

## JAARVERSLAG VAN HET NEDERLANDSCH RADIO GENOOTSCHAP OVER 1927

Het Nederl. Radio Genootschap heeft in 1927 driemaal een zitting gehouden, waarbij als sprekers optraden resp. de heeren Ir. G. Schotel te 's Gravenhage, Dr. Balth. v. d. Pol en Ir. B. D. H. Tellegen, beiden te Eindhoven.

Ir. G. Schotel hield een voordracht over kortegolfverbindingen met Curaçao, en over een daarbij gebruikten zender werkend met een door hem gepatenteerde schakeling tot het bereiken van een hoogen anode-wisselstroomweerstand.

Na deze voordracht werd gelegenheid gegeven tot het bezichtigen van den zender.

Dr. v. d. Pol hield een voordracht over de physische bijzonderheden van ultra-kortegolven, in verband ook met de uitzendingen op korte golf van het Philips-Radiolaboratorium.

Ten slotte sprak Ir. Tellegen over eindversterkersproblemen, in het bijzonder over de aanpassing der luidsprekers aan versterkerlampen en omgekeerd; verder werden beschouwingen gegeven over de door Philips' Radio geconstrueerde en in den handel gebrachte penthode, een lamp met drie roosters.

In 1927 traden 12 nieuwe leden tot het Genootschap toe, t. w. de heeren Ir. Nillesen, Ir. v. Beusekom, Ir. Tellegen, Ir. v. Rysinge, Ir. White, Ir. Vormer, Ir. Weyers, Ir. Roostenstein, Ir. Otten, Ir. de Jong, Ir. Pijl, en de heer Bland v. d. Berg.

Een verlies van drie leden staat hier tegenover, n.l. dat van de heeren Prof. Dr. Siertsema, Prof. Dr. Sissingh en Dr. Ir. C. J. de Groot, beide laatsten wegens overlijden.

Op 1 Januari 1928 telde het Genootschap aldus 71 gewone en 21 corresponderende leden, alsmede 4 donateurs.

Betreffende de werkzaamheden in verband met de U. R. S. I.

kan volstaan worden met er aan te herinneren, dat in October Dr. v. d. Pol het Genootschap te Washington in de Assemblée Générale van de U. R. S. I. vertegenwoordigde. Na zijn terugkeer heeft deze afgevaardigde een beknopt verslag uitgebracht over de verrichtingen van deze Assemblée.

Geregeld worden thans door de diverse nationale comité's bibliografische gegevens verstrekt, t. w. een korte samenvatting van de belangrijke publicatie's, op het gebied van de radiowetenschap in hun land.

Voorts worden pogingen aangewend om nationale geldelijke steun te verleenen aan de U. R. S. I., noodig voor het in stand houden van het secretariaat en het uitgeven van publicatie's.

Het heeft onze aandacht getroffen dat den laatsten tijd meer en meer ons tijdschrift wordt gevraagd door uitgevers en bibliotheken in het buitenland, zoodat het schijnt dat ook reeds oudere publicaties in ons tijdschrift eerst thans de aandacht op zich doen vestigen.

Ofschoon in 1927 het aantal zittingen niet groot is geweest wil dat niet zeggen dat de bloei van het Genootschap achteruit gaat. Het tegendeel is waar, gezien ook de bestuursvergaderingen en den gestadigen groei van het aantal leden. Reeds veel eerder was door het bestuur voorzien dat het in de toekomst moeilijk zou zijn 5 maal per jaar een Nederlandschen spreker te krijgen. Hierbij komt dat een poging om een buitenlandsch spreker te krijgen mislukte, hetgeen zijn oorzaak vond in zeer bijzondere omstandigheden.

Wij besluiten dit overzicht met dank te brengen aan allen die het Genootschap in 1927 op daadwerkelijke wijze steunden, in het bijzonder de sprekers en de donateurs, en hopen dat het Genootschap zich steeds in stijgende lijn zal blijven bewegen om het standpunt waarop het reeds staat, n.l. het technisch en wetenschappelijk centrum van de radiowetenschap in Nederland te vormen, te kunnen blijven innemen.

