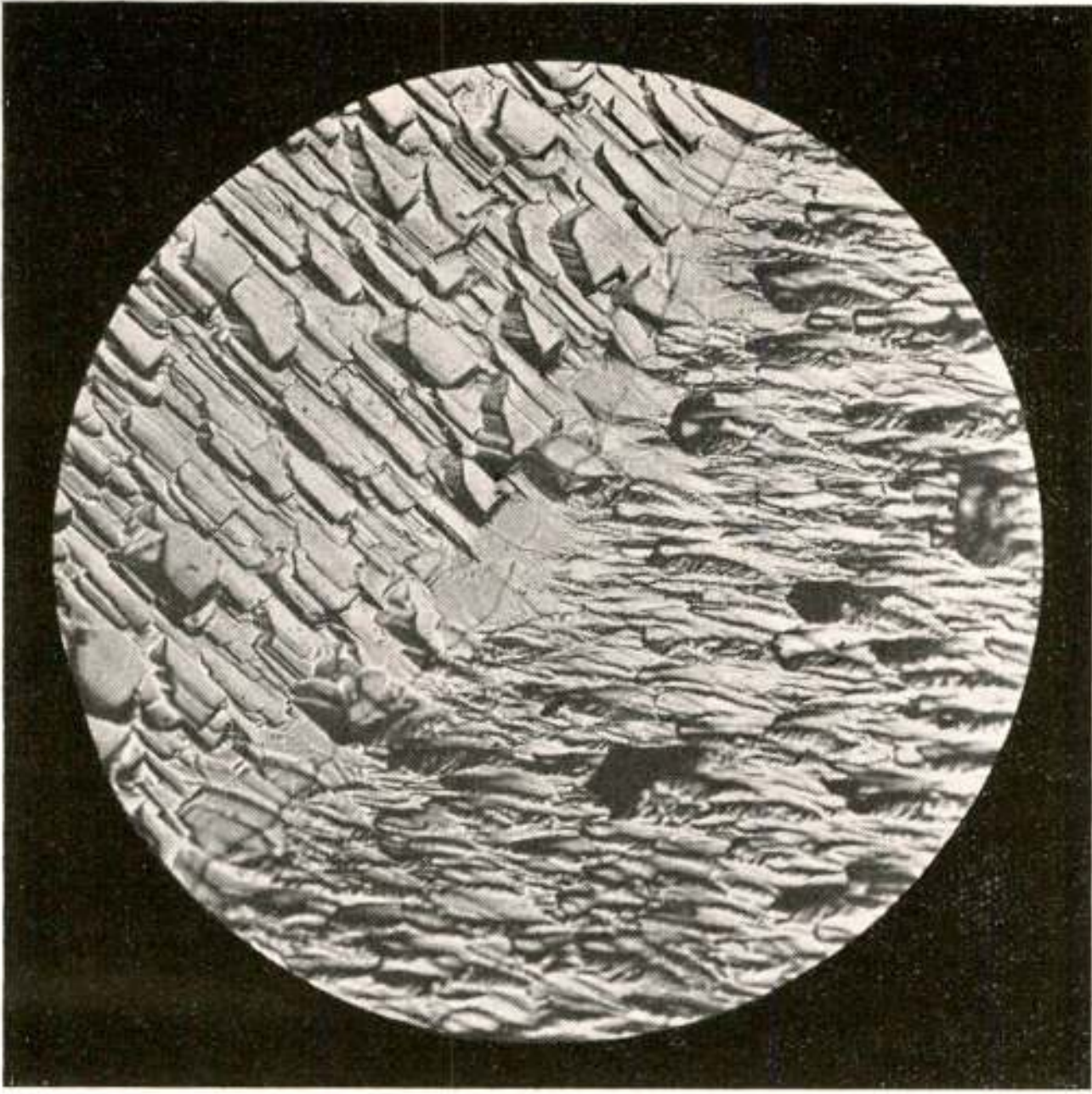


Fig. 7.

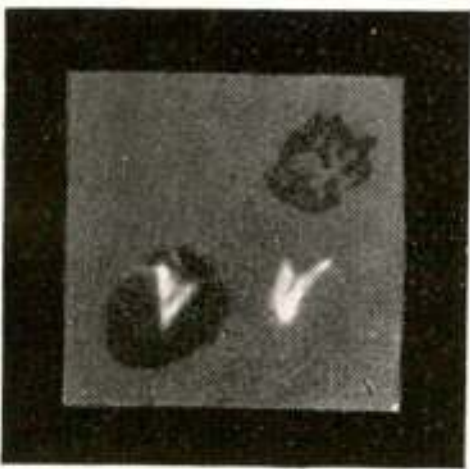


Fig. 8.

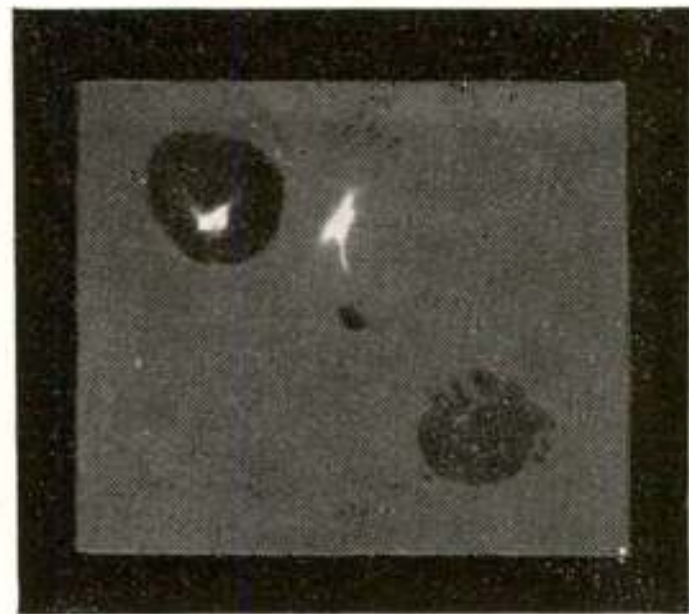


Fig. 9.



tweeling, figuur 6 geeft hetzelfde weer van een GT-snede. Figuur 7 is een 80-voudige vergrooting van een deel van het in figuur 5 afgebeelde plaatje. Indien het veranderde deel wat groter is, kan de orientatie ook uit de macroscopische lichtfiguur van een onder het plaatje geplaatste puntvormige lichtbron bepaald worden. Figuur 8 en 9 geven plaatjes weer, die vervaardigd zijn om dit effect te demonstreeren. Men ziet in het onveranderde deel van figuur 8 het bekende lichtfiguurtje behorende bij een CT-snede, d.w.z. een snede welke  $37^{\circ} 30'$  om de X-as gedraaid is, terwijl in het hier opzettelijk groote veranderde deel het lichtfiguurtje, corresponderende met een  $-37^{\circ} 30'$  gedraaide snede zichtbaar is. Figuur 9 vertoont hetzelfde voor een GT-snede. In het onveranderde deel is het lichtfiguurtje te zien van een  $51^{\circ} 30'$  gedraaide snede, in het veranderde deel van een  $-51^{\circ} 30'$  gedraaide snede.

De plaatjes werden vervaardigd door het kristal eerst te bedekken met een opgedampt laagje koper, waarop Woodsmetaal resp. tinsoldeer aangebracht werd door middel van een soldeerboutje. De smeltpunten van deze soldeersoorten zijn resp. ongeveer  $70^{\circ} \text{ C}$  en ongeveer  $220^{\circ} \text{ C}$ . De temperatuur van de bout tijdens het soldeeren werd door middel van een thermokoppel zoo goed mogelijk bepaald; deze was bij soldeeren met Woodsmetaal ongeveer  $150^{\circ} \text{ C}$ , bij soldeeren met soldeertin hoogstens  $300^{\circ} \text{ C}$ . Op het plaatje zelf werden tijdens het soldeeren lagere temperaturen gemeten, doch het is mogelijk, dat gedurende een korten tijd, en zeer plaatselijk, de eerder genoemde temperaturen optreden.

Bovenvermelde waarnemingen gaven aanleiding tot het vermoeden, dat men hier te maken heeft met een gecombineerd effect van temperatuur en mechanische spanning. Dit vermoeden wordt bevestigd door het feit, dat geen structuurverandering ontstaat, wanneer men een kwartskristal onder vermijding van een groote temperatuur-gradiënt in het plaatje, dus b.v. in een electrischen oven, bij een temperatuur beneden  $573^{\circ} \text{ C}$  geheel of ten deele met soldeer bedekt, en het daarna langzaam laat afkoelen.

De vraag doet zich voor: „Als men kunstmatige tweelingen beneden  $573^{\circ} \text{ C}$  kan doen ontstaan, kan men ze dan ook weer beneden  $573^{\circ} \text{ C}$  opheffen?” Deze vraag moet slechts ten deele bevestigend beantwoord worden. Indien de structuurverandering niet de geheele dikte van de plaat inneemt, zooals in figuur 3 is aangegeven, verdwijnt, bij verwarming tot b.v.  $200^{\circ} \text{ C}$ , de tweelingvorming geheel, het plaatje wordt weer volledig één



kristal. Is de structuurverandering door de geheele dikte van het plaatje gedrongen, zooals in figuur 4, dan lukt het meestal niet deze door verwarming beneden  $573^{\circ}$  C geheel op te heffen; het middelste stuk van de diablolo blijft als regel bestaan. Bij het plaatje afgebeeld in figuur 3 was blijkbaar nog voldoende mechanische spanning aanwezig om bij betrekkelijk geringe verwarming den oorspronkelijken toestand weer terug te verkrijgen; wanneer de omzetting door de geheele dikte van het plaatje voortgeschreden is, schijnt de mechanische spanning ter plaatse weer af te nemen.

De boven geschetste moeilijkheden zijn te ontgaan, door tijdens het soldeeren het plaatje in zijn geheel gelijkmatig te verwarmen tot even onder het smeltpunt van het betreffende soldeer. De temperatuurverhoging van de soldeerplaats en de mechanische spanning daar ter plaatse, zijn dan te gering om de gesignaleerde structuurverandering te voorschijn te roepen. Controle-etsing toonde aan, dat bij op deze wijze behandelde plaatjes inderdaad nooit meer elektrische tweelingen ontstonden.

Op de hierboven geschetste wijze kan men op van te voren vast te stellen plaatsen, kunstmatige elektrische tweelingen gemakkelijk verkrijgen bij AT-, CT-, en GT-sneden; bij BT- en DT-sneden is zulks ons tot nu toe niet gelukt, evenmin als bij X-, Y- of Z-sneden. Het heeft er dus voorloopig den schijn van, dat vlakken in de buurt van het R'-vlak in dit opzicht „bevoordeeld” zijn.

Belangrijk lijkt het, naar aanleiding van de hierboven beschreven ervaringen, na te gaan, of het ook mogelijk is natuurlijke elektrische tweelingen op te heffen. Een bevestigende beantwoording van deze vraag zou van groot gewicht zijn,

- 1e. omdat natuurlijk kwarts veelal elektrische tweelingen bevat, en
- 2e. omdat elektrische tweelingen, zelfs indien ze klein zijn, de eigenschappen van een kwartsplaatje, in het bijzonder de temperatuur-coëfficiënt ongunstig beïnvloeden, terwijl een kleine optische tweeling in dit opzicht minder gevaarlijk is, aangezien deze slechts invloed heeft op de „activiteit” van het plaatje.

Een veilige methode om natuurlijke elektrische tweelingen te corrigeeren zou zijn: het gelijktijdig aanwenden van verwarming beneden  $573^{\circ}$  C en plaatselijke mechanische spanning; men maakt dan in ieder geval geen nieuwe spontane tweelingen. Tracht men dit echter te verwezenlijken door een plaatje, door middel



van een soldeerbout, geheel met soldeer te bedekken, dan blijkt dit voor een eenigszins groot oppervlak zeer slecht te gaan. Maakt men den bout niet warm genoeg, dan verkrijgt men geen effect, maakt men den bout te heet, dan springt het plaatje.\*)

Een tweede mogelijke methode zou zijn te trachten bij den overgang van  $\beta$ -kwarts naar  $\alpha$ -kwarts de richtingszin van de elektrische as te beïnvloeden, b.v. door het plaatje te plaatsen in een sterk elektrisch veld. Dit is echter niet eenvoudig uitvoerbaar, aangezien door de combinatie van hoge veldsterkte en hoge temperatuur, in de gebruikte apparatuur moeilijkheden met isolatie en overslag ontstaan. Pogingen met primitieve hulpmiddelen in deze richting aangewend, hadden practisch weinig resultaat.

Het lijkt op het eerste gezicht misschien merkwaardig, dat men wel op allerlei wijze elektrische tweelingen kan doen ontstaan, terwijl toch het opheffen daarvan bijzondere moeilijkheden meebrengt. Het heeft er haast den schijn van, dat men het proces alléén maar in ongunstigen zin kan beïnvloeden. Bedenkt men echter, dat de regelmatige rangschikking van de deeltjes in een kristal, zelf eigenlijk iets zeer bijzonders is, en dat het trouwens geenszins bij alle sneden gelukt, op eenvoudige wijze elektrische tweelingen te verkrijgen, dan is deze oogenschijnlijke tegenstrijdigheid wel verklaarbaar.

---

\*) Na het gereedkomen van dit artikeltje verscheen een publicatie van W. A. Wooster en Nora Wooster in Nature van Maart 1946, waarin vermeld wordt dat men, door een plaatje bij verhoogde temperatuur te wringen, wel degelijk het gewenschte resultaat kan bereiken.







# TOEPASSING VAN DE COMPLEXE REKENWIJZE OP SYSTEMEN MET FREQUENTIE-TRANSPOSITIE

door

F. H. STIELTJES

*Voordracht gehouden voor het Nederlandsch Radiogenootschap  
op 5 Mei 1946*

## SUMMARY

In this paper an outline is given of a generalized use of the well-known complex functions in problems concerning systems with frequency transpositions (modulators, etc.).

G. A. Campbell's point of view about the application of complex functions seems to be most appropriate, so that his „cisoidal oscillations” are used throughout, banishing all by-thoughts about symbolical methods of calculation.

As in many frequency-transposing systems the law of linear superposition holds for the „message-carrying” phenomena, it is not astonishing that the so-called non-linearities in these systems do not prevent the development of a linear theory strongly resembling that for ordinary circuits.

As a consequence of the frequency-transposing features of the new systems, there are, however, many different interrelated cisoidal oscillations with different frequencies occurring in these networks. The linear theory crystallizes into linear relationships between the complex „amplitude factors” of these cisoids; neither the amplitude factors nor the coefficients occurring in the relations being dependent on time, in spite of the fact that in the frequency-transposing devices there must be circuit elements, varying with time.

Other authors have already obtained similar results; the consequent use of Campbell's cisoidal oscillations enables one, however, to override some difficulties appearing with the occurring of „lower sidebands” as then negative frequencies must be used.

The strong similitude with normal circuit theory even leads to equiva-



lent circuit diagrams of frequency-transposing devices, which enable to survey the behaviour of these devices at a glance.

Several practical applications of the theory are given. The most important ones refer to reverse-switch or similar modulators. A general rule is obtained for the useful co-operation of these devices with filters inserted into input as well as output, i.e. one of these filters should have high impedances for undesired frequencies looking from the modulator, the other, on the contrary, low impedances.

This feature as well as some refinements are incorporated in the carrier-on-cable system in use with the Dutch Telephone Administration, where an investigation was started in 1935, the results, sketched in this paper, being substantially obtained in 1936.

### 1. *Inleiding*

In bovenstaande titel is getracht door middel van één woord, frequentie-transpositie, het fundamenteele principe te vangen van al die verwante handelingen, die onder de verschillende namen: modulatie, detectie, menging enz. bekend zijn.

Vaak gaat het dus om schakelingen, waarin niet-lineaire elementen voorkomen. Toch wordt dit in deze voordracht maar als een bijkomstigheid opgevat; het onderwerp van de voordracht is de wel-lineaire zijde van frequentietransposities. Om te beginnen is het niet-lineaire niet principieel, want er is niets niet-lineairs aan een door een uitwendig agens periodiek open en dichtgaande schakelaar of aan een eveneens door een uitwendig agens periodiek varieerende weerstand (het eerste voorbeeld is op te vatten als een bijzonder geval van het tweede) en met deze middelen kan men uitstekend frequentietransposities teweeg brengen. Men kan vaak beter spreken over systemen met periodiek met den tijd varieerende elementen dan over systemen met niet-lineaire elementen, zelfs al zijn de laatste aanwezig. Verder is in de meeste radio-omroep-, telefoon- en televisiesystemen juist een ideaal, dat het modulatieproduct, dat de over te brengen boodschap inhoudt, een getrouwe lineaire afspiegeling is van het te moduleeren verschijnsel, zoodat in ieder geval ook bij gebruik van niet-lineaire elementen de niet-lineariteit slechts in een sterk getemde vorm wordt toegepast. Meestal kan men dan onderscheiden een groote stroom of spanning van de transponeerende frequentie, die het niet-lineaire element in wisselende condities brengt en kleinere verschijnselen met te transponeeren en getransponeerde frequenties, die



er niet in slagen de niet-lineaire elementen in nog andere condities te brengen.

## 2. *Lineariteit.*

Het is bekend, wat men onder het begrip lineariteit verstaat: heeft de oorzaak  $A$  het gevolg  $P$  en de oorzaak  $B$  het gevolg  $Q$ , dan heeft de oorzaak  $A + B$  het gevolg  $P + Q$ . Deze definitie blijft gelden, indien b.v. de oorzaken aan de eene zijde en de gevolgen aan de andere zijde van een frequentie-transponator optreden.

Een triviale toepassing van bovenstaande lineaire wetmatigheid is, dat een  $n \times$  zoo groote oorzaak een  $n \times$  zoo groot gevolg heeft.

Een minder triviale toepassing is het volgende: Is er een ingewikkelde oorzaak en wil men het gevolg daarvan weten, dan splitst men de ingewikkelde oorzaak in een voldoende aantal eenvoudige oorzaken, berekent van ieder het gevolg en telt daarna de gevolgen bij elkaar op. (B.v. een harmonische analyse van een ingewikkeld periodiek verschijnsel, dat als *cmk* optreedt, berekening der gevolgen der samenstellende sinusöïdale verschijnselen apart, met tot slot een harmonische synthese).

Een andere toepassing is op den keper beschouwd ook wat nu komt: Wil men georiënteerd raken omtrent het gedrag van een of ander netwerk, b.v. een filter, dan gaat men na, hoe het reageert op een voldoende aantal elementaire oorzaken, ieder apart. Dit noemt men dan het opnemen of berekenen van een frequentiekarakteristiek. Men doet dan eigenlijk aan voorraadvorming (van kennis) en kan dan wegens de geldigheid van de wet van lineaire superpositie volstaan met een naar verhouding geringe voorraad. Combinaties van elementaire oorzaken hoeven niet in de voorraad te worden opgenomen. Vaak ziet men daarna in één oogopslag wat er gebeurt, als men met een werkelijke, ingewikkelde oorzaak te doen heeft.

## 3. *Elementaire oorzaken in systemen zonder frequentie-transpositie.*

De vraag komt op, wat nu eigenlijk eenvoudige of elementaire oorzaken zijn. Als zoodanig blijkt de vraag niet gesteld te kunnen worden. Men moet vragen wanneer men een oorzaak elementair *noemt*. Het antwoord is: wanneer men de gevolgen gemakkelijk kan berekenen.



In systemen zonder frequentie-transpositie blijken, wiskundig gesproken, de eenvoudigste functies, die dus den naam van elementaire functie zeer zeker verdienen, te zijn exponentieele functies van den tijd:  $A \varepsilon^{ut}$  of  $A \exp(ut)$  ( $A$  constant).

De reden hiervoor is, dat de gevolgen van een oorzaak volgens een dergelijke functie weer zulke functies zijn met eenzelfde coëfficiënt  $u$  voor de  $t$  in de exponent, afgezien van een in normale gevallen uitstervend overgangsverschijnsel. Dit vereenvoudigt natuurlijk de berekeningen aanzienlijk en stelt ons verder in staat allerlei quotienten en daarvan afgeleide grootheden in te voeren, die niet afhankelijk zijn van den tijd. Deze dragen namen als impedantie, admittantie, overdrachtsfactor, voortplantingsconstante enz.

In de meeste gevallen komt het zoo uit, dat men nuttigheidshalve met zuiver imaginaire coëfficiënten  $u$  moet werken. Wiskundig verandert er dan niets, de functies blijven mathematisch even elementair, maar het bezwaar is, dat deze wiskundig elementaire verschijnselen physisch onbestaanbaar zijn:  $\varepsilon^{j\omega t} = \cos \omega t + j \sin \omega t$  is een complexe grootheid.

#### 4) *Kritische beschouwing van het gebruik van complexe grootheden in systemen zonder frequentie-transpositie.*

Het is bekend, dat men tot het gebruik van exponentieele functies met zuiver imaginaire coëfficiënt komt, wanneer men wisselstroomverschijnselen wil gaan berekenen. Dit heeft tot gevolg gehad, dat men veelal deze manier van berekening noemt de symbolische oplossing van wisselstroom-vraagstukken door middel van de complexe rekenwijze.

Dit is volkomen geoorloofd, maar een andere zienswijze is ook mogelijk, nl. die van G. A. Campbell (Lit. 1). Hiervoor zal in deze voordracht een lans gebroken worden. Campbell zegt, vrij geïnterpreteerd: Laten we niet aan symboliek denken, maar zonder restricties accepteren, dat we nuttigheidshalve aan het rekenen zijn met een wiskundig eenvoudige vorm, al is deze dan ook physisch onbestaanbaar. Hij voert zelfs een nieuwe naam in: cisoidal oscillation, om op het eveneens oscillatorische of periodieke karakter van de functie  $\exp(j\omega t)$  den nadruk te leggen. Een gewone reële harmonische trilling is de cisoidal oscillation natuurlijk niet; die wordt voorgesteld door een algemeene cosinus of sinusfunctie, bv.  $A \cos(\omega t + \varphi)$  of  $B \sin(\omega t + \psi)$ ,



waarbij, wegens de betrekking  $\sin a = \cos\left(a - \frac{\pi}{2}\right)$ , de tweede vorm als een bijzonder geval van de eerste kan worden beschouwd of omgekeerd.

De gewone harmonische trilling is volgens de in de vorige paragraaf besproken maatstaf niet elementair: een spanning  $E \cos(\omega t + a)$  zal in vele gevallen een stroom  $I \cos(\omega t + a - \varphi)$  ten gevolge hebben. Het directe quotient van deze twee, b.v.

$$\frac{I \cos(\omega t + a - \varphi)}{E \cos(\omega t + a)} = \frac{I}{E} \left[ \cos \varphi + \sin \varphi \operatorname{tg}(\omega t + a) \right]$$

is allerm minst onafhankelijk van den tijd.

Het gewone recept volgend zou men de niet elementaire vorm  $E \cos(\omega t + a)$  moeten splitsen tot men elementaire vormen bereikt heeft. Dit is hier heel eenvoudig:

$$E \cos(\omega t + a) = \frac{1}{2} E \varepsilon^{ja} \varepsilon^{j\omega t} + \frac{1}{2} E \varepsilon^{-ja} \varepsilon^{-j\omega t}$$

Consequent met het recept doorgaand zou men dus de gevolgen van de wel elementaire oorzaken

$\frac{1}{2} E \varepsilon^{ja} \varepsilon^{j\omega t}$  en  $\frac{1}{2} E \varepsilon^{-ja} \varepsilon^{-j\omega t}$  moeten uitrekenen en optellen. Dit is echter niet noodig, want de uitkomst is gelijk aan het reële gedeelte van het gevolg van

òf  $E \varepsilon^{ja} \varepsilon^{j\omega t}$  òf  $E \varepsilon^{-ja} \varepsilon^{-j\omega t}$  (let op het wegvallen van de factor  $\frac{1}{2}$ ), zoodat men kan volstaan met het berekenen van het gevolg van een van deze 2 elementaire oorzaken.

Dat dit zoo is kan men weer opvatten als een uitvloeisel van de geldigheid van de lineaire wetmatigheid: Als een (in dit geval elementaire) oorzaak  $P$  het gevolg  $X$  heeft, en men splitst  $P$  in twee oorzaken  $Q$  en  $R$  (in dit geval geen van beide elementair) zoodat  $P = Q + R$ , verder als men  $X$  maar op één manier kan splitsen in twee gevolgen  $Y$  en  $Z$  ( $X = Y + Z$ ), ieder van een bepaalde soort, indien tenslotte de oorzaak  $Q$  alleen maar gevolgen van de soort van  $Y$  kan hebben, dan is  $Y$  het gevolg van  $Q$  en  $Z$  dat van  $R$ .