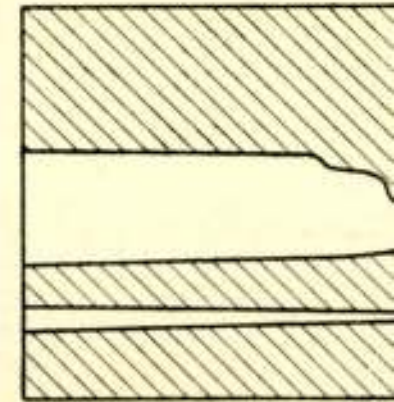
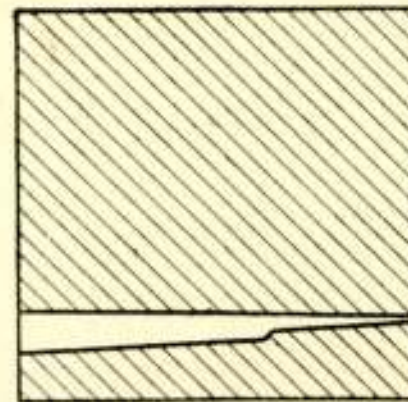
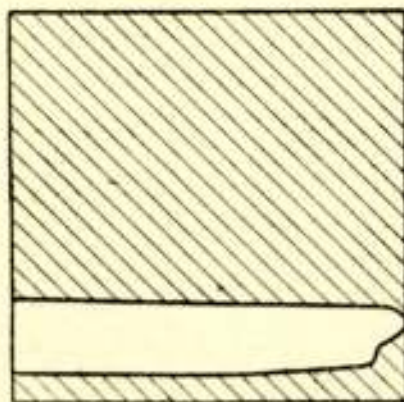
DE SECRETARIS.

---

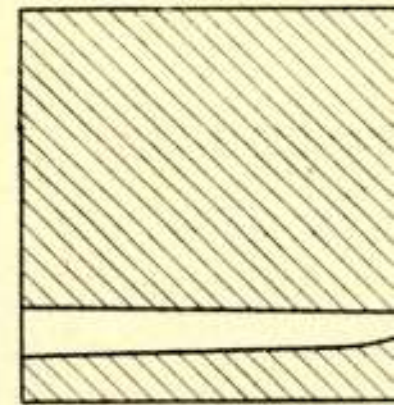
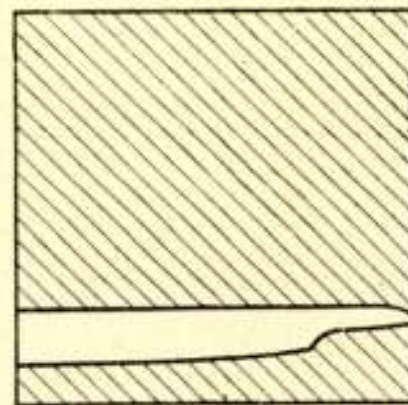
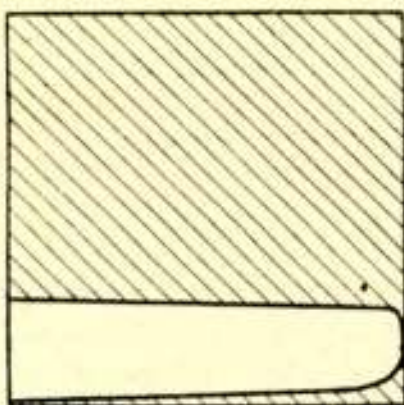
1.50 M



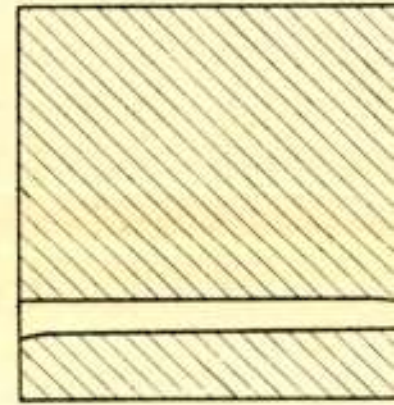
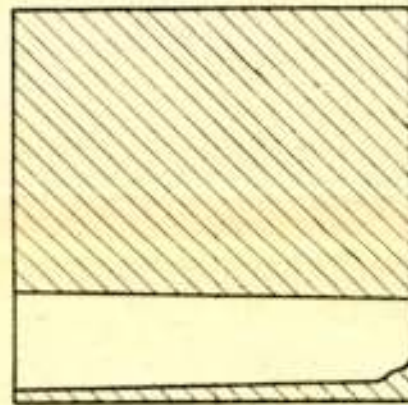
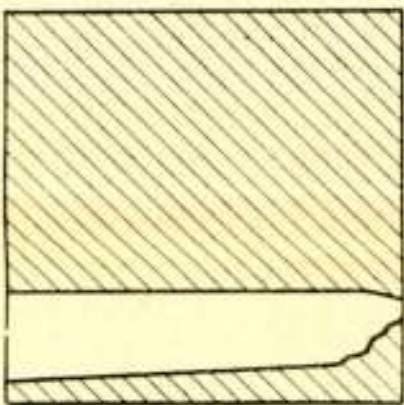
1.45 M