In het behandelde geval worden de splitsingen uitgevoerd in reële en imaginaire deelen, wat steeds maar op één manier kan; een reële oorzaak kan slechts een reël gevolg hebben in een reële schakeling.

De laatstgenoemde eigenschappen hebben de symboliek in



het leven geroepen. Eenigszins overdrijvend zou men de twee scholen als volgt kunnen karakteriseeren :

De ware symbolist denkt steeds aan de reële deelen, maar werkt voor het gemak in plaats daarvan met complexe groot-heden, waarbij hij angstvallig steeds het woord symbolisch herhaalt, maar ook moet herhalen omdat hij immers de reële deelen bedoelt.

Een Campbellist werkt zonder scrupules met complexe groot-heden, er den nadruk op leggend, dat hij weet dat hij dat doet en dat hij ook niet anders zou willen, omdat hij bezig is op een eenvoudige manier veel nuttige kennis te vergaren, (voor-raadvorming); hij laat gaarne, als het zoo uitkomt, toe op het eind alleen de reële deelen te beschouwen.

Beide methoden voeren tot het gestelde doel. Er zijn echter gevaren aanwezig bij de symbolische methode, die te wijten zijn aan grensoverschrijdingen. Indien men de methode consequent toepast, zal men zich er niet aan schuldig maken, maar in de practijk komen deze overschrijdingen maar al te vaak voor.

Er zullen hiervan eenige voorbeelden gegeven worden in potentieele of manifeste vorm. Men stelle zich voor een serie-schakeling van een weerstand van  $R$  Ohm en een zelfinductie van  $L$  Henry.

*1e voorbeeld:*

„De impedantie van de serieschakeling is gelijk aan  $R + j \omega L$ .” Deze zin komt men misschien het meeste tegen. Omdat er iets in is weggelaten, kan men niet direct zeggen, dat de uitspraak beslist fout is. Gevaarlijk is de zin wel, want de ééne persoon heeft andere bedoelingen met het weggelatene dan de andere.

*2e voorbeeld:*

„De impedantie van de serieschakeling voor een wisselstroom met frequentie  $f$  ( $\omega = 2 \pi f$ ) is gelijk aan  $R + j \omega L$ .”

Het is duidelijk, dat de uitspraak eenvoudig niet juist is.

*3e voorbeeld:*

„De symbolische impedantie van de serieschakeling voor een wisselstroom met frequentie  $f$  is gelijk aan  $R + j \omega L$  ( $\omega = 2 \pi f$ ).”

Ook deze zin is fout en wel door het woordje *de* aan het begin. Met het woordje *een* aan het begin is er niets op de zin aan te merken. Niet alleen  $\varepsilon^{j\omega t}$  is een symbolische voorstelling voor de wisselstroomgrootheid  $\cos \omega t$ , met evenveel recht is  $\varepsilon^{-j\omega t}$



een symbolische voorstelling hiervoor. De hierbij behorende symbolische impedantie =  $R - j \omega L$ .<sup>1)</sup>

Tenslotte volge hier de uitspraak van een Campbellist over de impedantie:

„De impedantie van de serieschakeling voor een cisoidal oscillation  $\exp(j \omega t)$  is gelijk aan  $R + j \omega L$ .”

Dit is altijd waar.

In schakelingen zonder frequentietranspositie lijkt het bovenstaande alleen van academisch belang. Bij systemen met frequentie-transpositie treedt echter het volgende vaak op:

Wanneer men met Campbell aanneemt, dat er in een of andere tak een stroom  $i_1 \exp(j 2 \pi f_1 t)$  vloeit, dan blijkt onomstootelijk en volkomen ongedwongen, dat er in een andere tak een stroom  $i_2 \exp(-j 2 \pi f_2 t)$  vloeit ( $f_2 > 0$ ) en niet  $i_2 \exp(+j 2 \pi f_2 t)$ . Hierop komt men niet zoo vlug, als men symbolisch werkt op de verkeerde wijze en naar de reële stroomen kijkend, zegt: in de ééne tak treedt een wisselstroom met frequentie  $f_1$  op, in de andere blijkt een stroom met frequentie  $f_2$  op te treden; laat ons nu symbolisch gaan rekenen met exponentieele functies. Men is dan gauw geneigd met  $\exp(j 2 \pi f_1 t)$  en  $\exp(j 2 \pi f_2 t)$  te werken, daar men gewend is dat voor de symbolische voorstellingen van reële wisselgrootheden te houden. Het gevolg is dan dat er verwarringschepende complicaties optreden in de berekening, die automatisch wegvallen, indien men met de juiste, ook bij de consequente symbolische beschouwingwijze bij elkaar behorende, exponentieele functies werkt.

Voordat we overgaan tot het behandelen van systemen met frequentietranspositie, zullen we nog eenige paragrafen wijden aan onderwerpen, die voor die systemen van het grootste belang zijn, maar die wij ter kennismaking beter kunnen ontwikkelen aan systemen zonder frequentietranspositie.

1)  $\varepsilon^{j\omega t} (R + j \omega L) = (\cos \omega t + j \sin \omega t)(R + j \omega L) = (R \cos \omega t - \omega L \sin \omega t) + j(\omega L \cos \omega t + R \sin \omega t)$ .

$\varepsilon^{-j\omega t} (R - j \omega L) = (\cos \omega t - j \sin \omega t)(R - j \omega L) = (R \cos \omega t - \omega L \sin \omega t) - j(\omega L \cos \omega t + R \sin \omega t)$ .

Reëel  $\varepsilon^{j\omega t} (R + j \omega L) = \text{Reëel } \varepsilon^{-j\omega t} (R - j \omega L)$ .



5) *Vervolg van de beschouwing over complexe grootheden in systemen zonder frequentie-transpositie.*

*Lineaire betrekkingen tusschen amplitude factoren.*

*Affinoren. Vervangingschema's.\**

In het voorafgaande hebben we betoogd, dat bij aanwezigheid van een elementaire cisoidale oorzaak de gevolgen dezelfde functies van den tijd zijn als de oorzaak.

Als er in een ingewikkeld netwerk op verschillende plaatsen meer elementaire oorzaken aanwezig zijn, die allen dezelfde cisoidale tijdsafhankelijkheid vertoonen (die dus allen hetzelfde argument  $\omega t$  bezitten), zullen de gevolgen, d.w.z. de stroom- en spanningsverschijnselen door ieder van die oorzaken opgewekt, in de verschillende takken bij elkaar opgeteld kunnen worden tot een enkele resulterende cisoidale spanning en stroom per tak. Een cisoidaal verschijnsel is altijd gelijk aan een van den tijd niet afhankelijke amplitudefactor maal de eenvoudige cisoidale functie  $\text{cis}(\omega t) = \exp(j\omega t) = \varepsilon^{j\omega t}$ .

De zoeven genoemde optelling betreft dus de amplitude factoren. Wegens de aangenomen lineaire afhankelijkheid van oorzaken en gevolgen zullen er ook lineaire betrekkingen blijken te bestaan tusschen alle resulterende cisoidale spannings- en stroomverschijnselen in de verschillende takken voornoemd, wat weer neerkomt op het bestaan van lineaire betrekkingen, tusschen de resulterende amplitudefactoren.

*De in de lineaire betrekkingen voorkomende coëfficiënten zijn evenmin als de amplitudefactoren afhankelijk van den tijd, in het algemeen echter wel van de  $\omega$ .*

Het een en ander heeft geleid tot een algemeene netwerk- of multipooltheorie, die ervan uitgaat dat men het gedrag van een multipool volledig kent, indien men de lineaire betrekkingen maar kent tusschen de amplitudefactoren van de bij elkaar behoorende cisoidale stroom- en spanningsverschijnselen in het netwerk.

In het algemeen zorgt men er dan voor, dat er geen autonome emk's of stroombronnen in het netwerk verborgen zitten, brengt deze dus naar buiten en maakt principieel geen onderscheid meer tusschen oorzaak en gevolg, wat in vele gevallen voor de overblijvende romp toch al onmogelijk is. (Wel zijn geoorloofd niet-autonome, lineair van de in het netwerk loopende stroomen

\*) In de voordracht zelf zijn deze onderwerpen minder uitvoerig behandeld.



en spanningen afhankelijke emk's, zooals optredende in vervangingsschema's van versterkerbuizen.) In die lineaire betrekkingen zijn dan weer het meest kenmerkend voor het vaste, blijvende aspect voor de beschouwde multipool, de *coëfficiënten* vóór de amplitude factoren; men heeft immers nog een zekere vrijheid van keuze voor de waarden van die amplitudefactoren zelf. (In het eenvoudigste geval van een enkele impedantie is b.v. de eenige coëfficiënt de impedantie zelf, die het blijvende aspect van de tweepool weergeeft; in de eenige lineaire betrekking  $e = iz$ , vertegenwoordigen de amplitudefactoren  $e$  en  $i$  van de cisoidale spanningen en stroomen een wisselend element, de grootere hiervan kunnen immers nog verschillende waarden aannemen, hoewel ze evenredig blijven. Vaak worden de vornoemde coëfficiënten, waarvan er, behalve in het geval van een tweepool, altijd meer dan één aanwezig zijn, samengevat tot hogere eenheden, (Lit. 2) die namen dragen als matrix, tensor, of wanneer men de betere terminologie, voorgestaan door Prof. J. A. Schouten volgt, *affinor*.

Men onderscheidt verschillende soorten *affinoren*, b.v.: impedantie-*affinoren*, opgebouwd uit de coëfficiënten die ontstaan wanneer men de spanningen lineair in de stroomen uitdrukt; admittantie-*affinoren* op analoge wijze ontstaand, indien men het omgekeerde doet en overdrachts-*affinoren*, behoorende bij het geval dat men stroomen en spanningen van bepaalde klemmenparen uitdrukt in die van andere.

De multipooltheorie leert nu te manipuleeren met deze coëfficiëntenschema's of *affinoren*, b.v. hoe men de admittantie-*affinor* kan berekenen uit de impedantie-*affinor*, of hoe men de resulterende *affinoren* of coëfficiëntenschema's kan vinden bij parallel-, serie- of tandemschakeling enz. van verschillende multipolen.

Een schematische tekening van een netwerk geeft om te beginnen weer hoe het netwerk is opgebouwd. Men kan zulk een schema echter ook anders opvatten en deze opvatting is zeer zeker op zijn plaats als men met vervangingsschema's werkt: Het schema geeft met behulp van teekensymbolen aan hoe de stroomen en spanningen van elkaar afhangen. Dit doen bovengenoemde *affinoren* eveneens en men kan dan ook beweren dat een schema een overzichtelijke weergave is van de *affinoren* van het netwerk. Er is een volledige analogie: de coëfficiënten vinden hun uitbeelding in de vaste impedanties, transformatoren enz. van het schema, de variabele grootten van stroomen en



spanningen worden niet in het schema aangegeven, wel waar ze optreden en hoe ze met elkaar samenhangen. Zoo is ook de plaats van een coëfficiënt in de affinor bepalend ervoor, welke relatie tusschen welke grootheden die coëfficiënt vastlegt.

De in deze paragraaf gevolgde weg van het abstracte naar het concrete en bekende is wat ongewoon, toch is deze weg gekozen, daar bij systemen met transpositie primair lineaire vergelijkingen tusschen amplitudefactoren worden gevonden en het dan gewenscht is, deze in een meer vertrouwde vorm uit te beelden. Dit lukt heel vaak met behulp van gewone schema's, die dan in hooge mate alleen maar vervangingsschema's zijn, welke zeker bijbehorende vertalingsregels behoeven. Toch voldoen zij uitstekend aan den eisch in overzichtelijken vorm het wezenlijke van de betrekkingen weer te geven.

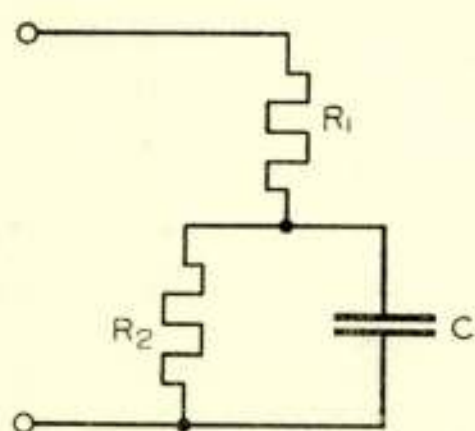


Fig. 1a.

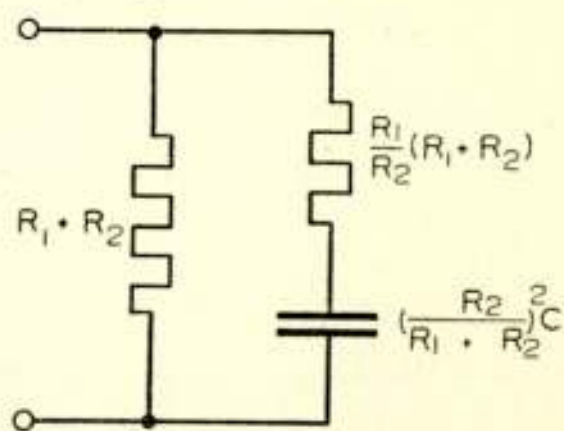


Fig. 1b.

Alvorens over te gaan tot de behandeling van enkele affinoren, vervangingsschema's en multipolen, alles nog zonder frequentietranspositie, nog eenige algemeene opmerkingen:

- 1) De symbolen voor een condensator en een zelfinductie zijn behalve voorstellingen van de echte objecten, tegelijkertijd symbolen voor de weliswaar niet van den tijd afhankelijke, maar wel met de  $\omega$  van de cisoidale functie varieerende impedanties van de objecten. Daar in systemen zonder frequentietranspositie overal dezelfde cisoidale functie optreedt is dit heel prettig. Bij systemen met transpositie, waar niet in alle takken dezelfde cisoidale functie aanwezig is, kunnen er door de associaties ontstaan bij gewone systemen verwarringen optreden indien men de tweede symboliek gaat hanteeren.
- 2) Sommige vastliggende betrekkingen in een netwerk kunnen nog op verschillende manieren in schemavorm worden weergegeven.

Voorbeelden hiervan zijn: 1) de schakelingen van de figuren 1a en 1b leveren aan het eenige toegankelijke



geteekende klemmenpaar volkomen dezelfde impedantie op; 2) de bekende ster-driehoektransformatie van figuren 2a en 2b beteekent, dat beide vierpolen, wat betreft betrekkingen tusschen stroomen en spanningen aan hun 2 klemmenparen identiek zijn. Huiselijk gezegd: indien men een gesloten kast krijgt met allerlei klemmenparen, kan men door metingen aan die klemmenparen een volkomen

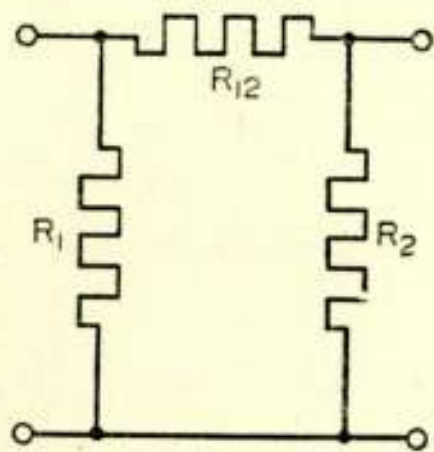


Fig. 2a.

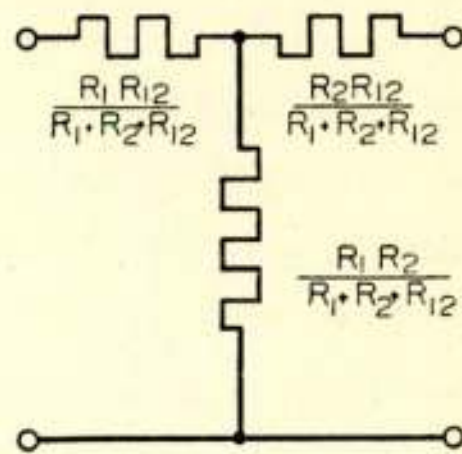


Fig. 2b.

inzicht krijgen in het gedrag van het kastje als multipool, maar men weet dan vaak niet wat er precies in het kastje zit.

#### 6) *Impedantie en admittantie-affinoren van een netwerk.*<sup>1)</sup>

Het gedrag van een netwerk kan vaak volledig en overzichtelijk beschreven worden door aan te geven, hoe de spanningen aan de toegankelijke klemmenparen afhangen van de stroomen,

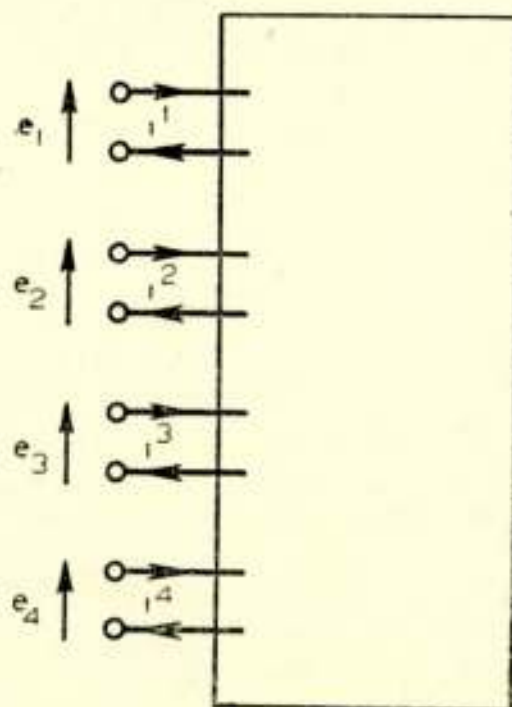


Fig. 3.

die via die klemmenparen in- en uitreden. Het blijkt dan nuttig te zijn afspraken te maken over de richtingen, waarin spanning en stroomen positief gerekend zullen worden, b.v. zoodanig,

<sup>1)</sup> In de voordracht niet behandeld.



dat aan ieder klemmenpaar energie naar het netwerk toevloeit als zoowel spanning als stroom momenteel positief zijn. De lineaire betrekkingen worden, als gewoonlijk, opgesteld voor de amplitudefactoren van de cisoidale stroom en spanningsverschijnselen, b.v. voor een achtpool (zie fig. 3).

$$\begin{aligned} e_1 &= Z_{11} i^1 + Z_{12} i^2 + Z_{13} i^3 + Z_{14} i^4 \\ e_2 &= Z_{21} i^1 + Z_{22} i^2 + Z_{23} i^3 + Z_{24} i^4 \\ e_3 &= Z_{31} i^1 + Z_{32} i^2 + Z_{33} i^3 + Z_{34} i^4 \\ e_4 &= Z_{41} i^1 + Z_{42} i^2 + Z_{43} i^3 + Z_{44} i^4 \end{aligned} \quad (1)$$

(De getallen 1, 2, 3, 4 bij de  $i$ 's zijn geen exponenten maar indices).

De impedantie affinor zelf wordt gevormd door de 16 grootheden:

$$\begin{array}{cccc} Z_{11} & Z_{12} & Z_{13} & Z_{14} \\ Z_{21} & Z_{22} & Z_{23} & Z_{24} \\ Z_{31} & Z_{32} & Z_{33} & Z_{34} \\ Z_{41} & Z_{42} & Z_{43} & Z_{44} \end{array}$$

Heel vaak is het omgekeerd ook mogelijk, de stroomen uit te drukken in de spanningen (weer worden de amplitude factoren bedoeld):

$$\begin{aligned} i^1 &= Y^{11} e_1 + Y^{12} e_2 + Y^{13} e_3 + Y^{14} e_4 \\ i^2 &= Y^{21} e_1 + Y^{22} e_2 + Y^{23} e_3 + Y^{24} e_4 \\ i^3 &= Y^{31} e_1 + Y^{32} e_2 + Y^{33} e_3 + Y^{34} e_4 \\ i^4 &= Y^{41} e_1 + Y^{42} e_2 + Y^{43} e_3 + Y^{44} e_4 \end{aligned} \quad \begin{array}{l} \text{met de} \\ \text{admittantie-} \\ \text{affinor} \end{array} \quad \begin{array}{cccc} Y^{11} & Y^{12} & Y^{13} & Y^{14} \\ Y^{21} & Y^{22} & Y^{23} & Y^{24} \\ Y^{31} & Y^{32} & Y^{33} & Y^{34} \\ Y^{41} & Y^{42} & Y^{43} & Y^{44} \end{array} \quad (2)$$

Het is bekend, hoe men de coëfficiënten  $Y$  kan berekenen uit de coëfficiënten  $Z$  nl. door oplossing van de vergelijkingen (1) naar de  $i$ 's. Men vindt dan de  $Y$ 's als quotienten van determinanten gevormd uit de  $Z$ 's

$$\begin{vmatrix} Z_{22} & Z_{23} & Z_{24} \\ Z_{32} & Z_{33} & Z_{34} \\ Z_{42} & Z_{43} & Z_{44} \end{vmatrix} \quad - \quad \begin{vmatrix} Z_{12} & Z_{13} & Z_{14} \\ Z_{32} & Z_{33} & Z_{34} \\ Z_{42} & Z_{43} & Z_{44} \end{vmatrix}$$

Zoo b.v.  $Y^{11} = \frac{\begin{vmatrix} Z_{22} & Z_{23} & Z_{24} \\ Z_{32} & Z_{33} & Z_{34} \\ Z_{42} & Z_{43} & Z_{44} \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} Z_{11} & Z_{12} & Z_{13} & Z_{14} \\ Z_{21} & Z_{22} & Z_{23} & Z_{24} \\ Z_{31} & Z_{32} & Z_{33} & Z_{34} \\ Z_{41} & Z_{42} & Z_{43} & Z_{44} \end{vmatrix}}$ ,  $Y^{12} = \frac{\begin{vmatrix} Z_{12} & Z_{13} & Z_{14} \\ Z_{32} & Z_{33} & Z_{34} \\ Z_{42} & Z_{43} & Z_{44} \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} Z_{11} & Z_{12} & Z_{13} & Z_{14} \\ Z_{21} & Z_{22} & Z_{23} & Z_{24} \\ Z_{31} & Z_{32} & Z_{33} & Z_{34} \\ Z_{41} & Z_{42} & Z_{43} & Z_{44} \end{vmatrix}}$  enz.

$$\begin{vmatrix} Z_{11} & Z_{12} & Z_{13} & Z_{14} \\ Z_{21} & Z_{22} & Z_{23} & Z_{24} \\ Z_{31} & Z_{32} & Z_{33} & Z_{34} \\ Z_{41} & Z_{42} & Z_{43} & Z_{44} \end{vmatrix} \quad \begin{vmatrix} Z_{11} & Z_{12} & Z_{13} & Z_{14} \\ Z_{21} & Z_{22} & Z_{23} & Z_{24} \\ Z_{31} & Z_{32} & Z_{33} & Z_{34} \\ Z_{41} & Z_{42} & Z_{43} & Z_{44} \end{vmatrix}$$



Het is nu ook duidelijk wanneer men de  $i$ 's niet kan uitdrukken in de  $e$ 's, terwijl het omgekeerde wel mogelijk is, nl. als de noemer-determinant = 0, wat beteekent dat de spanningen van de klemmenparen onderling afhankelijk zijn.

Aan den anderen kant is het mogelijk dat men wel de  $i$ 's in de  $e$ 's maar niet de  $e$ 's in de  $i$ 's kan uitdrukken, dan zijn de stroomen aan de klemmenparen onderling afhankelijk.

Er bestaat een bijzonder soort multipolen, waarbij  $Z_{mn} = Z_{nm}$  voor alle  $m$ 's en  $n$ 's en tevens  $Y^{kl} = Y^{lk}$  voor alle  $l$ 's en  $k$ 's.

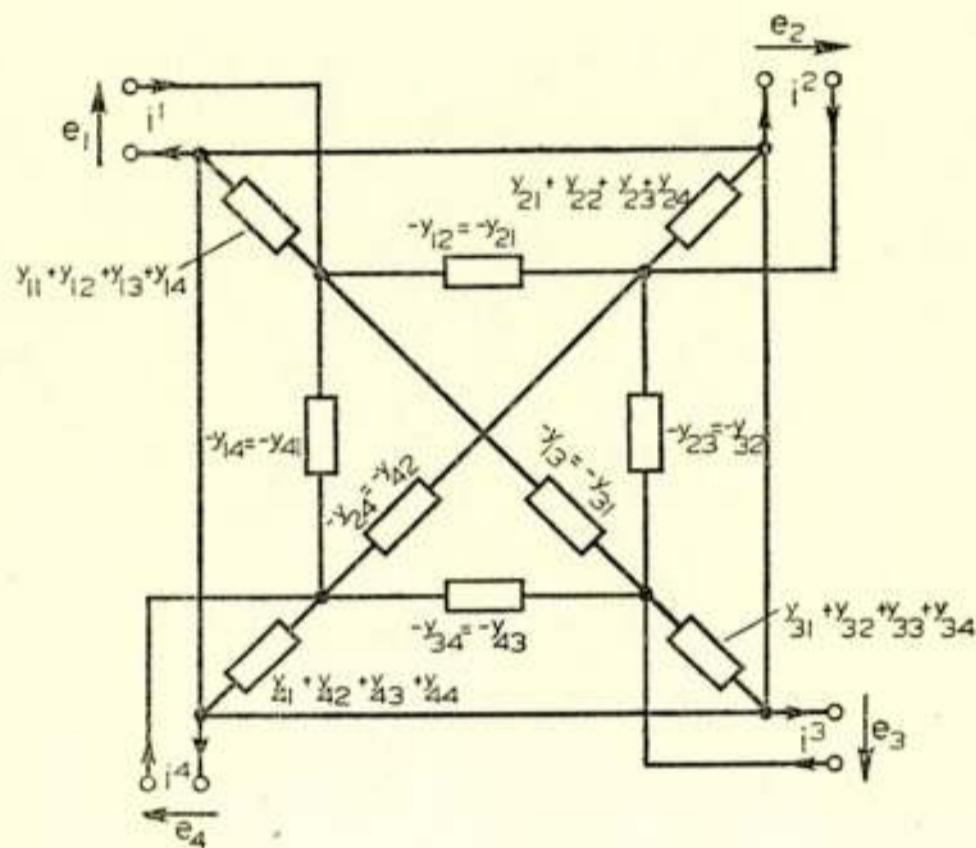


Fig. 4.

Deze noemt men passief. Alle multipolen, enkel opgebouwd uit gewone impedantie-elementen en wederkerige inducties zijn in ieder geval passief. Is een multipool niet passief, dan is er zeker een eenzijdig werkend versterkerelement in aanwezig of een althans niet in beide richtingen evenveel versterkend element. (Het omgekeerde is niet waar, een schakeling met versterkers kan best een passieve multipool opleveren).

Een passieve multipool, waarbij de stroomen in de spanningen kunnen worden uitgedrukt, kan altijd met een vervangingsschema worden weergegeven, opgebouwd uit enkele admittanties, dus zonder ideale transformatoren of andere wederkerige inducties. Het is vaak werkelijk slechts een *vervangingsschema* daar admittanties met negatief reële componenten niet uitgesloten zijn, die dan in de werkelijke schakeling niet aanwezig zijn.

Het vervangingsschema van de reeds meer besproken achtpool is weergegeven in fig. 4. De achtpool is nu passief, dus  $Y_{kl} = Y_{lk}$ .



Tenslotte geven wij nog 2 eenvoudige vierpolen, waarbij in de eerste (fig. 5) de spanningen in de stroomen en niet omgekeerd, en bij de tweede (fig. 6) de stroomen in de spanningen en niet omgekeerd uitgedrukt kunnen worden.

De vergelijkingen behorende bij fig. 5 zijn:

$$e_1 = i^1 R + i^2 R$$

$$e_2 = i^1 R + i^2 R$$

die behorende bij fig. 6 zijn:

$$i^1 = G e_1 - G e_2$$

$$i^2 = -G e_1 + G e_2$$

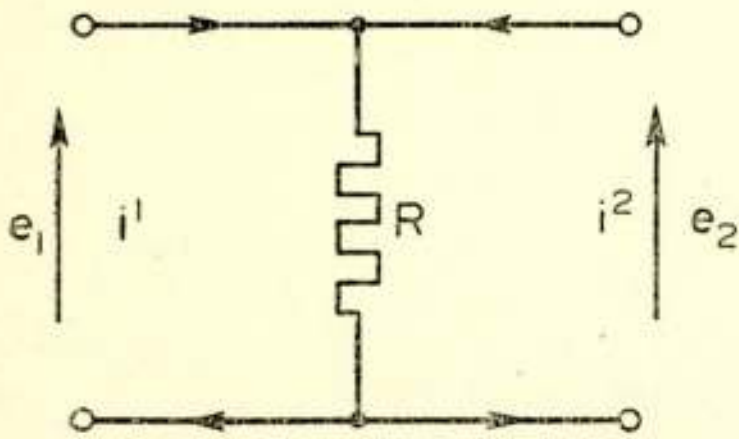


Fig. 5.

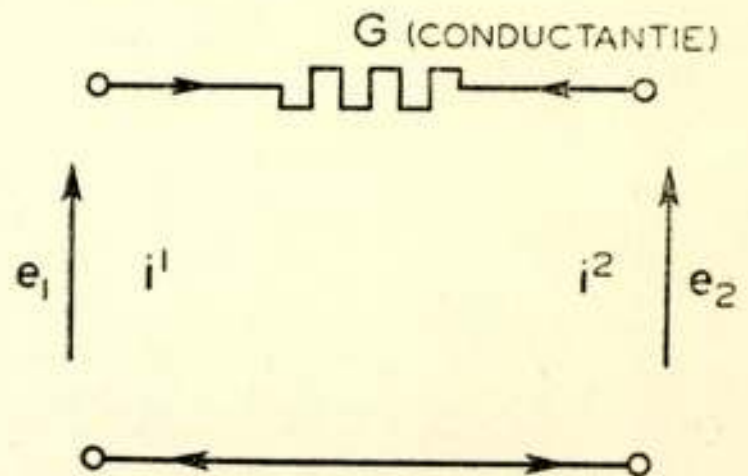


Fig. 6.

7) *Multipolen zonder energiedissipatie en energie-accumulatie (geen freq. transp.).*

Er zijn multipolen waarbij het evenmin mogelijk is de spanningen in de stroomen als de stroomen in de spanningen uit te drukken.

Dus noch de impedantie-, noch de admittantieaffinor bevat een enkele eindige van nul verschillende coëfficiënt. Hierbij is het wel mogelijk de klemmenparen in twee groepen te verdeelen, zoodanig, dat de spanningen van de eerste groep uit te drukken zijn in die van de tweede, en/of vice-versa, en tevens de stroomen van de tweede in die van de eerste en/of vice-versa. In de vervangingsschema's van dit soort bijzondere multipolen treden alleen ideale transformatoren op. In het algemeen, dus bij willekeurige multipolen, zijn de spanningen van de ééne groep slechts uit te drukken in spanningen *en* stroomen van de andere groep met iets analoogs voor de stroomen.

Interessante voorbeelden van dergelijke bijzondere multipolen zijn de ideale vorken. De niet geheele ideale vorken, die in de



techniek gebruikt worden, zijn werkelijk opgebouwd uit gewone, dus niet-ideale transformatoren. Vorken worden o.a. toegepast in de telefoontechniek in lijnen met versterkers en in telefoon-toestellen. Het zijn achtpolen of liever netwerken met 4 klemmenparen. Ze zijn zoo geconstrueerd, dat, indien men op een der klemparen zendt en twee andere klemmenparen afsluit met impedanties, die een bepaalde voorgeschreven reële verhouding (vaak 1 op 1) bezitten, men op het laatste klemmenpaar niets ontvangt. Dit is in versterkte lijnen van belang om geneeren te voorkomen (er moet immers in de beide spreekrichtingen versterkt kunnen worden) en in telefoontoestellen om het in de microfoon gesprokene niet ontoelaatbaar sterk in de eigen telefoon te hooren.

Er zullen nu 3 voorbeelden van deze bijzondere multipolen behandeld worden, waaronder 2 vorken. Het zijn alle netwerken met 4 klemmenparen (fig. 7). Bij dit soort netwerken is een

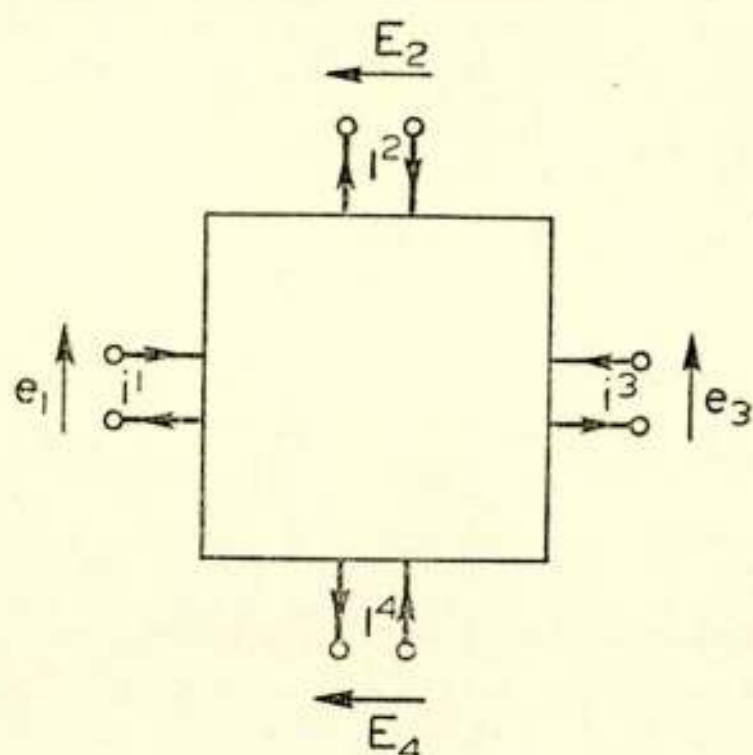


Fig. 7.

andere tekenafpraak nuttiger. De spanningen en stroomrichtingen zijn zoo gekozen, dat wanneer beide momenteel positief zijn, er bij de eene groep energie *naar* het netwerk toevloeit; bij de andere groep klemmenparen (2 en 4) stroomt er dan energie *uit* het netwerk. Van de 3 voorbeelden zullen worden gegeven de verschillende mogelijke lineaire betrekkingen zoowel als mogelijke vervangingsschema's.

### Lineaire betrekkingen

#### 1e voorbeeld (een vork)

$$1a) \begin{cases} E_2 = e_1 - e_3 \\ E_4 = \frac{1}{2} e_1 + \frac{1}{2} e_3 \end{cases}$$

$$1b) \begin{cases} i^1 = I^2 + \frac{1}{2} I^4 \\ i^3 = -I^2 + \frac{1}{2} I^4 \end{cases}$$



Er is een algemeene regel, geldend voor alle netwerken van de soort behandeld in deze paragraaf, voor het vinden van de vergelijkingen die de *stroom*en van de *eerste* groep uitdrukken in die van de *tweede* groep, als bekend zijn de vergelijkingen die de *spanningen* van de *tweede* groep uitdrukken in die van de *eerste*:

*De coëfficiënten van het tweede stel vergelijkingen zijn dezelfde als die van het eerste stel, hun plaats is echter anders en men vindt die door te spiegelen t.o.v. de hoofddiagonaal.* Als we de vervangingsschema's laten zien met alleen ideale transformatoren zal deze regel direct duidelijk zijn. De regel geldt verder ook indien men *overal* eerste en tweede groep verwisselt en/of als men *overal* stroom en spanningen verwisselt.

De behandelde vork laat eveneens toe  $e_1$  en  $e_3$  uit te drukken in  $E_2$  en  $E_4$ , de vork is dus ook te beschrijven door:

$$2a) \quad \begin{aligned} e_1 &= \frac{1}{2} E_2 + E_4 \\ e_3 &= -\frac{1}{2} E_2 + E_4 \end{aligned} \quad \text{hierbij hoort } 2b) \quad \begin{aligned} I^2 &= \frac{1}{2} i^1 - \frac{1}{2} i^3 \\ I^4 &= i^1 + i^3 \end{aligned}$$

*2e voorbeeld (een andere vork)*

$$3a) \quad \begin{aligned} E_2 &= \frac{1}{\sqrt{2}} e_1 + \frac{1}{\sqrt{2}} e_3 \\ E_4 &= \frac{1}{\sqrt{2}} e_1 - \frac{1}{\sqrt{2}} e_3 \end{aligned} \quad \text{hieruit } 3b) \quad \begin{aligned} i^1 &= \frac{1}{\sqrt{2}} I^2 + \frac{1}{\sqrt{2}} I^4 \\ i^3 &= \frac{1}{\sqrt{2}} I^2 - \frac{1}{\sqrt{2}} I^4 \end{aligned}$$

Tevens (ook hierbij lukt de omkeering)

$$4a) \quad \begin{aligned} e_1 &= \frac{1}{\sqrt{2}} E_2 + \frac{1}{\sqrt{2}} E_4 \\ e_3 &= \frac{1}{\sqrt{2}} E_2 - \frac{1}{\sqrt{2}} E_4 \end{aligned} \quad \text{en } 4b) \quad \begin{aligned} I^2 &= \frac{1}{\sqrt{2}} i^1 + \frac{1}{\sqrt{2}} i^3 \\ I^4 &= \frac{1}{\sqrt{2}} i^1 - \frac{1}{\sqrt{2}} i^3 \end{aligned}$$

Zooals men ziet is deze vork extra symmetrisch.

*3e voorbeeld (géén vork)*

$$5a) \quad \begin{aligned} E_2 &= e_1 + e_3 \\ E_4 &= e_1 + e_3 \end{aligned} \quad \text{hieruit } 5b) \quad \begin{aligned} i^1 &= I^2 + I^4 \\ i^3 &= I^2 + I^4 \end{aligned}$$

De vergelijkingen zijn afhankelijk, dus de omkeering ( $e_1$  en  $e_3$  uitdrukken in  $E_2$  en  $E_4$  tevens  $I^2$  en  $I^4$  uitdrukken in  $i^1$  en  $i^3$ ) gaat niet.



*Vervangingschema's.*

1e voorbeeld (figuur 8).

Dit vervangingschema sluit aan bij de gewone praktische uitvoering. Alleen is in dit ideale geval de transformator met 3 wikkelingen natuurlijk ideaal gedacht, dus met een oneindig

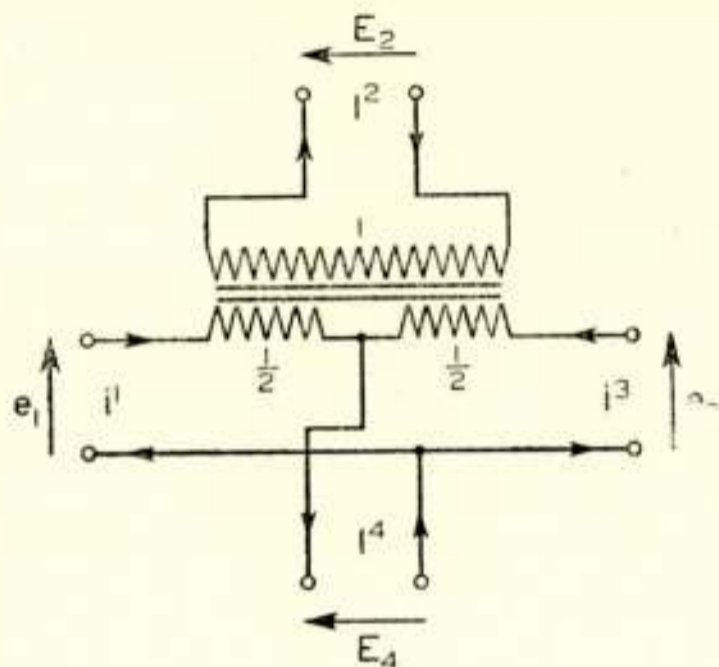


Fig. 8.

hooge zelfinductie per wikkeling en met afwezigheid van spreiding tusschen de wikkelingen. De verhoudingen van de aantallen windingen per wikkeling zijn tevens aangegeven. Er zijn vele andere vervangingschema's mogelijk; er zullen nog 2 gegeven worden, die direct aansluiten bij de vergelijkingen 1a) en 1b) resp. 2a) en 2b), nl. fig. 9 resp. fig. 10. De verhoudingen van

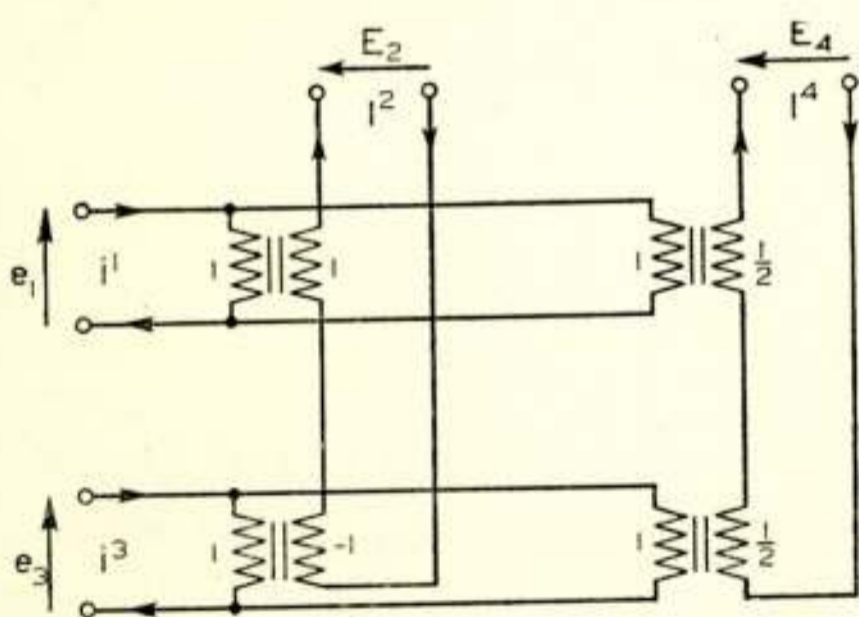


Fig. 9.

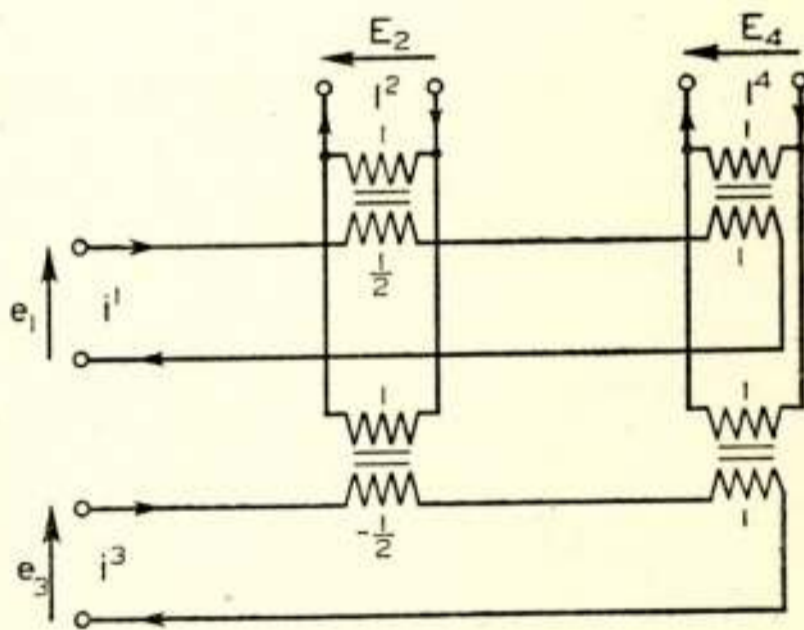


Fig. 10.

het aantal windingen zijn hierbij, indien noodig, met een minteken voorzien om een omgekeerde wikkelzin aan te geven.

2e voorbeeld.

Hiervoor worden 2 schema's gegeven aansluitend bij de



practische uitvoering (zgn. Campbellvorken) fig. 11 en fig. 12. De extra symmetrie van deze vork uit zich erin, dat fig. 12

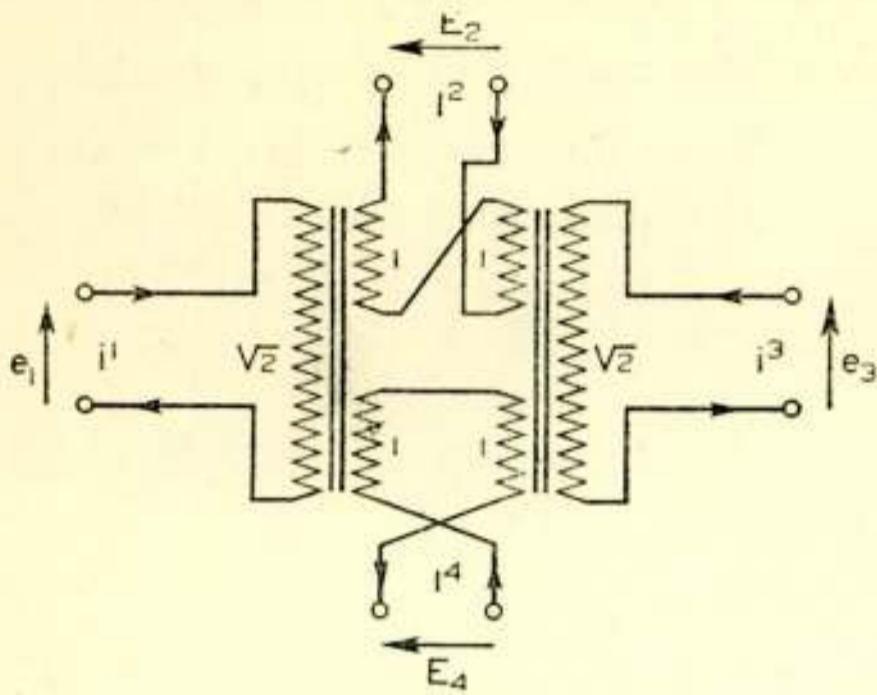


Fig. 11.

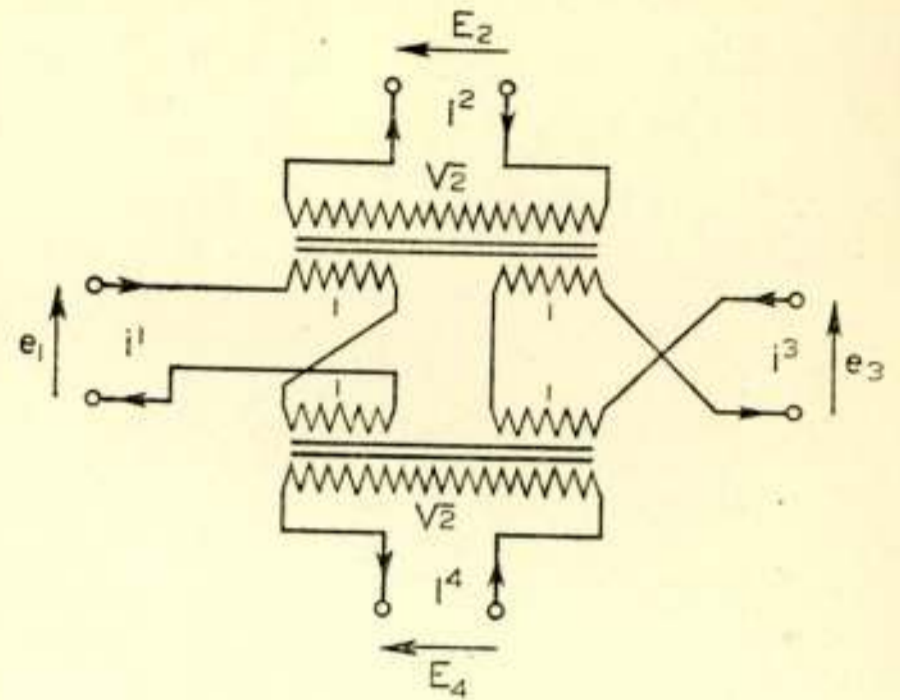


Fig. 12.

ontstaat uit fig. 11 door spiegeling. Direct aansluitend bij de vergelijkingen 3a en 3b resp. 4a en 4b verkrijgt men de schema's 13 resp. 14.

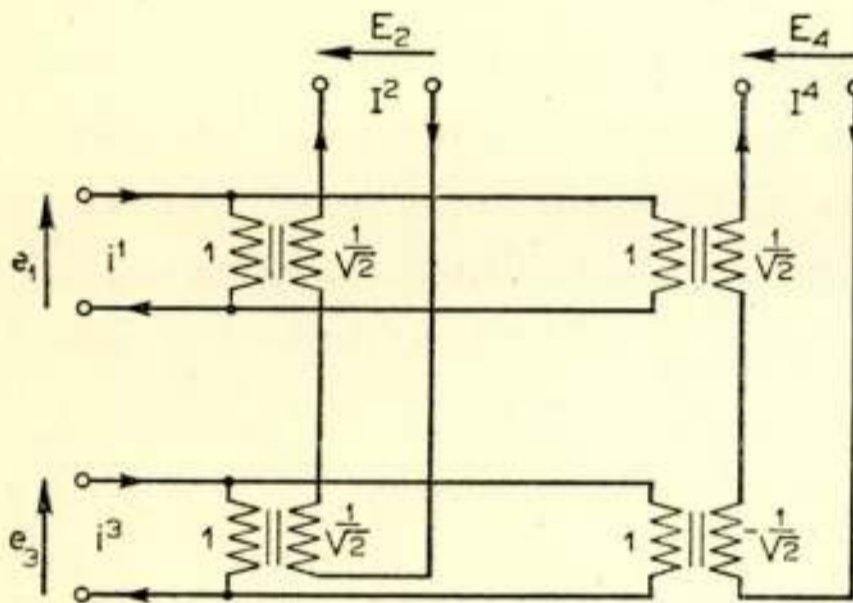


Fig. 13.