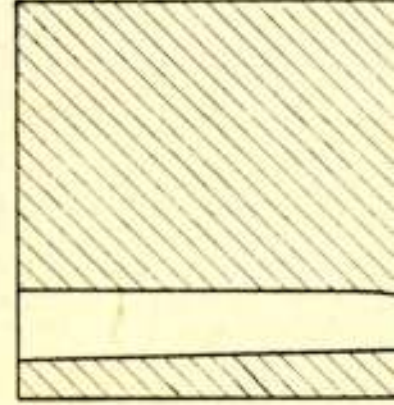
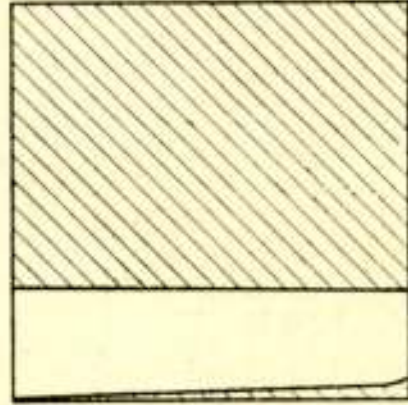
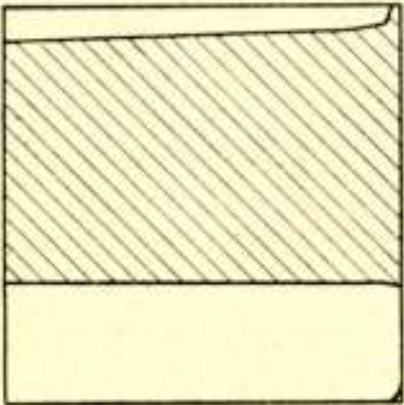
1.40 M



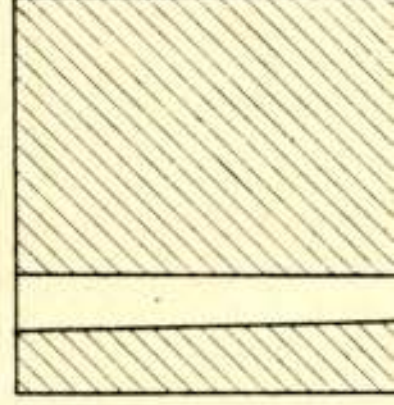
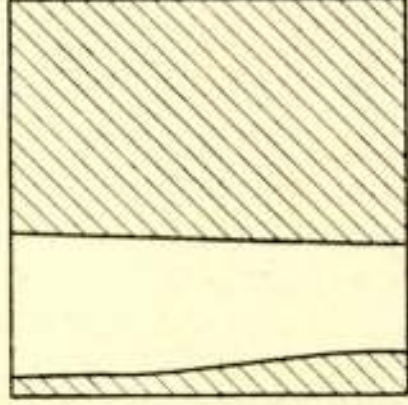
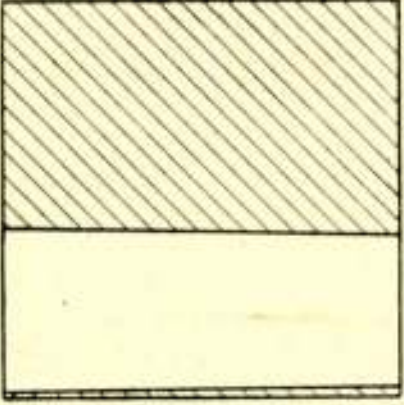
1.35 M