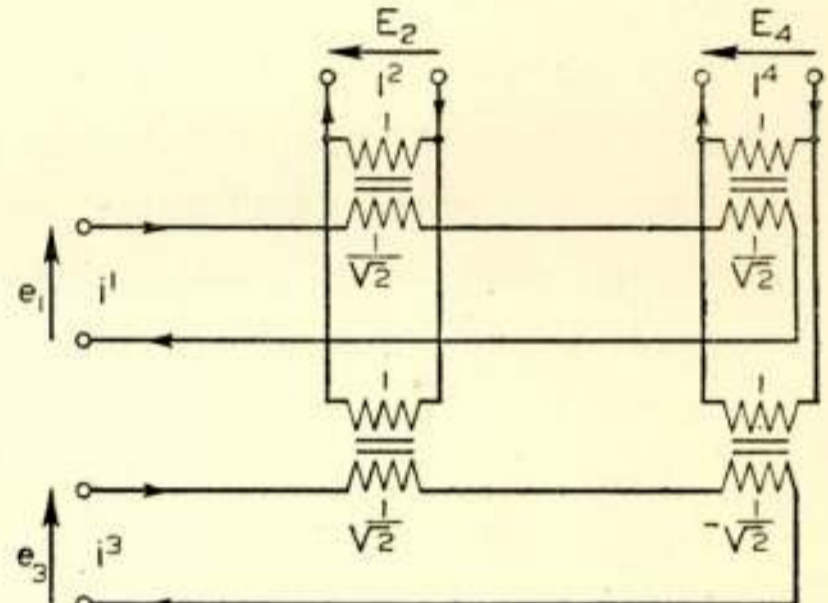


Fig. 14.

3e voorbeeld.

Wij geven hier alleen het schema fig. 15 aansluitend bij de vergelijkingen 5a en 5b. De omgekeerde vergelijkingen bestaan niet, dus ook niet het schema analoog aan fig. 10 en fig. 14 met „liggende” ideale transformatoren.

Alle vergelijkingen in deze paragraaf gelden natuurlijk in principe weer tusschen de amplitudefactoren van cisoidale stroom- en spanningsverschijnselen.

Verder blijkt ook hier weer, dat verschillende vergelijkingen en verschillende vervangingsschema's een en hetzelfde netwerk kunnen weergeven. Sommige eigenschappen van het netwerk



kunnen vaak makkelijker uit de eene dan uit de andere voorstelling worden afgeleid. Men moet echter vermijden sommige accenten, door de bepaalde voorstellingswijze gelegd, voor wezenlijk te houden. Andere eigenschappen, die niet zoo vlug uit de gekozen voorstelling kunnen worden afgelezen, zijn vaak net zoo wezenlijk en kunnen weer uit een andere voorstelling vlugger worden gehaald. Tenslotte is de regel voor het vinden van de stroomrelaties uit de spanningsrelaties uit de vervangings-

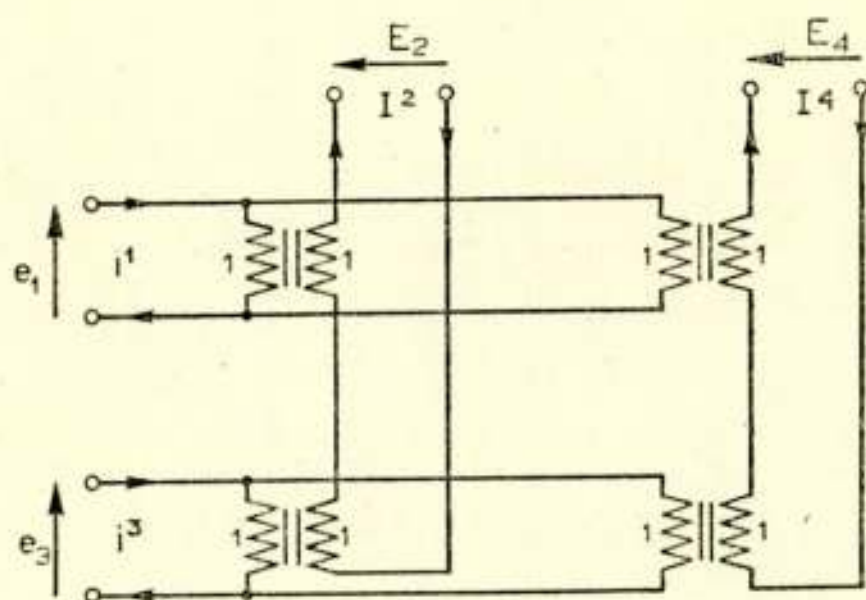


Fig. 15.

schema's nu direct in te zien: een ideale transformator die van wikkeling A naar wikkeling B een zekere spanningsverhouding oplevert, geeft een stroomverhouding van dezelfde grootte van B naar A.

### *Systemen met frequentietranspositie.*

#### 8) *Algemeen.*

In systemen zonder transpositie is men gewend uit het ontstaan van hogere harmonischen of stroom- en spanningsverschijnselen met som- en verschilfrequenties te besluiten tot de aanwezigheid van niet-lineaire betrekkingen. In systemen met transpositie, waar men het optreden van b.v. een bepaalde somfrequentie  $f_1 + f_2$  wenscht, mits lineair, moet men ervoor oppassen, geleid door analogie-overwegingen de conclusie te trekken, dat het met de lineariteit mis is, indien b.v. de frequentie  $f_1 + nf_2$  ook blijkt op te treden. Wanneer  $f_2$  de transpositiefrequentie is en  $f_1$  de te transponeren, is dit in het algemeen juist niet het geval. Men moet eenvoudig de oorspronkelijke maatstaf van lineariteit aanleggen, zooals aangegeven in para-



graaf 2. Is hieraan voldaan, en hangen verschijnselen met frequentie  $f_1 + nf_2$  lineair samen met die van frequentie  $f_1$ , dan moeten de verschijnselen met frequentie  $f_1 + nf_2$  in de rekening worden opgenomen.

9). *Transponatoren met veranderlijke weerstanden.*

Het vorige zullen we toepassen op en tegelijkertijd toelichten aan een eenvoudig voorbeeld, nl. een door een uitwendig agens bestuurde veranderlijke weerstand, waarvan het geleidingsvermogen varieert volgens de wet  $G = G_0 - G_s \cos 2\pi f_s t = G_0 - G_s \cos \omega_s t$ . (Men kan zich dit voorstellen b.v. als een supra-accoustische microfoon; het uitwendige agens is dan de (wisselende) luchtdruk). Geleid door het succes bij systemen zonder frequentietranspositie, gaan we de gevolgen na van één elementaire cisoidale emk.  $U \varepsilon^{j\omega t}$  ( $\omega = 2\pi f$ ). We houden het vraagstuk algemeen door te veronderstellen, dat zich tusschen emk en transponator nog een gewoon niet transponeerend netwerk bevindt.

Om te beginnen zal zich aan den transponator een cisoidale klemspanningscomponent  $e_0 \exp(j2\pi f t)$  manifesteren met het argument  $2\pi f t$ . Daar we  $G = G_0 - G_s \cos 2\pi f_s t$  kunnen schrijven  $G = -\frac{1}{2} G_s \varepsilon^{-j2\pi f_s t} + G_0 - \frac{1}{2} G_s \varepsilon^{j2\pi f_s t}$  zullen ten gevolge hiervan behalve de cisoidale stroomcomponent met het oorspronkelijke argument  $2\pi f t$  ook componenten met de argumenten  $2\pi(f - f_s)t$  en  $2\pi(f + f_s)t$  gaan loopen. In het algemeen zal het niet-transponeerende netwerk voor deze nieuwe componenten een van nul verschillende impedantie hebben, zoodat ook hiermede corresponderende spanningscisoiden als klemspanningscomponenten aan de transponator zullen verschijnen. Deze zullen via de veranderlijke conductantie  $G$  weer cisoidale stroomcomponenten veroorzaken, 1e. van de hoekfrequenties  $2\pi(f - f_s)$  en  $2\pi(f + f_s)$ , 2e. van de oorspronkelijke hoekfrequentie  $2\pi f$ ; dit beteekent, dat de grootte van resulterende stroomcisoide van deze hoekfrequentie bepaald wordt door de oorspronkelijke  $e_0 \exp(j\omega t)$  en, door terugwerking, door de hiermede samenhangende maar hiervan verschillende componenten  $e_{-1} \exp j(\omega - \omega_s)t$  en  $e_1 \exp j(\omega + \omega_s)t$ ; 3e. de nieuwe, nu voor het eerst op het toneel komende hoekfrequenties  $\omega - 2\omega_s$  en  $\omega + 2\omega_s$ .

Voor deze hiermede corresponderende stroomen kunnen we dezelfde redeneering toepassen als voor de componenten met hoekfrequentie  $\omega - \omega_s$  en  $\omega + \omega_s$  enz.



Men ziet dus, dat de aanwezigheid van een enkele cisoidale klemspanningcomponent aan den transponator in principe een lawine van stroom- en spanningscisoiden met volkomen vastgelegde hoekfrequenties  $(\omega + n \omega_s)$  aan het rollen brengt. (In alle negatieve en positieve geheele getallen van  $-\infty$  tot  $+\infty$ ). Hoe groot die cisoidale verschijnselen zijn, dat wil dus zeggen hoe groot hun amplitudefactoren zijn, legt de transponator alleen, gegeven de amplitudefactor  $e_0$  van de oorspronkelijke cisoide, *niet* vast. *Wel* liggen ze vast, wanneer bovendien bekend is hoe groot de impedanties zijn van het eraan gekoppelde niet transponeerende netwerk voor alle optredende cisoiden. Toch beperkt de transponator *alleen* al de mogelijkheden, door het voorschrijven van een oneindig aantal lineaire betrekkingen tusschen de amplitudefactoren. Deze zullen nu worden opgeschreven:

.....

$$i^{-2} = -\frac{1}{2} G_s e_{-3} + G_0 e_{-2} - \frac{1}{2} G_s e_{-1}$$

$$i^{-1} = -\frac{1}{2} G_s e_{-2} + G_0 e_{-1} - \frac{1}{2} G_s e_0$$

$$i^0 = -\frac{1}{2} G_s e_{-1} + G_0 e_0 - \frac{1}{2} G_s e_1$$

$$i^1 = -\frac{1}{2} G_s e_0 + G_0 e_1 - \frac{1}{2} G_s e_2$$

$$i^2 = -\frac{1}{2} G_s e_1 + G_0 e_2 - \frac{1}{2} G_s e_3$$

..... enz.

Het zal wel duidelijk zijn, dat met  $i''$  bedoeld is de amplitudefactor van de cisoidale stroomcomponente met hoekfrequentie  $(\omega + n \omega_s)$  en met  $e_m$  die van de cisoidale klemspanningscomponente met hoekfrequentie  $(\omega + m \omega_s)$ .

We merken op, dat deze lineaire betrekkingen volkomen het gedrag beschrijven van de transponator, de werking waarvan op het varieeren met den tijd berust. Toch komen in deze betrekkingen slechts constante, dus *niet* met den tijd veranderende amplitudefactoren en coëfficiënten voor. Wat dit betreft hebben we dus een volledige analogie verkregen met de systemen zonder transpositie (zie par. 5). Daar we hier de kern van de heele netwerktheorie te pakken hebben, zullen we in het vervolg deze analogie zooveel mogelijk exploiteeren, daarbij gebruik makende van de ontwikkeling van die theorie, gegeven in de paragrafen 5, 6 en 7.



Voor we hiertoe overgaan, doen we natuurlijk wel goed om op de verschillen te wijzen. In systemen zonder transpositie worden lineaire betrekkingen gelegd tusschen de amplitudefactoren van cisoidale verschijnselen, die, voor zoover ze van dezelfde soort zijn (b.v. spanningen of stroomen), optreden op *verschillende* plaatsen in het netwerk, allen echter bezitten *dezelfde* hoekfrequentie. In systemen met transpositie zijn de betrekkingen echter vaak tusschen de amplitudefactoren van cisoidale verschijnselen, optredende op *dezelfde* plaats, maar voorzien van *verschillende* hoekfrequenties.

Terugkomende op de exploitatie van de gevonden analogie, merken we op, dat de admittantie-affinor van bovenstaande lineaire betrekkingen slechts conductantiegrootheden bevat, die niet afhankelijk zijn van de hoekfrequenties, terwijl tevens geldt dat  $Y^{III} = Y^{IIII}$ . We kunnen dus meteen de stap wagen van het opstellen van een vervangingsschema (fig. 16). Dit schema

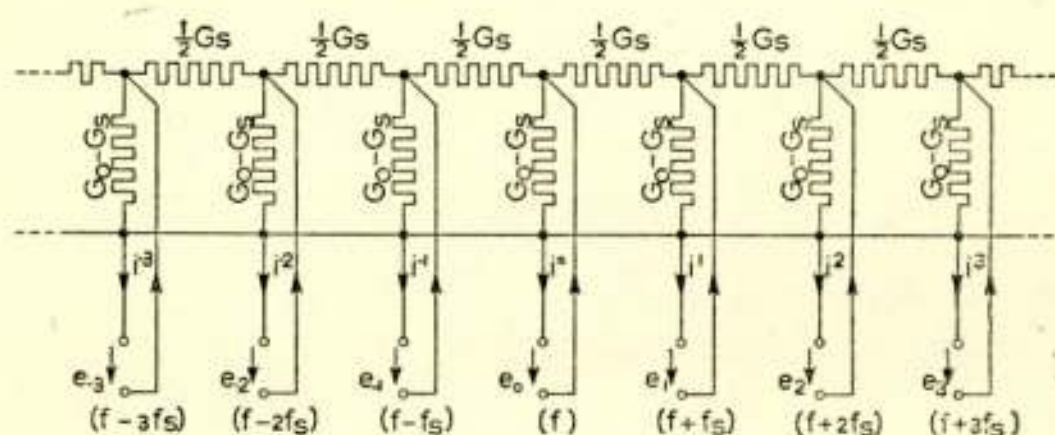


Fig. 16.

is nu in geen geval een weergave van de werkelijke opbouw van een netwerk (waarbij dus een werkelijke weerstand wordt aangegeven door het bekende teekensymbol).

Aan iedere cisoidaal verschijnsel wordt een apart klemmenpaar toegewezen, dat men een mathematisch klemmenpaar zou kunnen noemen (de er bij behorende frequentie is er tusschen haakjes onder geschreven). We hebben dus het verschil in frequentie in het schema moeten weergeven door een verschil in plaats, dat in de werkelijkheid juist niet optreedt. Dit geeft in het begin misschien eenige verwarring, toch geeft het schema volkomen weer het lineaire verband tusschen de amplitudefactoren van de cisoiden met verschillende hoekfrequenties, want dit is hetzelfde als bij een netwerk, dat in werkelijkheid is opgebouwd als het schema aangeeft, waarbij dan geen transpositie optreedt en waarbij ieder klemmenpaar ook een apart fysisch klemmenpaar weergeeft.



Een consequentie van het weergeven van een verschil in hoekfrequentie door een verschil in plaats in het vervangings-schema is natuurlijk, dat het uitwendige niet-transponeerende netwerk eveneens in veelvoud voorkomt, steeds echter bij een andere frequentie, in het vervangingsschema, dat transponator + netwerk weergeeft.

We kunnen het nut van het vervangingsschema tenslotte het beste aantonen door het te gebruiken, waartoe we nu zullen overgaan.

De transponator zij bedoeld om de frequentie  $f$  te transponeeren tot  $f - f_s$ . We kunnen nu 2 eenvoudige gevallen onderscheiden:

- 1) voor de frequenties  $f - 2f_s$  en  $f + f_s$  zorgen we ervoor, dat het uitwendige netwerk een kortsluiting vertegenwoordigt. (Minder slordig gezegd: voor cisoidale verschijnselen met die frequenties of met hoekfrequenties  $2\pi(f - 2f_s)$  en  $2\pi(f + f_s)$  of voor exponentieele verschijnselen met de zuiver imaginaire exponenten  $j(\omega - 2\omega_s)t$  en  $(j\omega + \omega_s)t$ ).
- 2) We zorgen ervoor, dat voor alle niet gewenschte andere frequenties het uitwendige netwerk een impedantie  $\infty$  vertoont.

Ad 1) Het schema vereenvoudigt tot fig. 17, een eenvoudige

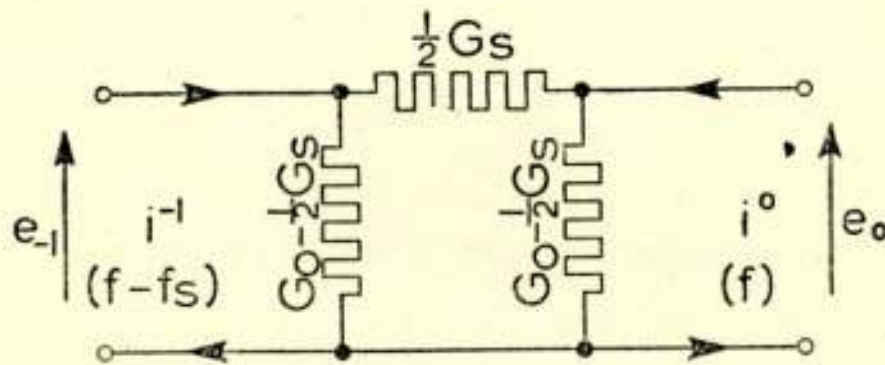


Fig. 17.

4-pool, bestaande uit een symmetrische  $\pi$ -schakeling van weerstanden. Karakteristieke admittantie =

$$\sqrt{G_o^2 - \frac{1}{4} G_s^2}.$$

Minimale demping (deze wordt verkregen bij afsluiting met karakteristieke admittanties)

$$= 20 \log \left[ \frac{G_o}{G_s} + \sqrt{\left(\frac{G_o}{G_s}\right)^2 - 1} \right] \text{ dB. Bij } G_s = G_o \text{ wordt dit } 11,4 \text{ dB.}$$



Ad 2) Het schema wordt nu fig. 18. Van de dwarsadmittanties  $\frac{1}{2} \left[ (G_o - G_s) + \sqrt{G_o^2 - G_s^2} \right]$  is het stuk  $\sqrt{G_o^2 - G_s^2}$  afkomstig van het oneindige zich herhalende laddernetwerk, voerende naar de mathematische klemmen van de cisoidale verschijnselen, waarbij de uitwendige impedantie  $\infty$  is.

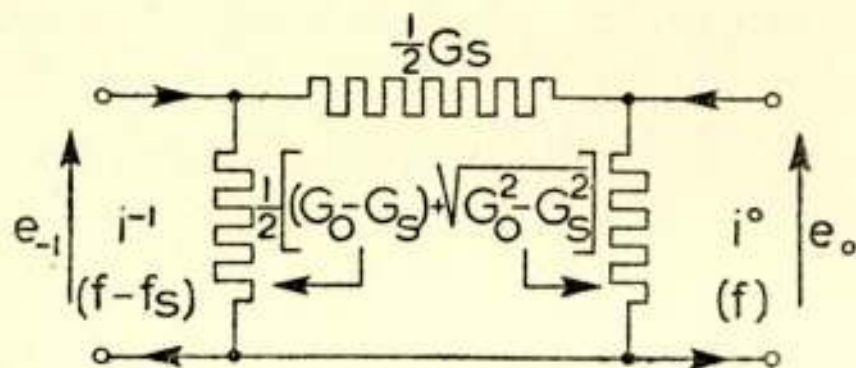


Fig. 18.

De karakteristieke admittantie is nu

$$\sqrt{\frac{G_o^2 - G_s^2 + G_o \sqrt{G_o^2 - G_s^2}}{2}}$$

De minimale demping wordt

$$20 \log \left[ \frac{G_o}{G_s} + \sqrt{\left(\frac{G_o}{G_s}\right)^2 - 1} + \sqrt{2 \left(\frac{G_o}{G_s}\right)^2 - 2 + 2 \frac{G_o}{G_s} \sqrt{\frac{G_o^2}{G_s^2} - 1}} \right] dB$$

Bij  $G_s = G_o$  wordt dit  $0 dB$ . De dwarsadmittanties  $G_o - G_s$  worden nu  $0$ , de theoretische demping  $0$  zou optreden bij afsluiting met de oneindig hoge karakteristieke impedantie. Bij eindige impedanties voor frequenties  $f$  en  $f - f_s$  is het schema toch heel eenvoudig, de vierpool ontgaat tot één enkele serie-weerstand tusschen de klemmenparen van de waarde  $2/G_s \Omega$ .

Bij de beschouwde gevallen ziet men, dat de cisoidale verschijnselen met de te transposeeren frequentie  $f$  invloed onder vinden van de impedanties bij de getransponeerde frequentie  $f - f_s$ . Er is dus terugwerking. Bij de het eerst gebruikte buismodulatoren ontbreekt vaak deze terugwerking; daarom was het daarbij niet noodig de uitgebreide theorie te ontwikkelen.

Een interessant geval treedt op, als  $f - f_s$  negatief is, dus  $f_s > f$ . We moeten gewoon consequent met de impedantie van het aangrenzende netwerk rekenen voor de cisoidale functie  $\varepsilon^{j 2 \pi (f - f_s) t}$ , dus met negatieve hoekfrequentie. Stel dat



er voor de getransponeerde frequentie een belasting aanwezig is met „inductief” reactieve component, dan uit die zich, via de terugwerking, in de te transponeren frequentie in dit geval als een belasting met „capacitief” reactieve component, nl. met een negatieve reactantie.

Het is de moeite waard dit resultaat, dat de wiskunde, mits consequent toegepast, ons zoo maar in de schoot werpt, te volgen indien we het heele geval reëel behandelen, dus zonder cisoidale functies.

Op de klemmen van den transponator zij om te beginnen een spanningscomponent  $A \sin \omega t$  aanwezig. Door de veranderlijke conductantie  $G_0 - G_s \cos \omega_s t$  treedt er een stroom op

$$(G_0 - G_s \cos \omega_s t) A \sin \omega t = A \left[ -\frac{1}{2} G_s \sin (\omega - \omega_s) t + G_0 \sin \omega t - \frac{1}{2} G_s \sin (\omega + \omega_s) t \right].$$

Deze stroom vloeit de transponator in, dus er uit vloeit o.a. de stroom  $+\frac{1}{2} A G_s \sin (\omega - \omega_s) t$ .

Dit is  $= K \sin (\omega - \omega_s) t$  als  $\omega > \omega_s$  en  $= -L \sin (\omega_s - \omega) t$  als  $\omega_s > \omega$ ;  $K$  en  $L > 0$ . De inductieve belasting geeft dan een spanningscomponent die voorloopt t.o.v. de stroom, dus  $+P \cos (\omega - \omega_s) t$  als  $\omega > \omega_s$  of  $-Q \cos (\omega_s - \omega) t = -Q \cos (\omega - \omega_s) t$  als  $\omega_s > \omega$ ;  $P$  en  $Q > 0$ . Door terugwerking veroorzaakt deze spanningscomponent via de conductantie  $G_0 - G_s \cos \omega_s t$  een wisselstroomcomponent van de frequentie  $f$ , de transponator in, gelijk aan  $-\frac{1}{2} P G_s \cos \omega t$  of gelijk aan  $+\frac{1}{2} Q G_s \cos \omega t$ , al naar mate  $\omega > \omega_s$  of  $\omega_s > \omega$ .

De eerste is een t.o.v. de spanning achterblijvende stroom dus een „inductieve” belasting; de tweede een voorlopende stroom, dus een „capacitieve” belasting. Men vergelijkte voor dit interessante geval lit. (3) en lit. (4).

De auteurs van lit. 3, zijn voor dit geval blijven steken; zie pag. 47:

„The reason for the restriction to pure resistances becomes evident when one attempts to generalise the results. The current components will then have phase angles differing from zero in general. Consideration of lower sidebands then shows that the phase angles must have their signs reserved in certain circumstances, which leads to obvious complexities.”

Sigurd Kruse (lit. 4), die de complexe amplitudefactoren vectoren noemt, wat m.i. het geval niet duidelijker maakt, gebruikt met succes wél de juiste exponentieele functies met negatieve hoekfrequentie, indien het probleem dit noodig maakt.



10). *Verliesvrije schakelaartransponatoren.*

In deze paragraaf zullen transponatoren behandeld worden, die in het ideale geval verliesvrij zijn. Het is dan ook beter ze niet op te vatten als te zijn opgebouwd uit, tengevolge van uitwendige oorzaken, veranderlijke weerstanden, maar ze eerder te zien als ideale transponatoren, waarvan de transformatieverhouding door een uitwendig agens varieert. Daar dit met een continue verandering moeilijk te verwezenlijken is, zien we dan ook in de praktijk, dat dit sprongsgewijze gebeurt, of beter gezegd, dat de in deze paragraaf te ontwikkelen theorie met vrucht kan worden toegepast, als in de praktijk gestreefd wordt naar sprongsgewijze veranderingen van weerstanden tusschen de waarden nul en oneindig. Vandaar het woord schakelaartransponatoren.

Het ligt voor de hand, dat de te ontwikkelen theorie veel zal teruggrijpen op de beschouwingen van par. 7. Verder is het begrijpelijk, dat de theorie alleen bruikbaar zal zijn, indien voldaan is aan een soort gegeneraliseerde ideale transformator-eigenschap, nl. indien  $E = e F(t)$ , dan geldt ook:  $i = I F(t)$ ; de transformatieverhouding van de spanning van links naar rechts is gelijk aan die van de stroom van rechts naar links. De generaliseering ligt natuurlijk in de  $F(t)$ ; de transformatieverhouding is niet meer constant, onafhankelijk van den tijd.

*Eerste voorbeeld: verliesvrije schakelaar-omkeer-transponator.*

Principieel schema fig. 19. Uitvoeringsvorm fig. 20.

Grafiek functie  $F_I(t)$  fig. 21 ( $E = e F_I(t)$ ,  $I = i F_I(t)$ ).

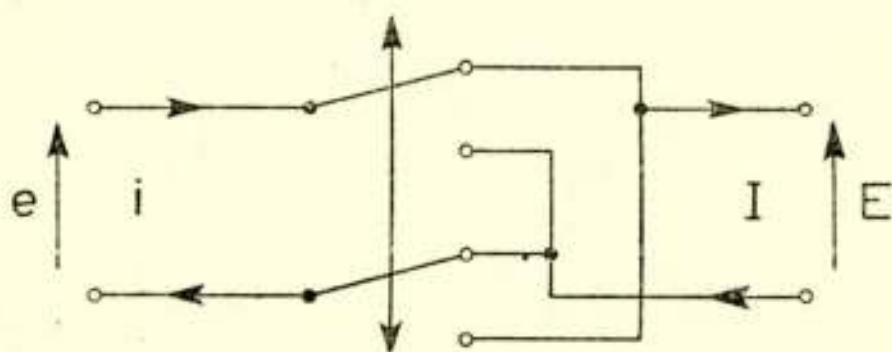


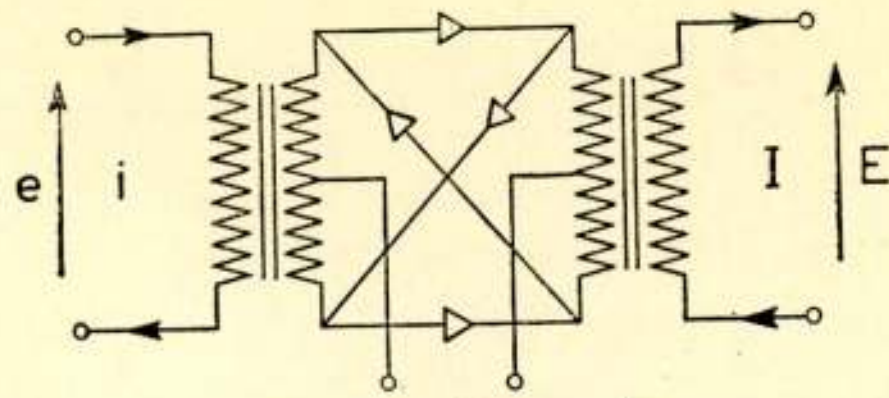
Fig. 19.

In dit bijzonder geval is niet alleen ook  $e$  uit te drukken in  $E$  en  $I$  in  $i$ , (dit komt meer voor) maar tevens treedt daarbij dezelfde schakelfunctie op:  $e = E F_I(t)$  en  $I = i F_I(t)$ .

In het schakelaarschema van fig. 19 zien we heelemaal geen transformatoren; toch kunnen wij de geteekende ideale schakelaar met overslagtijd nul, opvatten als een ideale transformator



waarvan de transformatie verhouding periodiek springt tussen  $+1$  en  $-1$ .



Schakelspanning,  
frequentie  $f_s$

Fig. 20,

Voor het opstellen van het vervangingsschema en de verge-

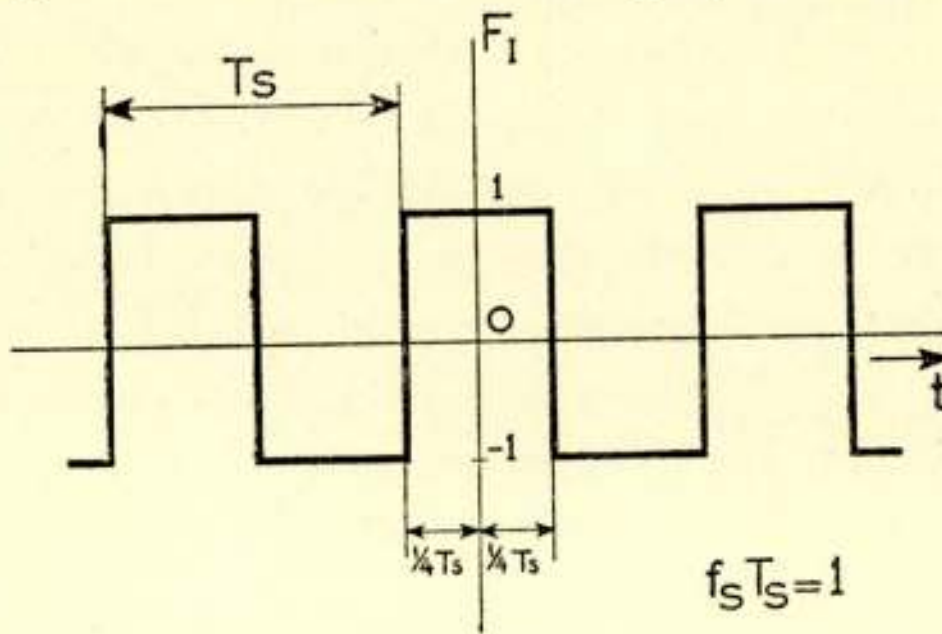


Fig. 21.

lijkingen tussen amplitudefactoren beginnen we met een harmonische analyse van de schakelfunctie.

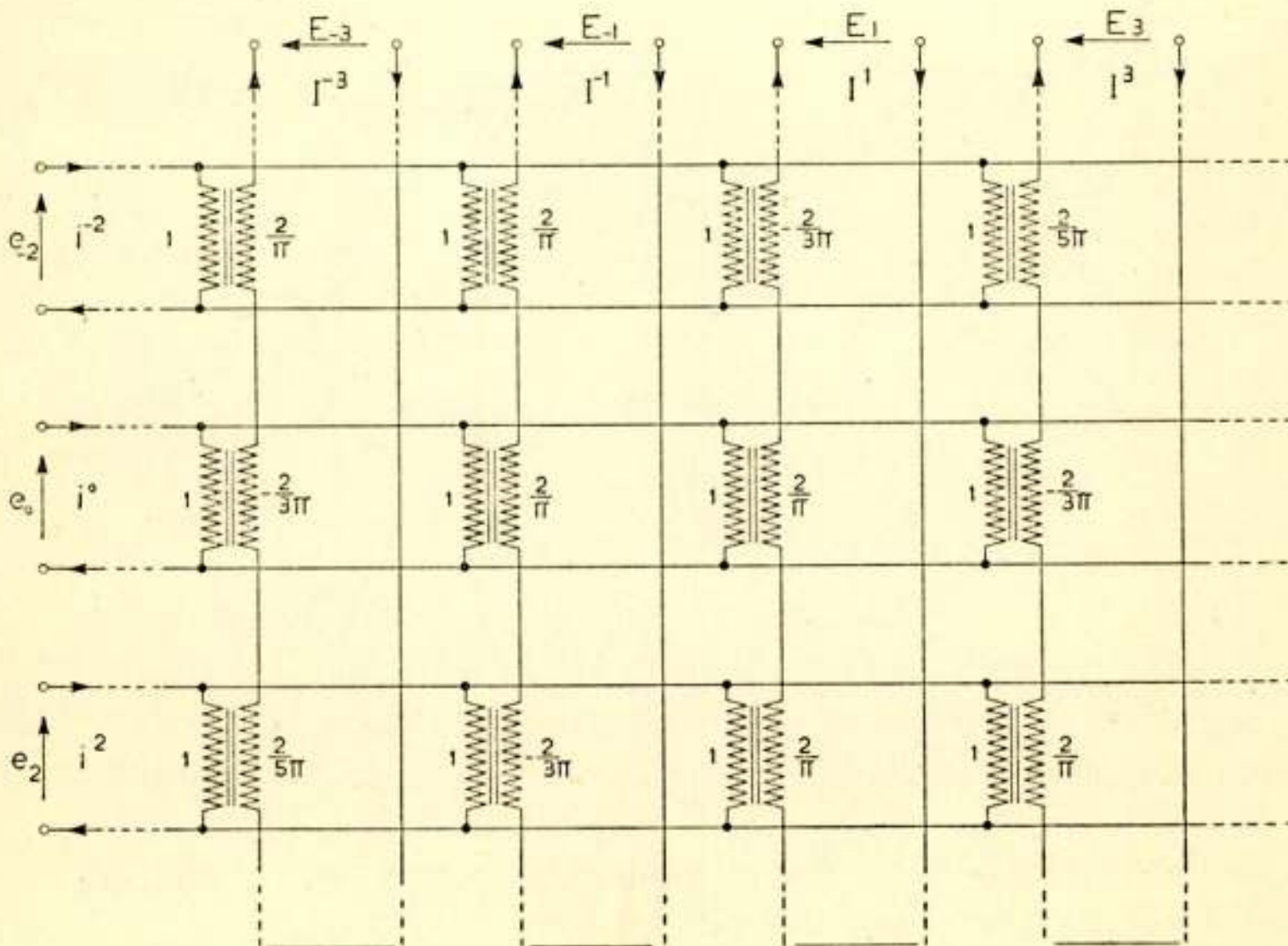


Fig. 22.



$$\begin{aligned}
 F_I(t) &= \frac{4}{\pi} \left[ \cos \omega_s t - \frac{1}{3} \cos 3 \omega_s t + \frac{1}{5} \cos 5 \omega_s t - \frac{1}{7} \cos 7 \omega_s t + \text{enz.} \right] = \\
 &= \frac{2}{\pi} \left[ \dots - \frac{1}{7} \exp(-7j\omega_s t) + \frac{1}{5} \exp(-5j\omega_s t) - \frac{1}{3} \exp(-3j\omega_s t) + \right. \\
 &\quad \left. + \exp(-j\omega_s t) + \exp(j\omega_s t) - \frac{1}{3} \exp(3j\omega_s t) + \frac{1}{5} \exp(5j\omega_s t) - \right. \\
 &\quad \left. - \frac{1}{7} \exp(7j\omega_s t) + \dots \right]
 \end{aligned}$$

Na de voorgaande beschouwingen zullen we beginnen met het misschien wel direct duidelijke vervangingschema (fig. 22). We gebruiken het algemeene soort, zooals de figuren 9, 13 en 15 uit par. 7.

Een cisoidale klemspanningscomponent met frequentie  $f$  aan den ingang, zal spanningscomponenten aan den uitgang met frequenties  $f + (2n + 1)f_s$  ten gevolge hebben,  $n$  negatief of positief geheel, dus  $2n + 1$  alle negatieve en positieve oneven getallen. Een willekeurige stroomcomponent van één van die frequenties aan den uitgang, zal echter aan den ingang tengevolge hebben stroomcomponenten met frequenties  $f + 2mf_s$ ,  $2m$  alle even positieve en negatieve getallen inclusief het getal nul. We moeten dus in het algemeene schema mathematische klemmenparen aanbrengen voor al deze cisoidale verschijnselen. Die, behoorende bij den ingang, zijn gerangschikt onder elkaar aan de linkerzijde van het schema, die, behoorende bij den uitgang, naast elkaar aan de bovenzijde.

Het vervangingsschema is een weergave van de oneindig vele lineaire betrekkingen:

.....

$$E_{-5} = \dots + \frac{2}{\pi} e_{-6} + \frac{2}{\pi} e_{-4} - \frac{2}{3\pi} e_{-2} + \frac{2}{5\pi} e_0 - \frac{2}{7\pi} e_2 + \frac{2}{9\pi} e_4 \dots \text{enz.}$$

$$E_{-3} = \dots - \frac{2}{3\pi} e_{-6} + \frac{2}{\pi} e_{-4} + \frac{2}{\pi} e_{-2} - \frac{2}{3\pi} e_0 + \frac{2}{5\pi} e_2 - \frac{2}{7\pi} e_4 \dots \text{enz.}$$

$$E_{-1} = \dots + \frac{2}{5\pi} e_{-6} - \frac{2}{3\pi} e_{-4} + \frac{2}{\pi} e_{-2} + \frac{2}{\pi} e_0 - \frac{2}{3\pi} e_2 + \frac{2}{5\pi} e_4 \dots \text{enz.}$$

$$E_1 = \dots - \frac{2}{7\pi} e_{-6} + \frac{2}{5\pi} e_{-4} - \frac{2}{3\pi} e_{-2} + \frac{2}{\pi} e_0 + \frac{2}{\pi} e_2 - \frac{2}{3\pi} e_4 \dots \text{enz.}$$

$$E_3 = \dots + \frac{2}{9\pi} e_{-6} - \frac{2}{7\pi} e_{-4} + \frac{2}{5\pi} e_{-2} - \frac{2}{3\pi} e_0 + \frac{2}{\pi} e_2 + \frac{2}{\pi} e_4 \dots \text{enz.}$$

enz.



$$\begin{aligned} \text{en } i^{-4} &= \dots + \frac{2}{\pi} I^{-5} + \frac{2}{\pi} I^{-3} - \frac{2}{3\pi} I^{-1} + \frac{2}{5\pi} I^1 - \frac{2}{7\pi} I^3 \dots \\ i^{-2} &= \dots - \frac{2}{3\pi} I^{-5} + \frac{2}{\pi} I^{-3} + \frac{2}{\pi} I^{-1} - \frac{2}{3\pi} I^1 + \frac{2}{5\pi} I^3 \dots \\ i^0 &= \dots + \frac{2}{5\pi} I^{-5} - \frac{2}{3\pi} I^{-3} + \frac{2}{\pi} I^{-1} + \frac{2}{\pi} I^1 - \frac{2}{3\pi} I^3 \dots \\ i^2 &= \dots - \frac{2}{7\pi} I^{-5} + \frac{2}{5\pi} I^{-3} - \frac{2}{3\pi} I^{-1} + \frac{2}{\pi} I^1 + \frac{2}{\pi} I^3 \dots \\ &\text{enz.} \end{aligned}$$

Een ander vervangingsschema, fig. 23, overeenkomende met de fig. 10 en 14 van par. 7, is bij *deze transponator* ook mogelijk, daar ook  $e$  uit de drukken in  $E$  en  $I$  in  $i$ . Daar hiervoor dezelfde  $F_I(t)$

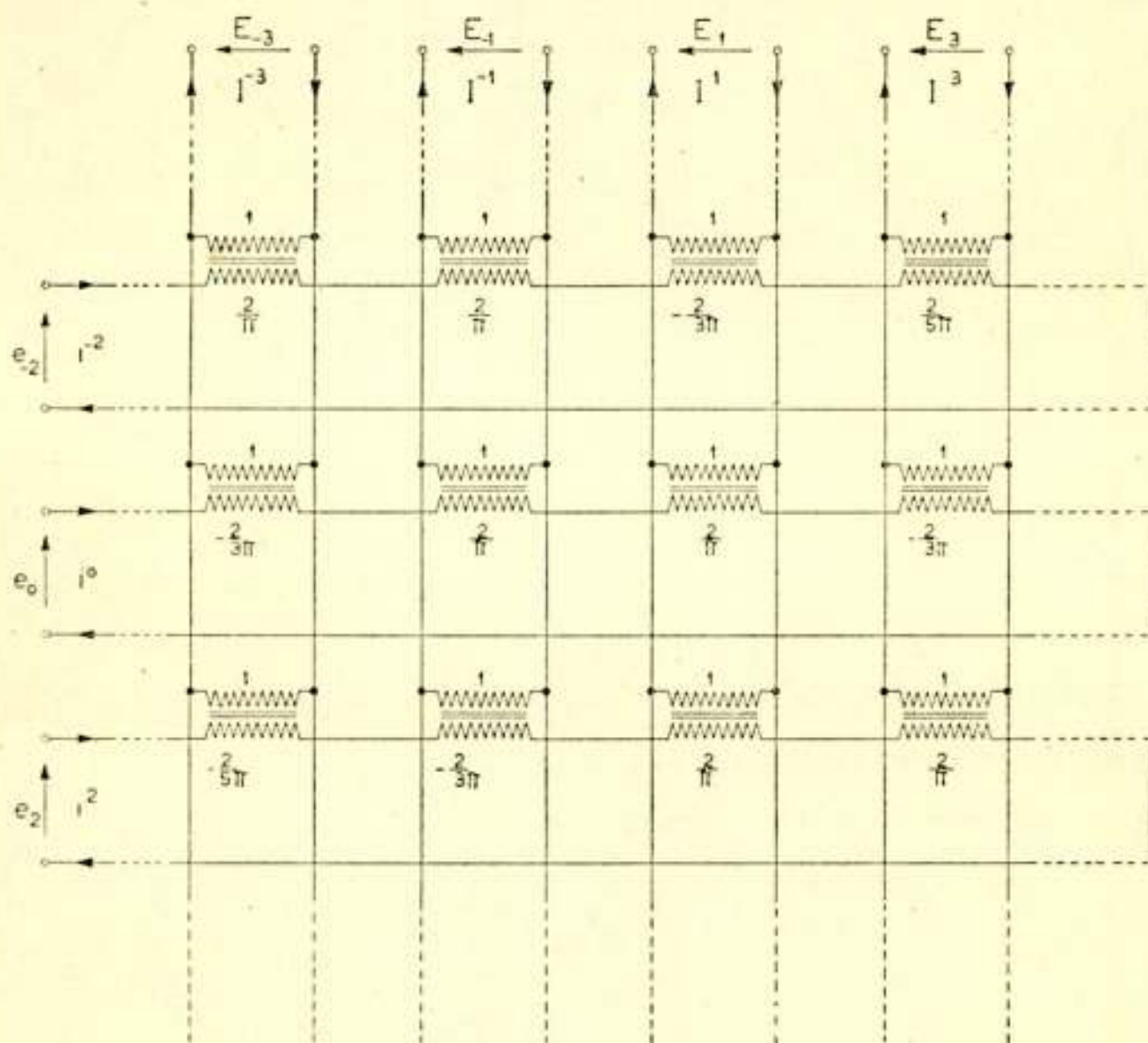


Fig. 23.

geldt, verkrijgen we fig. 23 door fig. 22 te spiegelen langs een diagonale lijn. Voor de vergelijkingen die de  $e_{2n}$ 's uitdrukken in de  $E_{2m+1}$ 's en de  $I^{2p+1}$ 's in  $i^{2q}$ 's, welke we niet zullen opschrijven, geldt hetzelfde.

*Tweede voorbeeld: verliesvrije schakelaar doorverbind- of kortsluit-isoleer-transponator.*

Principieel schema fig. 24

Uitvoeringsvorm fig. 25

Grafiek functie  $F_{II}(t)$  : fig. 26

$E = e F_{II}(t)$ ,  $i = I F_{II}(t)$



In dit geval is  $e$  niet uit te drukken in  $E$ , evenmin  $I$  in  $i$ .  $F_{II}(t)$  is nl. de helft van den tijd = nul, dus tegelijkertijd  $E$  en  $i$ ;  $e$  en  $I$  zijn dan willekeurig. Ook nu weer ontbreekt

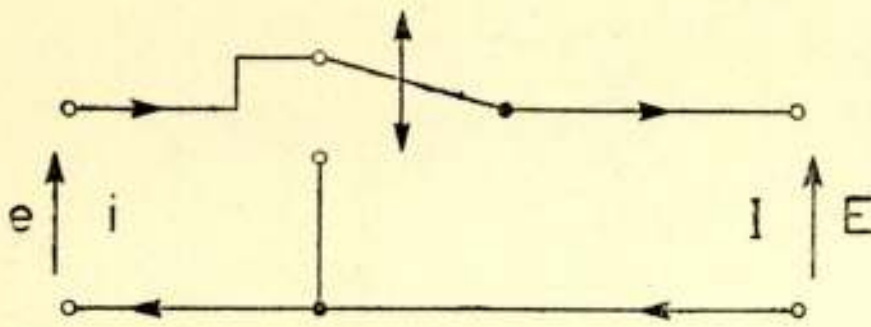


Fig. 24.

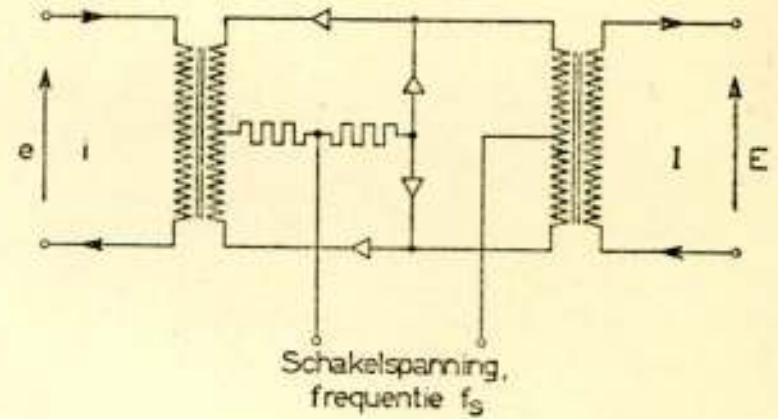


Fig. 25.

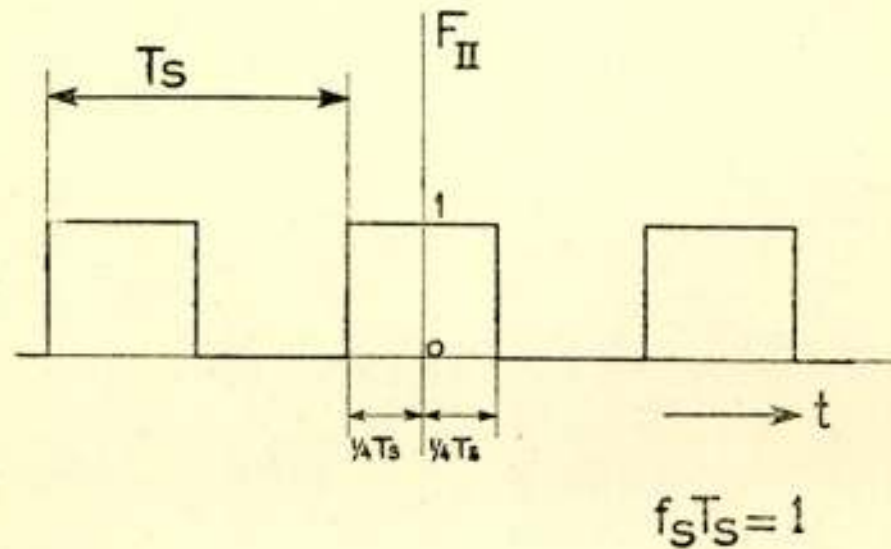


Fig. 26.

een transformator in het schema van fig. 24. Toch is dit op te vatten als een ideale transformator, waarvan de transformatieverhouding periodiek springt tusschen 1 en 0. Dit laatste alleen, omdat, tegelijkertijd met de isolatie van de ingangsklemmen, de uitgangsklemmen worden kortgesloten.