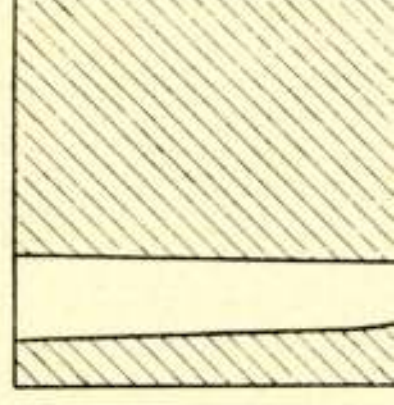
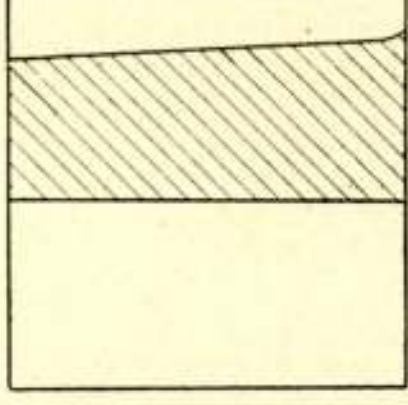
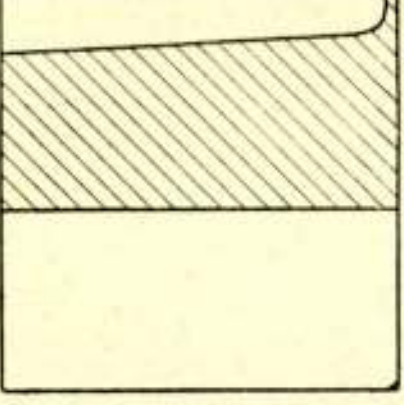
1.30 M



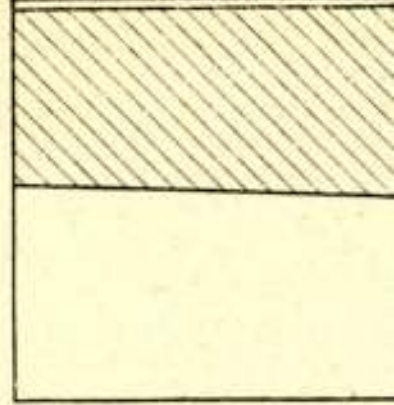
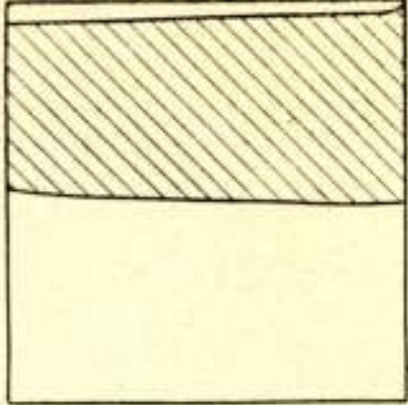
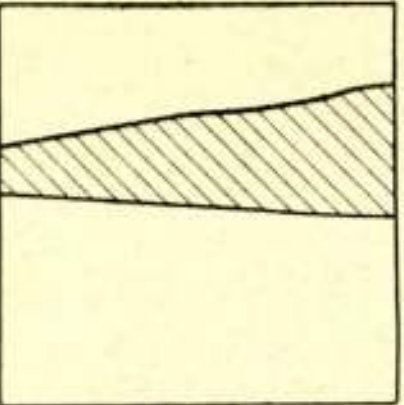
1.25 M



1.22 M



1.18 M



## EENIGE WAARNEMINGEN BETREFFENDE FADING EN SKIPPED DISTANCE IN NED. OOST-INDIË

door

Ir. S. G. C. LANGENDAM

Toen ik de uitnoodiging van het Radiogenootschap ontving iets mede te deelen over kortegolftransmissie in Ned. Oost-Indië, meende ik, in verband met het stadium waarin de Holland-Indië verbinding telefonisch en telegrafisch zich bevindt, en de belangstelling, alom getoond, mij niet hieraan te mogen onttrekken. Ik ben evenwel genoodzaakt mij te beperken tot slechts praktische mededeelingen betreffende de waarneming van fading verschijnselen en het onderzoek betreffende de zoogenaamde stille zone of skipped distance in Indië.