De harmonische analyse van de schakelfunctie levert op

$$\begin{aligned}
 F_{II}(t) &= \frac{1}{2} + \frac{2}{\pi} \left[ \cos \omega_s t - \frac{1}{3} \cos 3 \omega_s t + \frac{1}{5} \cos 5 \omega_s t \dots \right] = \\
 &= \frac{1}{5\pi} \exp(-5j\omega_s t) - \frac{1}{3\pi} \exp(-3j\omega_s t) + \frac{1}{\pi} \exp(-j\omega_s t) + \frac{1}{2} + \\
 &\quad + \frac{1}{\pi} \exp(j\omega_s t) - \frac{1}{3\pi} \exp(3j\omega_s t) + \text{cnz.}
 \end{aligned}$$



De vergelijkingen:

$$E_{-2} = \dots - \frac{1}{3\pi} e_{-5} + \frac{1}{\pi} e_{-3} + \frac{1}{2} e_{-2} + \frac{1}{\pi} e_{-1} - \frac{1}{3\pi} e_1 + \frac{1}{5\pi} e_3 \dots$$

$$E_{-1} = \dots - \frac{1}{3\pi} e_{-4} + \frac{1}{\pi} e_{-2} + \frac{1}{2} e_{-1} + \frac{1}{\pi} e_0 - \frac{1}{3\pi} e_2 \dots$$

$$E_0 = \dots + \frac{1}{5\pi} e_{-5} - \frac{1}{3\pi} e_{-3} + \frac{1}{\pi} e_{-1} + \frac{1}{2} e_0 + \frac{1}{\pi} e_1 - \frac{1}{3\pi} e_3 \dots$$

$$E_1 = \dots + \frac{1}{5\pi} e_{-4} - \frac{1}{3\pi} e_{-2} + \frac{1}{\pi} e_0 + \frac{1}{2} e_1 + \frac{1}{\pi} e_2 \dots$$

enz.

$$i^{-2} = \dots + \frac{1}{\pi} I^{-3} + \frac{1}{2} I^{-2} + \frac{1}{\pi} I^{-1} - \frac{1}{3\pi} I^1 \dots$$

$$i^{-1} = \dots - \frac{1}{3\pi} I^{-4} + \frac{1}{\pi} I^{-2} + \frac{1}{2} I^{-1} + \frac{1}{\pi} I^0 \dots$$

$$i^0 = \dots - \frac{1}{3\pi} I^{-3} + \frac{1}{\pi} I^{-1} + \frac{1}{2} I^0 + \frac{1}{\pi} I^1 \dots$$

$$i^1 = \dots + \frac{1}{5\pi} I^{-4} - \frac{1}{3\pi} I^{-2} + \frac{1}{\pi} I^0 + \frac{1}{2} I^1 \dots$$

enz.

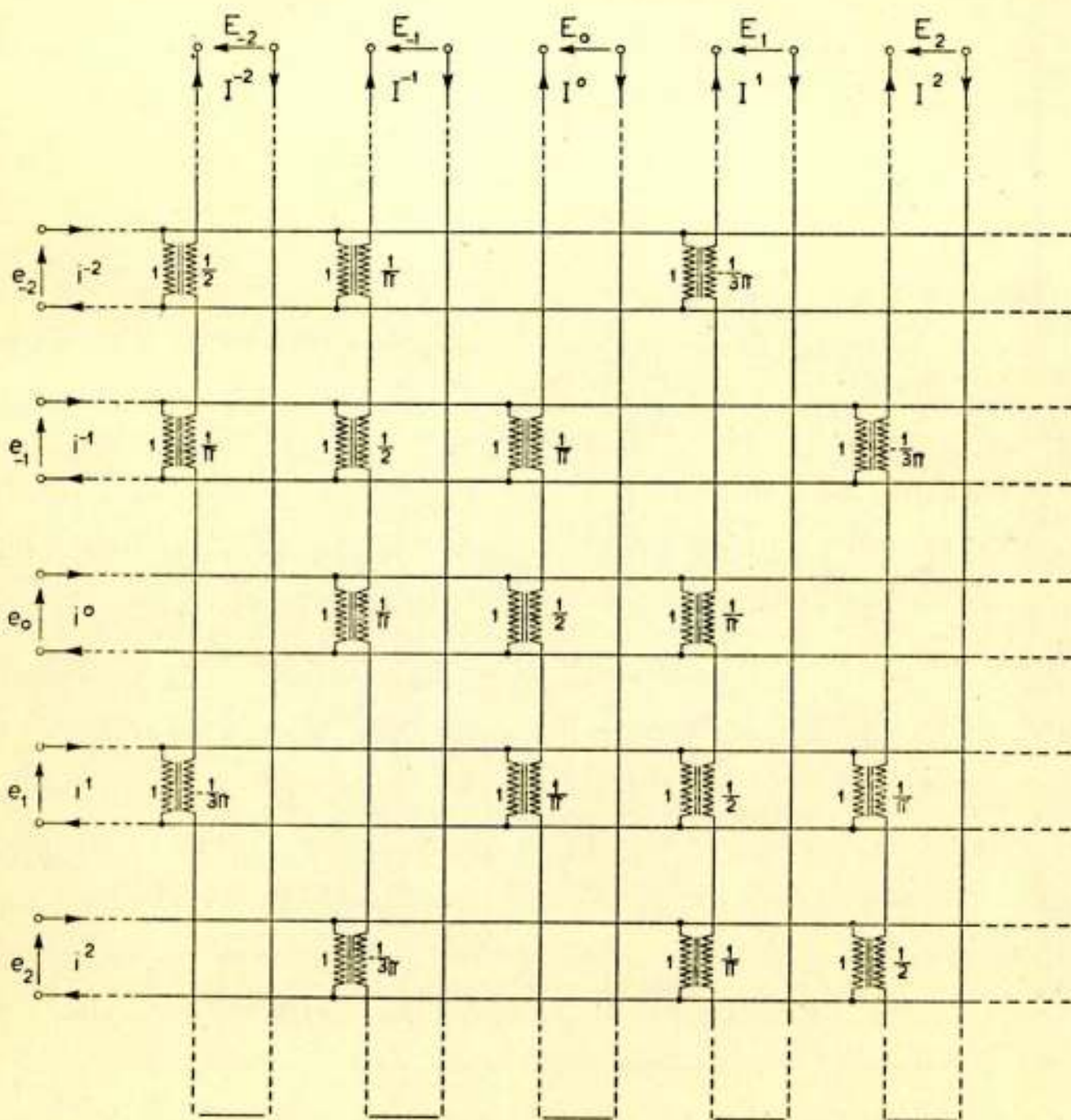


Fig. 27.



en het vervangingsschema fig. 27 zullen na de beschouwingen van het eerste voorbeeld wel voor zichzelf spreken. Er valt op te merken, dat door de term  $\frac{1}{2}$  in de harmonische analyse nu zoowel aan ingang als aan uitgang „even” als „oneven” cisoiden optreden.

Samenhangend met het feit, dat  $e$  niet uit te drukken is in  $E$  (en  $I$  niet in  $i$ ), geldt, dat het met fig. 23 analoge vervangingsschema *niet* bestaat. Hiermee komt overeen, dat de vergelijkingen tusschen de amplitude factoren onderling afhankelijk zijn, zoodat de „omkeering” niet gelukt (zie de analogie met fig. 15).

De gevallen, waarvoor analoge vervangingsschema's en lineaire vergelijkingen opgesteld kunnen worden, zijn allermint uitgeput door de twee gekozen voorbeelden, hoewel dit wel de meest voor de hand liggende zijn. Andere voorbeelden, die niet uitgewerkt zullen worden zijn:

1) schakelaarmodulatoren, waarbij de twee schakelstanden niet

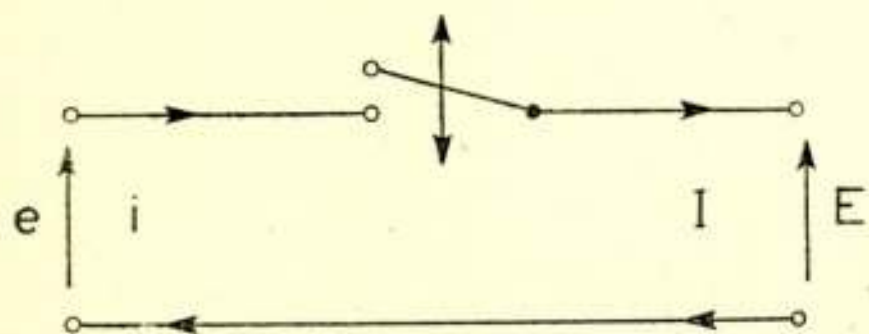


Fig. 28.

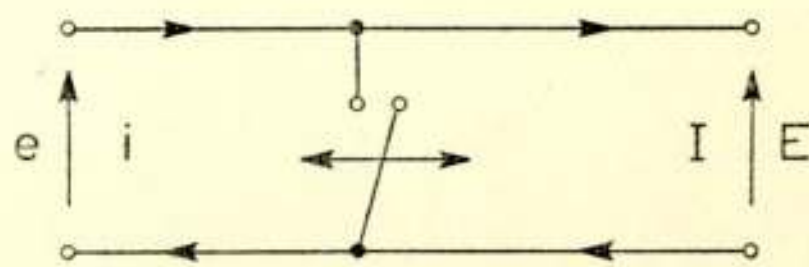


Fig. 29.

even lang duren;

2) transponatoren met meer dan 2 schakelstanden, waarbij b.v. door gebruikmaking van tusschenaftakkingen op transformatoren, getrapte periodiciteitskrommen voor de transformatieverhouding verkregen kunnen worden.

*Niet* van toepassing in denzelfden vorm zijn de voorgaande ontwikkelingen voor de ook veel gebruikte doorverbinding-onderbreking- of doorverbinding-kortsluit-transponatoren (fig. 28 en 29). Hierbij is niet voldaan aan de voorwaarde, dat ten allen tijde door de transponator de verhoudingen van in- en uitgangsspanningen of stroomen vastgelegd zijn.

Om terug te keeren tot de behandelde voorbeelden: Men ziet in de vervangingsschema's veel mathematische klemmenparen aan in-, zoowel als aan uitgangszijde, overeenkomende met de oneindig vele onderling samenhangende frequenties, die bij een ideale transponator optreden. Dit ziet er vrij hopeloos uit, daar ons meestal maar één of twee per zijde interesseeren. De uitweg uit deze moeilijkheid blijkt echter nogal eenvoudig: men



heeft in het algemeen *toch* filters noodig om de gewenschte frequenties door te laten en de ongewenschte tegen te houden. Deze filters hebben gemeenlijk al vrij snel buiten hun doorlaatband òf heel hooge òf heel lage impedanties. Als men er nu maar voor zorgt, dat de lage impedanties aanwezig zijn aan die, met ongewenschte frequenties overeenkomende, klemmenparen, die in een vervangingsschema voorgesteld kunnen worden verbonden te zijn met allemaal parallelgeschakelde ideale transformatoren (de ingangsklemmenparen van fig. 22, die van de uitgang in fig. 23, weer die van de ingang in fig. 27) dan kan men zulk een rij of kolom van ideale transformatoren *kortgesloten* beschouwen en verder ignoreeren.

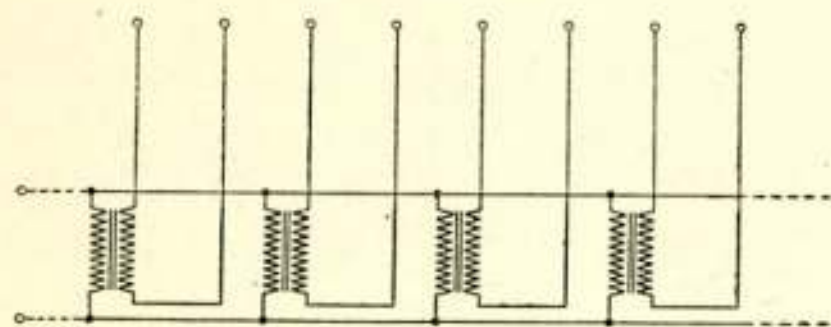


Fig. 30.

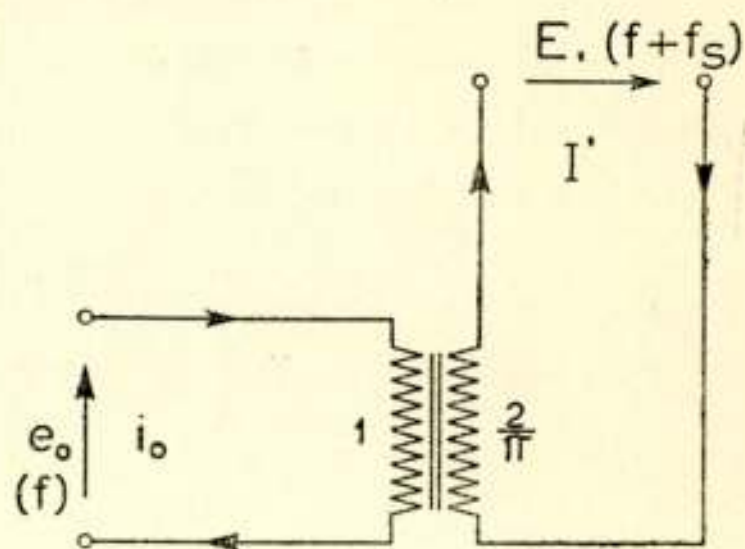


Fig. 31.

Is er maar één *gewenschte* frequentie aanwezig aan de desbetreffende zijde, waar dus het filter lage impedanties heeft voor *ongewenschte* frequenties, dan reduceert het vervangingsschema tot fig. 30. Aan de andere zijde treft men dan nog oneindig veel klemmenparen aan, waarvan enkele maar overeenkomen met gewenschte frequenties. Zorgt men nu, dat het filter aan die zijde juist *hooge* impedanties heeft, dan kan men de nu open ideale transformatoren voor ongewenschte frequenties weer ignoreeren en reduceert het schema b.v. tot fig. 31.

Recapitulerende: *aan de ééne zijde lage impedanties, aan de andere hooge voor ongewenschte frequenties* (lit. 5).

Bij het eerste voorbeeld kunnen de filters met hooge en lage impedanties voor ongewenschte frequenties nog omgewisseld worden (dit kan immers zoowel door fig. 22 als door fig. 23 worden voorgesteld). Natuurlijk ligt de, door fig. 23 gemakkelijk aan te toonen, eigenschap ook verscholen in fig. 22 en de hiermede overeenkomende lineaire vergelijkingen, de eigenschap is er alleen moeilijker uit te halen.

Dit is een voorbeeld van het al in par. 5, 6 en 7 gesigna-



leerde verschijnsel, dat een bepaald vervangingsschema of bepaalde, de transponator weergevende, vergelijkingen accenten leggen, die heel nuttig kunnen zijn, maar waar men zich niet blind op moet staren.

Met het tweede voorbeeld van de doorverbinding- of isoleer-kortsluittransponator is het anders gesteld. Hier lukt alleen de ééne manier van verdeling van hoge en lage impedanties voor ongewenschte frequenties. Dit hangt samen met het feit, dat hierbij maar één vervangingsschema en één stel vergelijkingen mogelijk is. Als men het geval physisch bekijkt, is deze eigenaardigheid ook duidelijk. De ingang is gedurende halve schakelperioden open, de stroom dus nul, tegelijkertijd is de uitgang kortgesloten en de spanning nul. Het is dus onmogelijk, dat aan den ingang slechts een eindig aantal, dus zeker ook slechts één, cisoidale stroomfunctie aanwezig is, of

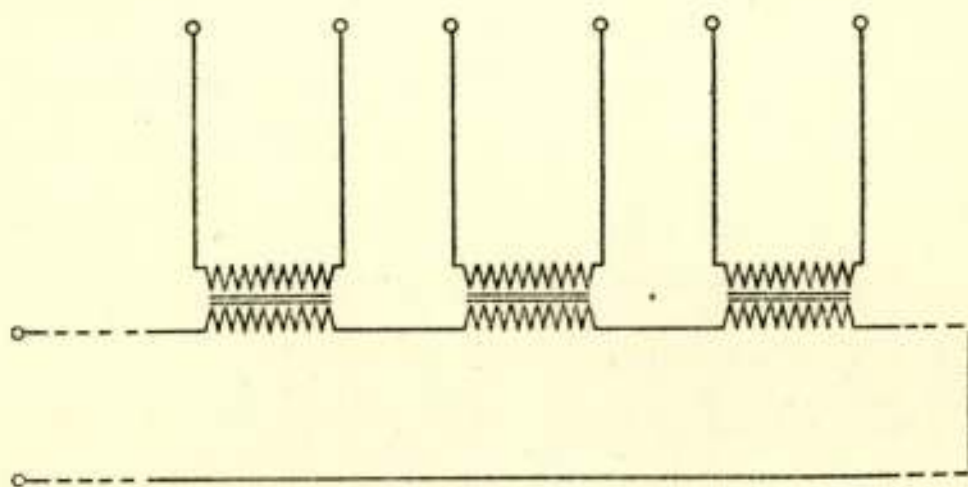


Fig. 32.

reëel gezien, slechts één enkele sinusoidale stroom, en aan den uitgang een eindig aantal of één enkele cisoidale of sinusoidale spanning. Andersom gaat het *wel*.

Het is interessant na te gaan wat er gebeurt als men aan in- én uitgangszijde kortsluitingen (of isolaties) toepast voor ongewenschte frequenties. Uit fig. 30 is dit voor het eerste geval bij een ideale transponator direct af te lezen: de in- en de uitgang vertoonen dan ook voor de *gewenschte* frequenties kortsluitingen. In het tweede geval vertoonen zij dan isolaties. Wanneer wij voorloopig slechts aan één zijde hoge impedanties voor ongewenschte frequenties aanbrengen (we veronderstellen dat aan die zijde maar één gewenschte frequentie is), reduceert het vervangingsschema tot fig. 32, daar we dan de met een klemmenpaar van ongewenschte frequentie verbonden serie-schakeling van ideale transformatoren kunnen ignoreeren. Het gevolg van het aanbrengen van hoge impedanties voor de



ongewenschte frequenties is uit dit schema eveneens direct te overzien.

Het is wel aardig te vermelden, dat het verschijnsel, dat er ongewenschte en onoverzichtelijke dingen gebeurden, toen men in het laboratorium voor Telegrafie en Telefonie van de Ned. P.T.T. ringmodulatoren ging verbinden met filters, aanleiding is geweest de in deze voordracht behandelde problemen degelijk in studie te nemen. In het Nederlandsche draaggolfsysteem voor kabels wordt het voorschrift „hoog aan de eene en laag aan de andere zijde” dan ook toegepast en worden de impedanties voor de gewenschte frequenties, door den transponator heen, aan elkaar aangepast, door er voor te zorgen, dat zij een verhouding hebben ongeveer gelijk aan

$$\left(\frac{2}{\pi}\right)^2 \approx 0,4 \approx \frac{1}{2,5} \quad (\text{zie fig. 31})$$

Men ziet aan den anderen kant in niet-Nederlandsche systemen nog veelal, dat aan één kant een extra weerstandsdamping tusschen schakelaartransponator en filter wordt geplaatst, als aan beide zijden een filter aanwezig is. Dit zorgt ervoor, dat voor ongewenschte frequenties aan één zijde kortsluitingen of isolaties vermeden worden (de impedanties zijn dan hoofdzakelijk eindig reëel en vrijwel even groot). De maatregel komt het rendement echter niet ten goede. Ten eerste moet er energie worden geleverd aan ongewenschte frequenties, die mede door de te moduleeren frequentie moet worden aangevoerd en ten tweede moet een der gewenschte frequenties de demping doorloopen, wat extra verliezen geeft.

De vrijwel evengroote impedanties voor ongewenschte frequenties hierboven beschreven brengt ons op het volgende. De schakelaar transponator van fig. 19 is op te vatten als een soort supervork. Wanneer aan één zijde, b.v. aan den uitgang voor *alle* frequenties *dezelfde* uitwendige impedanties aanwezig zijn (in het vervangingsschema dus aan alle mathematische klemmen van òf de bovenrand, òf de linkerzijde) — dit is het gemakkelijkst te verwezenlijken door den transponator te laten werken op een weerstand — dan verschijnen er aan de andere zijde, dus aan den ingang *geen* spanningen of stroomen van *ongewenschte* frequenties, wat dan ook de impedanties zijn daar ter plaatse voor die frequenties. De analogie met gewone vorken (zie vooral de vervangingsschema's 9, 10, 13 en 14) is, indien men in mathematische klemmen denkt, wel duidelijk. Dit



is uit het vervangingsschema of uit de lineaire betrekkingen wel na te gaan, <sup>1)</sup> maar gemakkelijker direct in te zien; indien we aan de ingang van den transponator door den transponator heen naar de uitgang kijken, zien we nog steeds dezelfde constante weerstand. Of deze nu eens zoo, en dan weer met verwisselde klemmen aan de ingang verbonden is, maakt voor de verhouding van stroom en spanning aan den ingang niets uit. Een daar aanwezige zuiver cisoidale spanning heeft dus een cisoidale stroom van dezelfde soort tengevolge.

### 11) Toepassingen van de theorie van par. 10.

Een enkele toepassing hebben we in par. 10 al vermeld, daar dit verduidelijkend kon werken voor de ontwikkeling van de theorie. Op deze toepassing zullen we eerst nog wat dieper ingaan, wat de practijk aangaat, om dan over te gaan op andere toepassingen.

<sup>1)</sup> We kunnen dit als volgt plausibel maken (fig. 22): We komen de te bewijzen stelling halverwege tegemoet door aan te nemen, dat er links alléén een spanning  $e_0$  aanwezig is;  $e_2, e_4$  enz. en  $e_{-2}, e_{-4}$  enz. dus nul zijn. Dit is alleen mogelijk bij willekeurige impedanties aan de klemmen 2, 4 enz. en  $-2, -4$  enz., indien we rondredeneerend er uit krijgen, dat de stroomen aan die klemmenparen 2, 4 enz. en  $-2, -4$  enz. altijd ook nul zijn.

De spanningen  $\dots E_{-5}, E_{-3}, E_{-1}, E_1, E_3, E_5 \dots$  zijn resp.

$$\dots + \frac{2}{5\pi} e_0 - \frac{2}{3\pi} e_0 + \frac{2}{\pi} e_0 - \frac{2}{\pi} e_0 - \frac{2}{3\pi} e_0 + \frac{2}{5\pi} e_0$$

(immers de andere  $e$  spanningen zijn = 0). De stroomen aan de  $E$  klemmen zijn dan resp.

$$\frac{2}{5\pi R} e_0 - \frac{2}{3\pi R} e_0 + \frac{2}{\pi R} e_0 - \frac{2}{\pi R} e_0 - \frac{2}{3\pi R} e_0 \text{ enz.}$$

De stroom  $i^2$  b.v. is dan gelijk aan:

$$\begin{aligned} & \frac{4}{\pi^2 R} e_0 \left[ \dots \frac{1}{5 \cdot -7} + \frac{1}{-3 \cdot 5} + \frac{1}{1 \cdot -3} + \frac{1}{1 \cdot 1} + \frac{1}{-3 \cdot 1} + \frac{1}{5 \cdot -3} + \dots \right] \\ & = \frac{4}{\pi^2 R} e_0 \left[ 1 - 2 \left\{ \frac{1}{1 \cdot 3} + \frac{1}{3 \cdot 5} + \frac{1}{5 \cdot 7} + \frac{1}{7 \cdot 9} + \dots \text{ ad. inf. } \right\} \right] \end{aligned}$$

De oneindige reeks tusschen accoladen is convergent, iedere term is te schrijven als  $\frac{1}{2} \left( \frac{1}{p} - \frac{1}{p+2} \right)$ ; de reeks dus als

$$\frac{1}{2} \left[ \left( \frac{1}{1} - \frac{1}{3} \right) + \left( \frac{1}{3} - \frac{1}{5} \right) + \left( \frac{1}{5} - \frac{1}{7} \right) + \text{enz.} \right]$$

De vorm tusschen accoladen is dus  $\frac{1}{2}$ ,  $i^2$  blijkt dus werkelijk = nul te zijn.



*1e toepassing:*

Het volgen van de eenvoudige algemeene regel: hoge impedanties voor ongewenschte frequenties aan de ééne zijde, lage voor ongewenschte aan de andere, is in de praktijk alleen dan mogelijk, als de ongewenschte frequenties ver genoeg verwijderd zijn van de doorlaatbanden van de gebruikte filters. Dit betekent, dat men de elementaire regel alleen dan kan gebruiken in het in de vorige paragraaf behandelde geval, indien men „supert”. Daarbij werd immers bekeken het geval, dat aan iedere zijde maar één gewenschte frequentie aanwezig was; dit houdt in, dat men slechts één der bij de modulatie ontstane zijbanden hebben wil en alleen bij de super ligt de tweede zijband ver genoeg weg. Zoowel links als rechts van de transponator werkt men dus met bandfilters, waarvan de bandbreedte t.o.v. de middenfrequentie relatief smal is. Het filter met hoge impedantie voor ongewenschte frequenties kan dus vaak het best zoo uitgevoerd worden, dat het aan de transponatorzijde eindigt op een afgestemde kring in serie-schakeling in een langstak, het filter met lage impedanties op een kring in parallel-schakeling in een dwarstak.