Toen de kortegolf voor Indië uitkomst zou brengen in het onoplosbaar probleem der luchtstoringen, bleek spoedig dat dit nieuwe gebied niet zonder strijd betreden zou worden. Een tot op dat oogenblik toe onbekend verschijnsel, thans algemeen aangeduid met den naam „fading”, trad op, Aanvankelijk werd onzerzijds gedacht dat vooral de directe omgeving van het zendantennesysteem een doorslaanden invloed had op het transmissie-rendement.

Deze veronderstelling was gebaseerd op de volgende waarnemingen.

Bij een onderzoek naar de verkeersmogelijkheid met Amerika i. e. San Francisco op 16000 K.M. afstand gelegen, deed zich het geval voor, dat midden in een achtdaagsche periode gedurende eenige uren geen verbinding mogelijk bleek. Hierin kwam plotseling verandering toen een tropische regenbui losbrak. De overige dagen had het in deze periode steeds geregend.

(De golflengte bedoeg 34 meter wegens het vergevorderde nachtelijke uur in Amerika — 16 tot 19 gmt. — de primair

toegevoerde energie was ongeveer 3 KW.). Schijnbaar onderging dus alleen de omgeving van den zender een toestandsverandering. Toen dergelijke feiten later meerdere malen, hoewel op minder frappante wijze, zich voordeden, kwam onwillekeurig de gedachte op dat de omgeving van den zender een belangrijk punt van fading-onderzoek moest uitmaken. We meenden dat het hierdoor wel gerechtvaardigd was de volgende proef op te zetten.

Met golflengten van 16 en 32 meter werden gedurende enkele maanden, meermalen per week, zoogenaamde fadingproeven gehouden, waarvan de resultaten in grafiek zijn gebracht, en welke als volgt waren ingericht. Gedurende  $2 \times 15$  minuten werden letters en cijfers afgeroepen in normale volgorde met een tijdsruimte van 5 seconden, zoodat ieder waarnemer wist wat en wanneer er iets komen moest, teneinde onverstaaenbaarheid door onduidelijken uitspraak of door fading te kunnen scheiden. Als zender werd gebruikt de kristalgestuurden kortegolf-telefoniezender A. N. E., opgesteld in het Laboratorium van den Radiodienst te Bandoeng met golflengten 15,93 en 31,86 meter en respectievelijk 8 en 16 KW. primaire energie in de laatste trappen.

Alle bereikbare kortegolfposten in Indië luisterden mede en deelden het ontvangene in 4 groepen in, namelijk: 1e. geen fading, 2e. weinig fading, 3e. veel fading, 4e. onverstaaenbaar door fading.

Zooals ik aan boord van de Tabanan gedurende twee van zulke metingen kon vaststellen bleek deze indeeling niet veel moeilijkheid mede te brengen. De uitslag was volkomen negatief, d. w. z. nooit constateerden alle stations gelijktijdig fading. Ook de verwachting, dat de fading-invloed in een bepaalde richting zich zou voortbewegen werd niet vervuld. Over deze groote afstanden was noch in Oost-West noch in Noord-Zuid richting een regelmatig verloop te ontdekken. Dit stemt dus overeen met elders opgenomen oscillogrammen (o. a. Nauen) waarbij als regel op betrekkelijk geringen afstand een geheel verschillend fading verloop werd waargenomen. Bij langdurige en nauwkeurige waarneming van P. C. J. J. werd evenwel vastgesteld dat de zoogenaamde langzame fading wel een grootere sfeer kan bestrijken. Op twee ontvangposten welke 2 K.M. van elkaar verwijderd waren, vielen meermalen dezelfde letters en woorden, tot onhoorbaar worden toe, weg. Evenwel bleek dat bij combinatie van twee ontvangers welke toevalligerwijze laagfrequent op één lijn naar de bedrijfscentrale werden doorgegeven, toch

reeds een belangrijke verbetering kon geconstateerd worden voor telegrafie. Deze ontvangposten lagen 20 K.M. uiteen. Bij de verdere uitwerking van deze voorloopige resultaten, doch nu uitgebreid tot telefonie, bleek dat een viertal ontvangers opgesteld rond de ontvangpost Randja Ekek bij Bandoeng een rayon van 2 K.M.<sup>2</sup>. bestrijkende en laagfrequent gekoppeld, een op het gehoor reeds vrij constante geluidsterkte produceerden. Een voordeel hierbij is dat het oor een slechten maatstaf is, waardoor veel van hetgeen een oscillogram zou aantoonen, nu geheel onopgemerkt blijft. Op deze afstand zouden dus zoowel snelle als langzame fading een dusdanig verschil in amplitude en tijdsphase hebben dat een mengsel van deze vier al een dragelijk gemiddelde geeft. Een vereischte is evenwel dat de normaalsterkte van elk der posten gelijk is, opdat niet degene met de grootste geluidsterkte zijn variaties laat overheerschen. Hiermede is een stap in de goede richting gedaan betreffende telegrafie en het gesproken woord. Kwaliteits ontvangst van muziek stelt evenwel hoogere eischen, daar hier ook de phase verschuivingen, welke laagfrequent noodzakelijk moeten optreden, hun storende invloed zullen doen gelden. De weg zender-ontvanger zal voor elk toestel een andere zijn. De invloed hiervan zal geringer zijn naarmate de frequentie lager is en de ontvangposten dichter bij elkaar liggen, zoodat de weglengten niet te veel zullen verschillen. Dit is het groote voordeel van laagfrequente boven hoogfrequente menging. Een andere vraag blijft evenwel nog open. De uitgezonden trillingen vormen een frequentie band waarvan iedere voor zich een eigen weg volgt waarbij dus het oorspronkelijke fasenverband verloren gaat tusschen bijeenbehoorende trillingen. In hoeverre wordt hierbij de natuurgetrouwheid van den overdracht geschaad? Het mengen van de laagfrequente trillingen der verschillende ontvangers is op zichzelf een probleem dat het bestudeeren waard is. Ik verwijs hiervoor naar het artikel van A. de Haas, gepubliceerd in Radio-Nieuws 1927 No. 12 en 1928 No. 2 waarin beschreven wordt op welke wijze dit door hem te Randja Ekek is opgelost. Deze methode komt in 't kort hierop neer dat de 4 ontvangers ieder met hun laagfrequente energie de roosters van 4 trioden beïnvloeden.

De anoden zijn parallel geschakeld op een uitgangstransformator die nu inderdaad een mengsel van de vier posten lijnwaarts zendt.

De hierboven beschreven fadingbestrijding zouden we kunnen

beschouwen als behorende tot de tweede categorie volgens onderstaande indeeling.

De eerste categorie bevat het bestrijden van fading-invloed bij enkeltoon telegrafie en zwart-wit beeldoverdracht. Hierbij kan men de fading geheel opheffen o. a. door gebruik te maken van limiters. m. a. w. van ontvangtriodes die bij elke teekensterkte, boven de zogenaamde stoorspiegel, veroorzaakt door lucht-, batterij- en lampstoringen, uitkomende, worden verzadigd. Een eisch is dus dat alle teekens boven deze grenssterkte worden ontvangen.

In de tweede categorie kunnen we ons ondergebracht denken de middelen tot neutraliseering van fading bij tonic.train, dubbeltoon telegrafie, telefonie voor zoover betreft het gesproken woord en halftoon beeldtelegrafie. Hierbij toch mogen de onderlinge sterkteverhoudingen niet verloren gaan, zooals bij toepassing van limiters het geval is. Hieronder kan de meervoudige ontvangst gerangschikt worden, daar deze de amplitude-onafhankelijkheid en deels ook de frequentie-onafhankelijkheid nastreeft. Tot deze groep behoort ook het mede uitzenden van een contrôle frequentie, die aan de ontvangzijde de versterking van het signaal regelt en wel omgekeerd evenredig met de eigen intensiteit. Aangenomen wordt dat, signaal en contrôle frequentie beide in gelijke mate invloed van fading ondervinden, hetgeen slechts dan geheel juist is, indien beider frequentie's zeer dicht bijeen zijn gelegen.

De derde categorie, de muziekvoordracht bevattende, stelt de hoogste eischen, mede omdat niet alleen amplitude, doch ook frequentie onafhankelijkheid vereischt wordt. Daarbij is het niet denkbeeldig te achten dat eerst dan volkomen natuurgelouwe ontvangst mogelijk zal zijn indien als „Dritte im Bunde” ook phase onafhankelijkheid bereikt is (zowel aan zend als ontvangzijde \*).