Indien nu beide filters dezelfde absolute bandbreedte hebben en men uit macht der gewoonte beide zou laten eindigen op „midsector” van een constant  $K$  filter van Zobel, of althans filters gebruiken die ter plaatse van hun beëindiging deze impedanties bezitten, dan zou aan de regel voor de ongewenschte frequenties wel voldaan zijn, maar dan zou de aanpassing der impedanties voor de *gewenschte* frequenties in het gedrang komen. De middwarssectieimpedantie loopt immers op naar de randen van de doorlaatband toe en de midlangssectie-impedantie vertoont het tegenovergestelde verloop.

De remedie hiertegen is de filters te laten eindigen op volle langs- en dwarsarmen. Het filter na de transponator gaat dan als het ware precies verder op het punt waar het filter ervoor is opgehouden. Aan de transformatieverhouding  $\frac{4}{\pi^2}$  voor de impedanties moet natuurlijk wel vastgehouden worden.

*2e toepassing:*

De overgang van „laagfrequent” naar dubbelzijband (de draaggolf valt buiten de in deze voordracht beschouwde lineaire relaties) is een geval van één gewenschte frequentie aan de eene kant en twee aan de andere kant. De cisoidale functie



van één van die twee heeft dan altijd een negatieve frequentie. Het voldoen aan de voorwaarden hoog-laag voor ongewenste frequenties kost in het algemeen geen moeite, slechts dan wel, als de draaggolffrequentie laag is t.o.v. de over te brengen bandbreedte. In dat geval zal men echter meestal met een tussenmodulatie werken.

De ligging der via de transpositie bij elkaar behorende frequenties, evenals die van de grensfrequenties der gebruikte filters, is aangegeven in fig. 33.

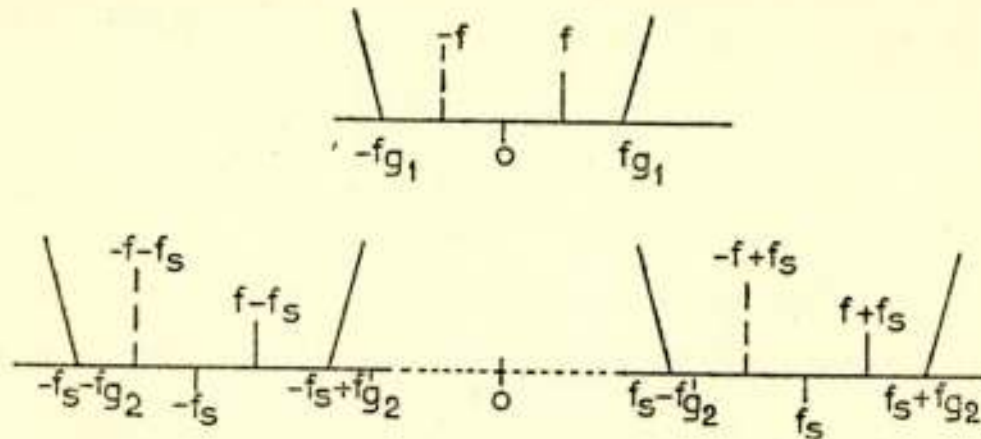


Fig. 33.

$f$ ,  $f + f_s$  en  $f - f_s$  hooren bij elkaar, eveneens  $-f$ ,  $-f + f_s$  en  $-f - f_s$ . Voor alle netwerken geldt streng, dat de impedantie voor de frequentie  $-F$  de toegevoegd complexe is van die voor de frequentie  $F$ . Verder geldt dit als uitstekende benadering bij een heele groep filters (waaronder de constant  $K$  filters van Z o b e l) ook voor impedanties  $f_m + F$  en  $f_m - F$ , waarin  $f_m$  de middenfrequentie van een doorlaatband, indien de filters een kleine

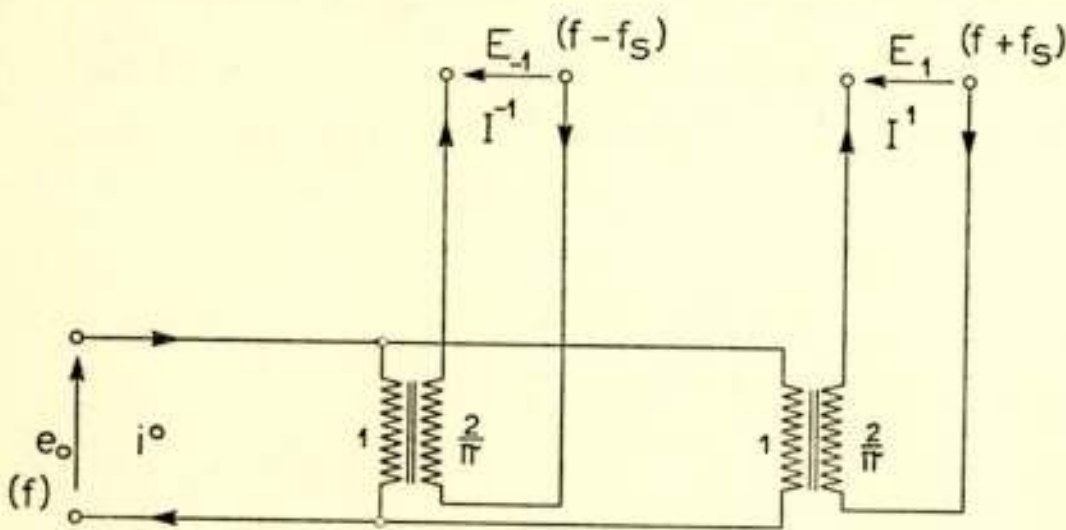


Fig. 34.

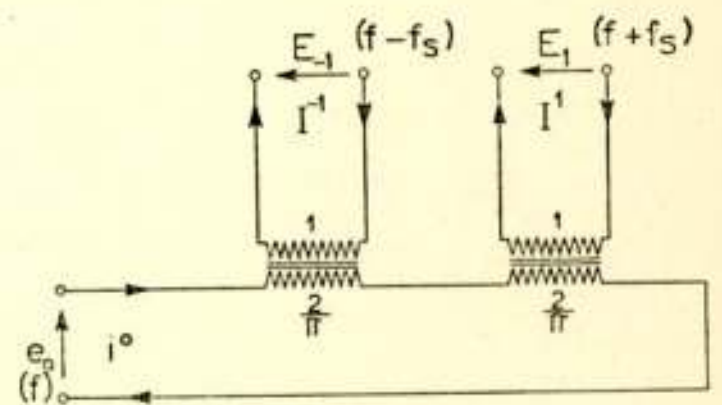


Fig. 35.

relatieve bandbreedte hebben. Het resultaat is, dat bij uitstekende benadering het dubbelzijband filter voor de bij elkaar behorende frequenties  $f + f_s$  en  $f - f_s$  dezelfde impedanties vertoont, indien men maar het juiste soort filterbeëindiging toepast. Het geval komt dus, wat impedantie-aanpassingen betreft, overeen met dat zonder frequentietranspositie, waarbij twee



bijna identieke bandfilters parallel of in serie geschakeld worden en dan gevoed uit een 3e filter (fig. 34 en 35).

Indien het tweede zijbandfilter nog de dubbele bandbreedte heeft van het laagdoorlatende filter ( $f_{g1} = f_{g2}$ ) is het weer gewenscht de filters te laten eindigen op volle langs- resp. dwars-takken, om de impedantieaanpassing voor de volle bandbreedte perfect te laten zijn. (Het bovengenoemde 3de filter uit de analogie zonder transpositie heeft dan dezelfde bandbreedte als de twee eerste). Verder moet er voor gezorgd worden, dat de nominale karakteristieke impedantie van het laagdoorlatende filter  $\frac{8}{\pi^2} \times$  die van het bandfilter is, indien het laagdoorlatende hoge impedanties heeft voor ongewenschte frequenties (dus eindigt op een langstak, zie fig. 35); heeft dit filter lage impedanties voor ongewenschte frequenties, (eindigt het dus op een dwarstak) dan moet zijn nominale karakteristieke impedantie  $\frac{\pi^2}{8} \times$  die van het bandfilter zijn; zie fig. 34.

#### 5e toepassing:

Als men transponeert van „laagfrequent” naar enkel zijband, is het niet goed mogelijk om te voldoen aan de eenvoudige primaire voorwaarde: „hoog of laag” voor *alle* ongewenschte frequenties. De andere zijband, die nu een ongewenschte frequentie oplevert, ligt n.l. te dicht bij de doorlaatband. We zullen deze ongewenschte frequentie in dit geval dus in de berekening moeten betrekken. De ligging van de bij elkaar behorende frequenties is aangegeven in fig. 36. Het analogon in

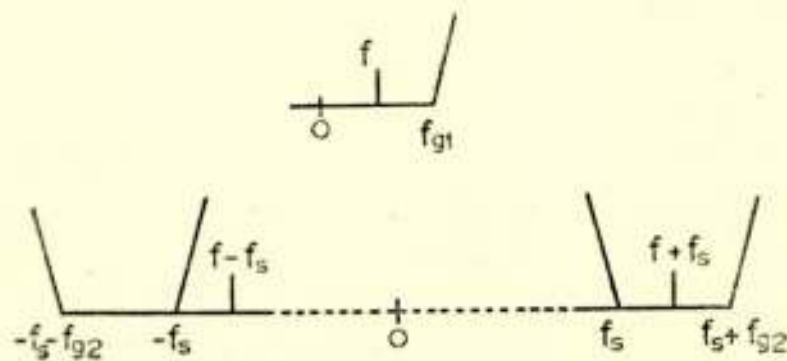


Fig. 36.

de éénfrequentie taal, d.i. in systemen zonder transpositie, is de parallel of serieschakeling van verschillende filters met aangrenzende doorlaatbanden (in dit geval zijn het maar 2 filters). De recepten van Zobel's U.S. patent 1557230 kunnen gewoon vertaald worden naar het transpositie geval. Hij begint met de reële gedeelten van de impedanties glad te strijken in de resp.



doorlaatbanden indien de filters in serie geschakeld worden, of de reële gedeelten van de admittanties indien ze parallelgeschakeld worden. Het eerste bereikt hij b.v. door ze te laten eindigen op 0,8 maal de volle dwarsarm v.h. constant  $k$  filter, het tweede o.a. door beëindiging op 0,8 maal de volle langsarm. In beide gevallen klopt het na vertaling met de eisch voor ongewenschte frequenties: (fig. 34 en 35): parallelschakeling — hoge impedanties; serieschakeling — lage impedanties hiervoor. Daarna merkt hij op, dat het imaginaire deelen van impedantie of admittantie van een bepaald filter in zijn doorlaatband al redelijk wordt gecompenseerd door die van de overige filters in hun sfergebied (na vertaling: door die van de 2e zijband), het overschot werkt hij weg door het aanbrengen van één enkele afgestemde serie- of parallelresonantie kring, in serie of parallel.

Na vertaling naar het transpositiegeval blijkt deze kring het beste weergegeven te kunnen worden door een enkele zelfinductie of condensator, in serie of parallel, met het klemmenpaar waar de „laagfrequent” spanningen worden toegevoerd. Ook dit klopt met de eisch hoog of laag voor ongewenschte frequenties aan die zijde. Verder moet dan het laag doorlatende filter, indien aanwezig, zoo eindigen, dat het in zijn doorlaatband een zooveel mogelijk constante reële impedantie heeft, daar Zobel zijn verschillende filters laat voeden uit een constante weerstand. Tenslotte moet bij den transponator voldaan zijn aan de impedantieverhouding

$$\frac{4}{\pi^2} \text{ of } \frac{\pi^2}{4} .$$

12) *Complexe transformatieverhoudingen van ideale transformatoren en niet-symmetrische koppelimpedanties en -admittanties bij passieve systemen met frequentietranspositie.*

Bij de tot nu toe behandelde transponatoren hebben we alleen maar gevallen beschouwd, waarbij verhoudingen van bepaalde stellen van amplitudefactoren behoorende bij *verschillende* cisoidale verschijnselen reëel waren. Om nader te preciseeren: de eene amplitudefactor behoorde bij een cisoidaal verschijnsel met een bepaald tijdsargument  $\omega_1 t$ ; de andere bij dat met een argument  $\omega_2 t$ . Dit stelde ons in staat een volledige overeenkomst te bereiken met systemen zonder transpositie. Zoo werden de impedantie- en admittantie-affinoren symmetrisch; de koppel-



impedantie (die reëel uitviel) van  $a$  naar  $b$  was gelijk aan die van  $b$  naar  $a$ , verder waren de ideale transformatoren wat hun transformatieverhoudingen betreft normaal. Dit heeft natuurlijk veel voordeelen gehad, o.a. dat de vervangsschema's opgebouwd konden worden uit vertrouwde elementen.

Toch is deze manier van doen niet heelemaal eerlijk geweest; bij een algemeene behandeling blijken verschillende van de boven gesignaleerde eigenschappen niet houdbaar te zijn. Aan den anderen kant worden de conclusies, van belang voor praktische toepassing, zooals in vorige paragrafen aangegeven, niet aangetast.

Dat de koppelimpedanties en de transformatieverhoudingen reëel uitvielen, is het gevolg ervan, dat we met de tijd veranderende weerstanden, geleidingsvermogens en stroom- en spanningsverhoudingen steeds konden ontwikkelen in cosinus termen. Als we het nulpunt van de tijdsrekening anders hadden gekozen, hadden we dat, ook bij de beschouwde gevallen, niet meer kunnen doen. Om te beginnen zou men misschien willen concludeeren, dat met de nu geëntameerde algemeene beschouwing niets wezenlijk nieuws te bereiken valt, daar het nulpunt van de tijdsrekening er toch niet toe doet. Dit laatste is inderdaad waar, maar het geval ligt eenigszins anders, indien men twee transponatoren beschouwt, met onderling verschillende schakeltijdstippen, die men op een of andere wijze laat samenwerken. Van één van die twee is vaak nog wel door nulpuntsverschuiving van den tijd het „niet-klassieke" gedrag weg te werken, bij de andere lukt dat dan niet meer, omdat we natuurlijk voor beide hetzelfde nulpunt van den tijd moeten gebruiken.

We gaan dus nu na hoe de betrekkingen worden bij den transponator van par. 9 als het geleidingsvermogen niet verandert volgens

$$G = G_0 - G_s \cos 2\pi f_s t, \text{ maar volgens } G' = G_0 - G_s \cos (2\pi f_s t + \alpha).$$

$$G' = -\frac{1}{2} G_s \varepsilon^{-j(2\pi f_s t + \alpha)} + G_0 - \frac{1}{2} G_s \varepsilon^{+j(2\pi f_s t + \alpha)}, \text{ dus}$$

$$i^{-1} = -\frac{1}{2} G_s \varepsilon^{j\alpha} e_{-2} + G_0 e_{-1} - \frac{1}{2} G_s \varepsilon^{-j\alpha} e_0$$

$$i^0 = -\frac{1}{2} G_s \varepsilon^{j\alpha} e_{-1} + G_0 e_0 - \frac{1}{2} G_s \varepsilon^{-j\alpha} e_1$$

$$i^1 = -\frac{1}{2} G_s \varepsilon^{j\alpha} e_0 + G_0 e_1 - \frac{1}{2} G_s \varepsilon^{-j\alpha} e_2$$

$A^{mm}$  is dus niet meer  $= A^{mm}$  maar toegevoegd complex aan  $A^{mm}$ .



Als we hiermee verder rekenen zooals in par. 9, blijken nullast en kortsluitimpedanties en rendementen in het minst niet te veranderen.

Als we op dezelfde wijze nagaan wat er verandert bij de transponatoren par. 10, blijkt, dat we ideale transformatoren moeten invoeren waarvoor geldt:

$$E_p = n \varepsilon^{j\beta} e_q, \quad i^q = n \varepsilon^{-j\beta} I^p, \text{ dus ook}$$

$$e_q = \frac{1}{n} \varepsilon^{-j\beta} E_p, \quad I^p = \frac{1}{n} \varepsilon^{j\beta} i^q.$$

De transformatieverhoudingen van de stroom- en spanningsamplitudefactoren worden complex, de vroeger even groot zijnde

$$\frac{E_p}{e_q} \text{ en } \frac{i^q}{I^p}$$

worden nu toegevoegd complex, de transformatieverhoudingen van de impedanties:

$$\frac{\frac{E_p}{I^p}}{\frac{e_q}{i^q}} = n^2$$

blijven echter reëel en even groot als vroeger.

Als we twee gewone ideale transformatoren primair parallel en secundair in serie schakelen, zie fig. 37, verkrijgen we een

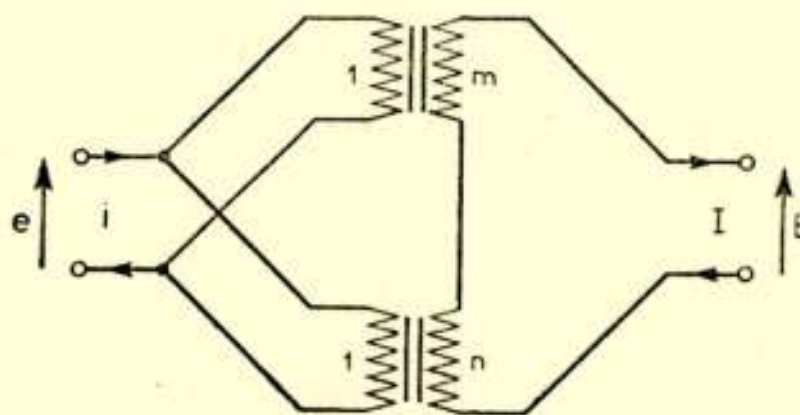


Fig. 37.

nieuwe ideale transformator, waarvan de transformatieverhouding de algebraïsche som is van die van de oorspronkelijke.

$$E = (m + n) e, \quad i = (m + n) I$$

Indien we hetzelfde doen met de nieuwe ideale transforma-



toren (wat b.v. noodig is als we twee verschillende transponatoren met dezelfde schakelfrequentie  $f_s$  aan den ingang parallel en aan den uitgang in serie schakelen) verkrijgen we een resulterende transformatieverhouding, die de complexe som der complexe transformatieverhoudingen is. De transformatieverhouding der impedanties, die immers reëel blijft, kan nu, afhankelijk van de verschuiving der schakeltijdstippen, allerlei waarden aannemen tusschen het kwadraat van de som en het kwadraat van het verschil der absolute waarden van de spanningstransformatieverhoudingen, optredende in de oorspronkelijke transponatoren.

Verder kunnen we twee, overigens identieke, transponatoren met verschoven schakeltijdstippen rug aan rug in tandem plaatsen, de voorschriften laag, hoog, toepassen voor ongewenste frequenties en het vervangingsschema van fig. 38 verkrijgen, zoodat

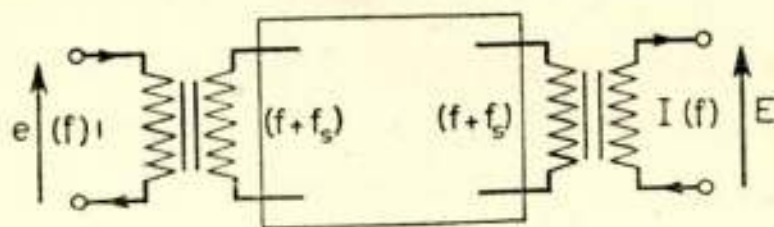


Fig. 38.

we de oorspronkelijke frequentie terugkrijgen, echter verschoven in fase. Indien het tusschen de 2 transponatoren geschakelde filter voor de frequentie  $f + f_s$  geen faseverschuivingen vertoont, zijn de lineaire betrekkingen tusschen  $E$  en  $e$ , en  $i$  en  $I$  gegeven door

$$E = \varepsilon^{j\gamma} e, i = \varepsilon^{-j\gamma} I, \text{ waarbij } e, i, E \text{ en } I \text{ nu}$$

echter amplitudefactoren van cisoidale verschijnselen met hetzelfde tijdsargument  $2\pi ft$  zijn. De faseverschuiving is zeer ongewoon; in tegenstelling met wat men klassiek kent, waarbij van zender naar ontvanger altijd dezelfde verschuiving optreedt, onafhankelijk of er links of rechts gezonden wordt, is hier de faseverschuiving van links naar rechts altijd constant en tegengesteld aan die van rechts naar links, onafhankelijk ervan waar de zender en de ontvanger staat.

Omdat in dit voorbeeld aangenomen is, dat er, noch in transponatoren, noch in filters, dissipatie optreedt, is het be-



grijpelijk, dat er gemiddeld evenveel energie toegevoerd wordt als afgenomen aan het andere klemmenpaar. Momenteel is echter de energiebalans niet in orde. De overschotten worden opgenomen door de verliesvrije zelfinducties en condensatoren, noodig om aan de voorwaarden hooge en lage impedanties plus versperren voor ongewenschte en doorlaten voor de gewenschte frequenties te voldoen.

Ten slotte: het recept voor het vinden van de betrekkingen, die de  $i^m$ 's uitdrukken in de  $I^n$ 's, als we weten de betrekkingen die de  $E_n$ 's uitdrukken in de  $e_m$ 's, moet nu als volgt worden gelezen: spiegelen aan de hoofddiagonaal en dan toegevoegd complexe waarde nemen.

### 15) *Magnetische en capacatieve transponatoren*<sup>1)</sup>.

Indien men door uitwendige middelen (b.v. elektrisch of mechanisch) periodiek verandert de zelfinducties, wederkerige inducties of capaciteiten van een schakeling, waaraan stroomen en spanningen worden toegevoerd, verkrijgt men frequentie-transposities, waarbij vaak uitstekend aan de lineariteitsvoorwaarden voor de te transponeeren en de getransponeerde verschijnselen is voldaan.

In het algemeen zal echter hierbij niet alleen het momenteele, maar ook het gemiddelde toegevoerde vermogen, ongelijk zijn aan het overeenkomstige afgenomen vermogen, wat betreft de lineaire verschijnselen. Het uitwendige agens, dat *niet* voldoet aan lineariteitsbetrekkingen, neemt dan de zorg op zich voor het positieve of negatieve overschot van het gemiddelde vermogen.

Men kan in deze gevallen vaak onmiddellijk opschrijven de gewenschte lineaire betrekkingen tusschen de momenteele omvatte fluxen en de momenteele stroomen, of tusschen de momenteele ladingen en de momenteele spanningen. De coëfficiënten in deze betrekkingen zijn dan echter niet constant. Na differentiatie, waarbij de veranderlijke coëfficiënten mee gedifferentieerd moeten worden, verkrijgt men lineaire betrekkingen tusschen momenteele stroomen en spanningen en hun differentiaalquotienten. Het is na al het voorgaande niet verwonderlijk, dat men het gedrag der transponatoren ook anders kan weergeven, n.l. door lineaire betrekkingen tusschen amplitudefactoren.

<sup>1)</sup> Het onderwerp van deze paragraaf is in de voordracht niet behandeld; in de discussie is er echter naar gevraagd.



Eerste voorbeeld fig. 39.

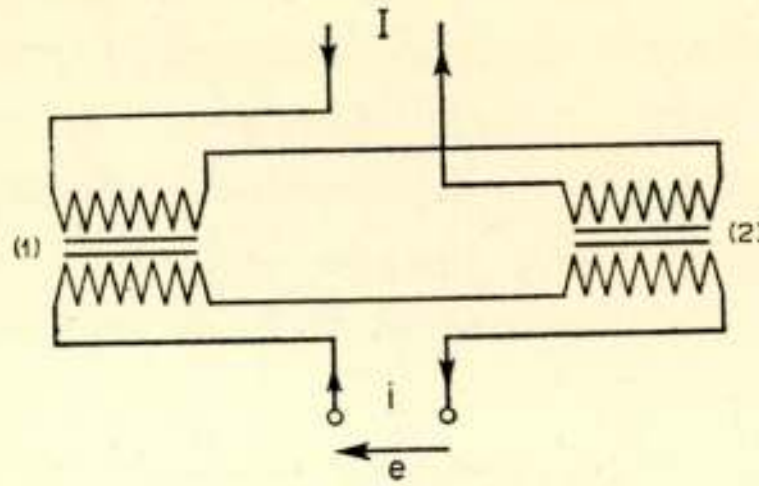


Fig. 39.

De transponator bestaat uit twee identieke ijzerkernen met ieder twee wikkelingen. Alle wikkelingen hebben hetzelfde aantal windingen  $W$ . Met de 4 wikkelingen vormt men op de aangegeven wijze 2 circuits. Het eene wordt doorlopen door een groote hulpstroom  $I = I_s \cos \omega_s t$ , het andere door de aan lineaire betrekkingen voldoende kleinere stroom  $i$ . De in dit laatste circuit optredende spanning en omvatte flux wordt aangegeven met  $e$  en  $\varphi$ . Zonder index betreft het momenteele (dus met den tijd variabele) waarden, met index betreft het constante amplitudefactoren.

In iedere kern gelde dat de flux  $\Phi = P A + Q (A)^3$ ;  $A$  totaal aantal ampère windingen. Dan verkrijgen we

$$\left. \begin{aligned} \Phi_1 &= P w (i + I) + Q (w)^3 (i + I)^3 \\ \Phi_2 &= P w (i - I) + Q (w)^3 (i - I)^3 \end{aligned} \right\} \begin{array}{l} \Phi_1 \text{ totale flux in kern 1} \\ \Phi_2 \text{ ,, ,, ,, ,, 2} \end{array}$$

Hieruit volgt, dat de omvatte flux  $\varphi$  van het circuit van de lineaire stroom  $i$  wordt gegeven door:

$$\varphi = 2 P (w)^2 i + 6 Q (w)^4 i (I)^2, \text{ waarbij verwaarloosd is } 2 Q (w)^4 (i)^3 \text{ of}$$

$$\varphi = [2 P (w)^2 + 3 Q (w)^4 (I_s)^2 + 3 Q (w)^4 (I_s)^2 \cos 2 \omega_s t] i$$

We stellen

$$2 P (w)^2 + 3 Q (w)^4 (I_s)^2 = L \quad \text{en} \quad 3 Q (w)^4 (I_s)^2 = N$$

Dan krijgen we

$$\varphi = (L + N \cos 2 \omega_s t) i$$

en

$$\begin{aligned} e &= (L + N \cos 2 \omega_s t) \frac{di}{dt} + i \frac{d}{dt} (L + N \cos 2 \omega_s t) = \\ &= (L + N \cos 2 \omega_s t) \frac{di}{dt} - (2 \omega_s N \sin 2 \omega_s t) i \end{aligned}$$

indien we bij momenteele stroomen en spanningen enz. blijven.



Voeren we echter cisoidale verschijnselen in, dan krijgen we de volgende vergelijkingen voor amplitudefactoren

$$\begin{aligned}\varphi^{-2} &= \frac{1}{2} N i^{-4} + L i^{-2} + \frac{1}{2} N i^0 \\ \varphi_0 &= \frac{1}{2} N i^{-2} + L i^0 + \frac{1}{2} N i^2 \\ \varphi_2 &= \frac{1}{2} N i^0 + L i^2 + \frac{1}{2} N i^4 \\ &\text{enz.}\end{aligned}$$

zooals gewoonlijk  $\varphi_m$  amplitudefactor van de cisoidale flux met hoekfrequentie  $\omega + m \omega_s$ ,  $i^p$  amplitudefactor van de cisoidale stroom met hoekfrequentie  $\omega + p \omega_s$ .

De laatste vergelijking b.v. ontstaat uit

$$\begin{aligned}\varphi_2 \varepsilon^{j(\omega + 2\omega_s)t} &= \frac{1}{2} N \varepsilon^{j2\omega_s t} i^0 \varepsilon^{j\omega t} + L i^2 \varepsilon^{j(\omega + 2\omega_s)t} + \\ &+ \frac{1}{2} N^{-j2\omega_s t} i^4 \varepsilon^{j(\omega + 4\omega_s)t}\end{aligned}$$

We voeren nu de amplitudefactoren van de cisoidale spanningen in; algemeen  $e_m = j(\omega + m \omega_s) \varphi_m$  dus

$$\begin{aligned}e_{-2} &= \frac{1}{2} j(\omega - 2\omega_s) N i^{-4} + j(\omega - 2\omega_s) L i^{-2} + \frac{1}{2} j(\omega - 2\omega_s) N i^0 \\ e_0 &= \frac{1}{2} j \omega N i^{-2} + j \omega L i^0 + \frac{1}{2} j \omega N i^2 \\ e_2 &= \frac{1}{2} j(\omega + 2\omega_s) N i^0 + j(\omega + 2\omega_s) L i^2 + \\ &\text{enz.} \qquad \qquad \qquad + \frac{1}{2} j(\omega + 2\omega_s) N i^4\end{aligned}$$

Indien we deze weg volgen, moeten we de constanten  $L$  en  $N$  en de niet met den tijd varieerende amplitudefactoren, nu *niet* differentieeren. We merken op, dat  $Z^{mp}$  (algemeene term van de impedantie affinor) nu imaginair is en dat  $Z^{pm} \neq Z^{mp}$ ; ook  $|Z^{pm}| \neq |Z^{mp}|$ .

*Tweede voorbeeld.*

Men stelle zich voor een weerstandslooze spoel met momenteele stroom, spanning en flux resp.:  $i$ ,  $e$  en  $\varphi$ , draaiend in een andere weerstandslooze spoel met de overeenkomstige grootheden  $I$ ,  $E$  en  $\Phi$

Hiervoor gelde:

$$\varphi = i K + I m \quad \text{en} \quad e = K \frac{di}{dt} + \frac{d}{dt}(I m)$$

$$\Phi = i m + I L \quad E = \frac{d}{dt}(i m) + L \frac{dI}{dt}$$



$K$  en  $L$  zijn constant,  $m$  nemen we aan te zijn  $= M \cos \omega_d t$ . Het eenige veranderlijke element is dus hier de wederkeerige inductie  $m$ .

Wanneer we overgaan op amplitudefactoren van cisoidale verschijnselen krijgen we

$$\varphi_{-2} = \frac{e_{-2}}{j(\omega - 2\omega_d)} = \frac{1}{2} M I^{-3} + K i^{-2} + \frac{1}{2} M I^{-1}$$

$$\Phi_{-1} = \frac{E_{-1}}{j(\omega - \omega_d)} = \frac{1}{2} M i^{-2} + L I^{-1} + \frac{1}{2} M i^0$$

$$\varphi_0 = \frac{e_0}{j\omega} = \frac{1}{2} M I^{-1} + K i^0 + \frac{1}{2} M I^1$$

$$\Phi_1 = \frac{E_1}{j(\omega + \omega_d)} = \frac{1}{2} M i^0 + L I^1 + \frac{1}{2} M i^2$$

enz.

*Derde voorbeeld.*

Hierbij heeft men twee loodrecht op elkaar staande weerstandslooze spoelen, met de bijbehorende momenteele grootheden

$i^a, \varphi_a, e_a$  resp.  $i^b, \varphi_b, e_b$  draaiend in het veld van twee andere loodrecht op elkaar staande stilstaande spoelen, met de erbij behorende momenteele grootheden

$$I^a, \Phi_a, E_a \quad \text{resp.} \quad I^b, \Phi_b, E_b.$$

We nemen aan, dat hiervoor de volgende betrekkingen tusschen momenteele grootheden gelden:

$$\varphi_a = i^a K + I^a M \cos \omega_d t - I^b M \sin \omega_d t$$

$$\varphi_b = i^b K + I^a M \sin \omega_d t + I^b M \cos \omega_d t$$

$$\Phi_a = i^a M \cos \omega_d t + i^b M \sin \omega_d t + I^a L$$

$$\Phi_b = -i^a M \sin \omega_d t + i^b M \cos \omega_d t + I^b L$$

$K, M$  en  $L$  zijn constant.

Nu gaan we over op cisoidale verschijnselen en verkrijgen:



$$\varphi_{-2a} = \frac{e_{-2a}}{j(\omega - 2\omega_d)} = \frac{1}{2} M I^{-3a} + \frac{1}{2} j M I^{-3b} + K i^{-2a} + \dots$$

$$\varphi_{-2b} = \frac{e_{-2b}}{j(\omega - 2\omega_d)} = -\frac{1}{2} j M I^{-3a} + \frac{1}{2} M I^{-3b} + K i^{-2b} + \frac{1}{2} j \dots$$

$$\Phi_{-1a} = \frac{E_{-1a}}{j(\omega - \omega_d)} = \frac{1}{2} M i^{-2a} - \frac{1}{2} j M i^{-2b} + \dots$$

$$\Phi_{-1b} = \frac{E_{-1b}}{j(\omega - \omega_d)} = + \frac{1}{2} j M i^{-2a} + \frac{1}{2} M i^{-2b} + \dots$$

$$\varphi_{0a} = \frac{e_{0a}}{j\omega} = \frac{1}{2} M \dots$$

$$\varphi_{0b} = \frac{e_{0b}}{j\omega} = -\frac{1}{2} j \dots$$

$$\Phi_{1a} = \frac{E_{1a}}{j(\omega + \omega_d)} = \dots$$

$$\Phi_{1b} = \frac{E_{1b}}{j(\omega + \omega_d)} = \dots$$

Nu voeren we amplitudefactoren, behoorende bij draaivelden,

$$i^a = i^r + i^l, \quad e_a = e_r + e_l \quad \text{dus ook:} \quad i^r = \frac{1}{2}(i^a + \dots)$$

$$i^b = -ji^r + ji^l, \quad e_b = -je_r + je_l \quad i^l = \frac{1}{2}(i^a - \dots)$$



We verkrijgen dan:

$$\begin{aligned}
 e_{-2r} &= j(\omega - 2\omega_d) [MI^{-3r} + Ki^{-2r}] \\
 e_{-2l} &= j(\omega - 2\omega_d) [Ki^{-2l} + MI^{-1l}] \\
 E_{-1l} &= j(\omega - \omega_d) [Mi^{-2l} + LI^{-1l}] \\
 E_{-1r} &= j(\omega - \omega_d) [LI^{-1r} + Mi^{0r}] \\
 e_{or} &= j\omega [MI^{-1r} + Ki^{0r}] \\
 e_{ol} &= j\omega [Ki^{0l} + MI^{1l}] \\
 E_{1l} &= j(\omega + \omega_d) [Mi^{0l} + LI^{1l}] \text{ enz.}
 \end{aligned}
 \left. \vphantom{\begin{aligned} e_{-2r} \\ e_{-2l} \\ E_{-1l} \\ E_{-1r} \\ e_{or} \\ e_{ol} \\ E_{1l} \end{aligned}} \right\} ASM$$

Terwijl de grootheden, behorende bij een bepaald wisselveld, direct gekoppeld zijn met de grootheden, behorende bij zoowel



een algebraïsch vlugger als een algebraïsch langzamer wisselend veld in de andere spoelenstellen en ze via deze overlappende koppelingen indirect met de grootheden van alle wisselvelden in verbinding staan, is dit met de grootheden behorende bij de draaivelden niet het geval. Die, behorende bij een bepaald draaiveld, zijn maar met de grootheden van één ander draaiveld in het andere spoelenstel gekoppeld, die op hun beurt slechts met de oorspronkelijke zijn gekoppeld. Zulk een stel vormt dus een afgesloten geheel. Als we het met *ASM* gemerkte stel nader bekijken, zien we, dat we de beschrijvende vergelijkingen van een asynchroonmotor te pakken hebben.

Indien we nog rotor en statorweerstand invoeren kunnen we hieruit direct het Heylanddiagram afleiden.

## LITERATUUR

- 1) G. A. Campbell: „Cisoidal oscillations”. Trans. Amer. Inst. Elec. Eng. 30, pag. 873, 1911 en  
Collected Papers of G. A. Campbell, pag. 65.
- 2) Vooral: Gabriel Kron: Tensor Analysis of Networks, New York, John Wiley & Sons, Inc. 1939.
- 3) E. Peterson & L. W. Hussey: „Equivalent Modulator Circuits”, Bell Syst. Techn. Journ. Vol. XVIII, pag. 32, 1939.
- 4) Sigurd Kruse: „Theory of Rectifier Modulators”, Ericsson Technics, 1939, No. 2.
- 5) Ned. Octrooi 55869.  
Britsch Oct. 506790 en 514469.  
U.S. patent 2 226 026.



## DISCUSSIE

Dr J. F. Schouten: Kunt U dus, voor de beschouwde gevallen, het verband tusschen b.v. ingangsstroom van één cisoidale trilling en uitgangsspanningen van meerdere cisoidale trillingen volledig beschrijven met één veralgemeende impedantie?

Ir Stieltjes: Inderdaad is dit de opzet. Men is met de generalisering steeds verder gegaan, b.v. van het begrip gelijkstroomweerstand tot wisselstroom impedantie, van dit laatste tot het begrip impedantie affinor, (zie Kron. lit 2); men kan nu het laatste begrip uitbreiden tot het verband tusschen amplitudefactoren van verschillende met elkaar samenhangende cisoidale trillingen. (Zie verder n.a.v. deze vraag par. 5 van het artikel, waarin een en ander uitgebreider dan in de voordracht behandeld wordt.)

Ir N. Roodenburg: Kan de rekening ook toegepast worden op van de tijd afhankelijke zelfinducties en capaciteiten?

Ir S. Dit kan zeer zeker. (Zie de toegevoegde laatste paragraaf 3).

Ir N. R. Hoe zit het met het inschakelverschijnsel?

Ir S. Men kan twee soorten inschakelverschijnselen bij de transformator onderscheiden. Ten eerste die, welke men ontmoet, (indien men op de oude manier rekent) doordat een of ander schakelelement sprongsgewijze verandert.

Bij de nieuwe rekenwijze behoeft men zich over deze inschakelverschijnselen in het geheel niet meer het hoofd te breken. Zij zijn in deze rekenwijze automatisch verdisconteerd.

Ten tweede de inschakelverschijnselen, die optreden, doordat b.v. ten tijde  $t=0$  plotseling, aan de reeds lang heen en weer schakelende transponator, een cisoidaal verschijnsel wordt toegevoerd. Deze inschakelverschijnselen kunnen in principe met de bekende, alleen aan de nieuwe condities aangepaste, hulpmiddelen worden aangepakt.

Ten slotte ligt hieraan ook weer de lineaire superponeerbaarheid ten grondslag. De uitwerking is echter dikwijls zeer onoverzichtelijk, behalve bij enkele, voor de practijk belangrijke, gevallen, zooals de inschakelverschijnselen bij het sleutelen van draaggolf telegrafie.



## BOEKBESPREKING

### Basic mathematics for radio students

by *F. M. Colebrook*. 270 blz. 77 figuren. Uitg. *Iiffe & Sons Ltd, London*. Prijs 10'6.

De bedoeling van dit elementaire boekje is, op voor ieder verstaanbare wijze die wiskundige kennis bij te brengen, die bij de beoefening der radiotechniek onmisbaar is. De grondbeginselen der rekenkunde, algebra, goniometrie, vectorrekening, differentiaal- en integraalrekening worden in eenvoudige, prettig leesbare taal uiteengezet. Daarna volgt nog een hoofdstuk waarin eenvoudige toepassingen op het gebied van de radio worden behandeld.

Over het algemeen genomen zal dit werkje wel aan zijn doel beantwoorden; menigeen zal er een dankbaar gebruik van kunnen maken.

De reeksen van Fourier, die in de radiotechniek toch een zeer belangrijke rol spelen, zijn wel erg beknopt behandeld. De toepassing van de complexe getallen op wisselstroomproblemen noodzaakt den beginnening gewoonlijk tot eenige moeilijke gedachtensprongen. De wijze, waarop hier deze stap is gezet, zal deze moeilijkheden niet geheel wegnemen. Na het behandelde over de differentiaal- en integraalrekening zou een bespreking der lineaire differentiaalvergelijkingen van de eerste en de tweede orde met constante coëfficiënten niet veel plaatsruimte vragen.

Daarna zou het mogelijk zijn, bij de behandeling van wisselstroomproblemen de complexe getallen op eenvoudiger, duidelijker en meer verantwoorde wijze in te voeren.

Enkele opmerkingen van ondergeschikt belang — zoo wordt  $3 \times 5$  gedefinieerd als  $3 + 3 + 3 + 3 + 3$  in plaats van  $5 + 5 + 5$  — zouden nog wel kunnen worden gemaakt, doch als geheel kan het voor den leerling in de radiotechniek zonder wiskundige vooropleiding goede diensten bewijzen. Eenige opgaven na ieder hoofdstuk verhoogden de waarde zeer.

Th. J. W.

### Theorie en Praktijk der Piëzo-Electriciteit

door *E. J. I. M. Palmans*. Antwerpen, *P. H. Brans* 1946; 151 pp, geïllustreerd; f 9.—;  $15 \times 21$  cm.

Naar de schrijver in het voorwoord mededeelt is dit boekje bestemd voor ingenieurs en radio-technici. Het bedoelt te zijn: een publicatie van samenvattenden aard over piëzo-electriciteit. Het werkje is verdeeld in een theoretisch deel: *Physiek der piëzo-electriciteit* en een practisch deel: *De piëzo-electriciteit in de techniek*. Het eerste deel omvat een drietal hoofdstukken respectievelijk gewijd aan de statische piëzo-electriciteit, de piëzo-electrische resonantie, en de verklaring van het piëzo-electrische effect; het tweede deel bestaat uit twee hoofdstukken welke respectievelijk behandelen de toepassing van het statische piëzo-electrische effect, en de toepassing van de piëzo-electrische resonantie.

Hoewel het werkje geenszins zonder onvolkomenheden is, mag het als samenvatting zeker geslaagd heeten. In het bijzonder valt te waardeeren, dat niet slechts de eigenschappen en toepassingen van kwarts uitvoerig besproken worden, maar



tevens die van rochellezout en van toermalijn. Van deze drie stoffen worden verder de numerieke waarden van de fysische constanten opgegeven, met vermelding van de eenheden waarin deze zijn uitgedrukt. Zoowel omtrent het slijpen van kwarts kristallen als omtrent de vervaardiging van rochellezout-plaatjes worden eenige mededeelingen gedaan.

Een 93 nummers omvattende literatuuropgave is opgenomen, welke echter niet recenter is dan 1941. Honderd teekeningen en foto's verlichten den tekst.

J. J. V.

### **Radiolampen Vademecum**

door P. H. Brans. 6e uitgave 1946. *Algemeenen Technische Boekhandel, Antwerpen.*

Deze 6e uitgave van dit bekende Vademecum is belangrijk uitgebreider dan de vroegere edities.

Dat de reeks vergelijkingstabellen behalve met die der geallieerde, ook met die van Russische, Italiaansche en Duitsche legerbuizen is uitgebreid, komt aan de volledigheid ten goede.

Het werk, waarvan in 1947, wederom een nieuwe, geheel omgewerkte, editie zal verschijnen, vormt een praktische en zeer bruikbare vraagbaak.

H. W. O.

## **OCTROOIEN**

*Openbaar gemaakt 15 Juni 1946:*

- O. A. 87711, kl. 21a<sup>241</sup>cl. Hazeltine Corp. Breede-bandversterker met twee in cascade geschakelde versterkerbuizen. De uitgangsimpedantie van de eerste buis is opgenomen in de kathodeleiding van de tweede buis, de negatieve terugkoppeling, die daardoor in de tweede buis ontstaat, compenseert de lineaire vervorming die tengevolge van parasitaire capaciteiten in de eerste buis ontstaat.
- O. A. 89025, kl. 21a<sup>241</sup>cl. Hazeltine Corp. Breede-bandversterker met galvanisch gekoppelde versterkerbuizen, voorzien van een galvanische terugkoppelketen met fasedraaiend netwerk, tengevolge waarvan de tegenkoppeling boven de lage grensfrequentie in een positieve terugkoppeling overgaat.
- O. A. 92306, kl. 21 a<sup>58</sup>. N.V. Philips'. Schakeling voor het lineariseeren van de roosterspanning-anodestroom karakteristiek van een electronenstraalbuis door middel van een hulpbuis.

*Openbaar gemaakt 15 Juli 1946:*

- O. A. 95094, kl. 21a<sup>460</sup>. N.V. Philips. Schakeling voor het in de juiste fase synchroniseeren van een door een generator opgewekte trilling.



De inwerking van de synchroniseerende trilling op de trillingsgenerator wordt verhinderd, tenzij een bepaalde fasestand optreedt.

- O. A. 95561, kl. 21a<sup>234</sup>. Licentia. Inrichting voor telefonisch verkeer met luidsprekers, waarbij het spreekverkeer afwisselend in beide richtingen kan plaats vinden tusschen een centrale post en elk van een aantal gewone posten, waarbij het doeltreffend oproepen van een gewenschte post en het blokkeeren van de andere posten mogelijk is gemaakt.
- O. A. 100040, kl. 21a<sup>429c</sup>. Telefunken. Schakeling voor het automatisch ingesteld houden van een superregeneratieve ontvanger op een bepaald werkingsgebied met behulp van een regelspanning die is afgeleid van de aan de uitgang van de afzonderlijke detector optredende wisselspanning van de slingerfrequentie.
- O. A. 91812, kl. 21a<sup>448a2</sup>. Lorenz. Zendingrichting voor het aangeven van koerslijnen waarbij twee antennestelsels met verschillende richtingskarakteristiek door een zender voortdurend worden gevoed en de fase van de voedingsstroom van één der antennestelsels in een bepaald rythme wordt omgekeerd.
- O. A. 99026, kl. 21a<sup>432</sup>. Telefunken. Buisschakeling die geneutraliseerd is onder toepassing van buisnabootsingen en buizen bevat, welker kathode voorzien is van twee gescheiden uit het vacuumvat naar buiten geleide toevoerleidingen. Om de vervorming welke ontstaat als gevolg van harmonischen in de roosterketen, zooveel mogelijk te verminderen, is één van die toevoerleidingen verstembaar en deze kan zoo ingesteld worden, dat de amplitude van de harmonischen zoo klein mogelijk is
- O. A. 100421, kl. 21a<sup>448a2</sup>. Lorenz. Inrichting voor het periodiek ompolen van een wisselspanning, welke aan een voedingslijn wordt toegevoerd met behulp van een enkelarmige omschakelaar, in het bijzonder voor zendingrichtingen voor het opwekken van leidvlakken.
- O. A. 95616. kl. 21a<sup>474</sup>. Lorenz. Balanstransformator voor hooge frequenties, waarbij ter vermindering van capacatieve koppeling de as van de secundaire wikkeling loodrecht staat op de as van de primaire wikkeling.
- O. A. 105300, kl. 21a<sup>475</sup>. N.V. Philips. Metalen chassisplaat voorzien van een uit isolatiemateriaal bestaande houder voor een electricch onderdeel, b.v. een spoel- of buishouder, die voorzien is van doorvoergeleiders die niet in verbinding staan met de contactorganen van de houder.
- O. A. 100405, kl. 21a<sup>52</sup>. Fernseh. Werkwijze en inrichting voor het bepalen van de scherpte van instelling van een overgebracht beeld. De amplituden van de hoogste modulatie-frequenties dienen als maatstaf.



- O. A. 98975, kl. 21a<sup>4</sup>10a. Telefunken. Werkwijze voor het opheffen van meervoudige resonantie bij piëzo-electrische elementen, bestaande uit een combinatie van nader omschreven handelingen.
- O. A. 97266, kl. 21a<sup>5</sup>4a13. Opta Radio. Werkwijze voor het vervaardigen van fijnverdeelde metaallagen op een drager met isoleerend oppervlak, doordat een dun laagje metaal in fijne deeltjes wordt verdeeld.
- O. A. 101829, kl. 21g32. Hans Vogt. Werkwijze voor het persen van staafvormige ijzerpoederkernen met cirkelvormige doorsnede in een richting loodrecht op de as van de kern.
- O. A. 98623, kl. 21g13d1c. Opta Radio. Ontladingsbuis met voet uit geperst glas of keramisch materiaal, waarbij de stekerpennen gevormd worden door uitstulpingen van het materiaal van de voet, welke gemetalliseerd zijn.
- O. A. 95808, kl. 21a<sup>5</sup>20a. Telefunken. Schakeling voor het scheiden van impulsen van verschillende duur doch gelijke amplitude, in het bijzonder voor regelimpulsen en regelserieimpulsen bij televisieontvangst.

H. H. HEEROMA

## VERGADERINGEN

### *Nederlandsch Radiogenootschap*

77e Zitting op Vrijdag 17 Januari 1947 te 10.30 uur in het gebouw van het Kon. Instituut van Ingenieurs, Prinsessegracht 23, 's Gravenhage.

Voordracht te houden over het onderwerp: „Het Verbond van Wetenschappelijke Onderzoekers”. (Spreker wordt nader bekend gemaakt).

Des namiddags 2 uur.

Voordracht te houden door Ir E. H. Hugenholtz, over het onderwerp: „Impulsgestuurde Oscillatoren met toepassingen”.