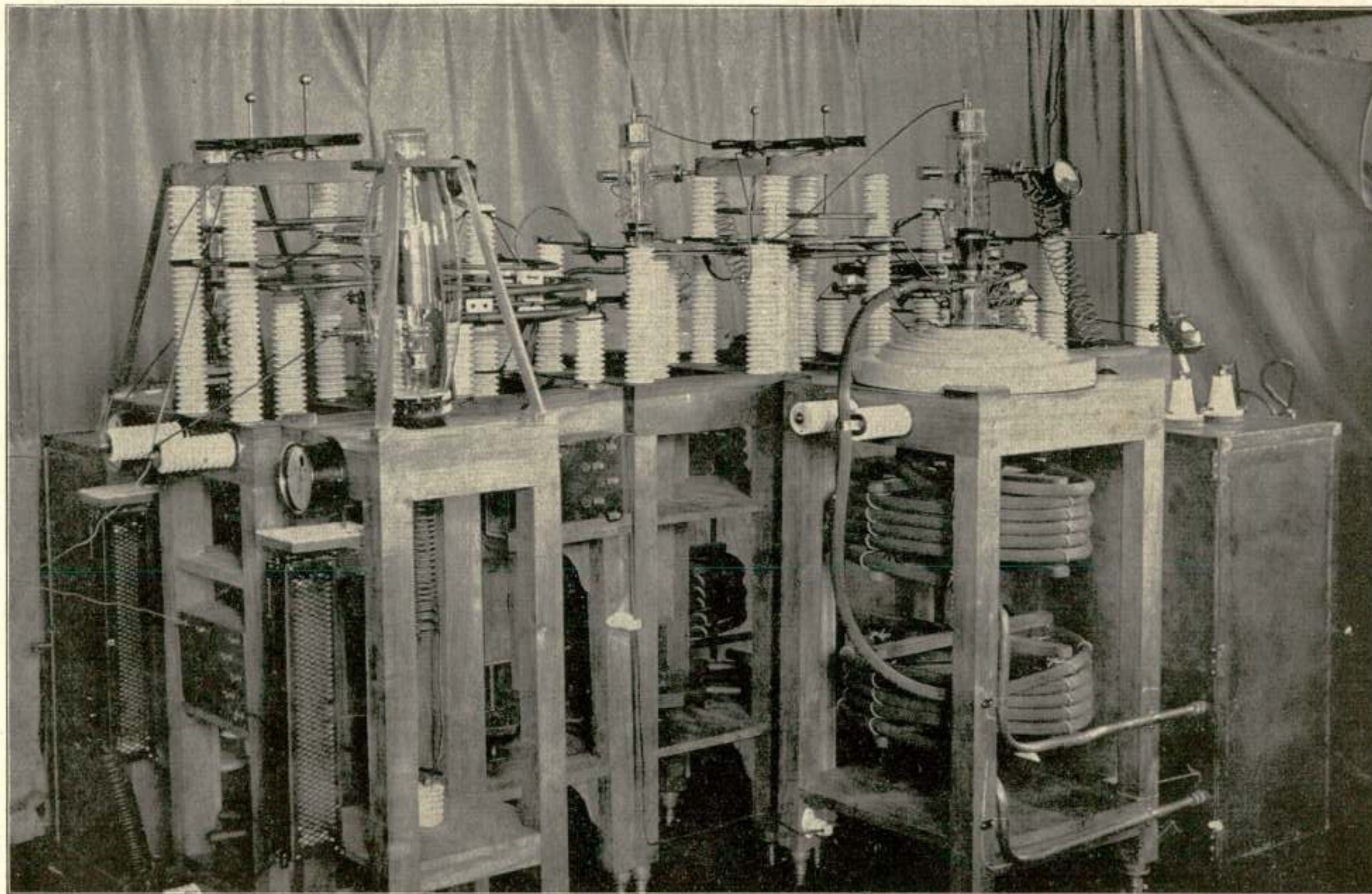
---

In dit verband meen ik ook de aandacht te mogen vestigen op het volgende verschijnsel, namelijk de bijgeluiden aan een kortegolf zender en speciaal de kortegolf telefoniezenders eigen.

Deze bijgeluiden, zich demonstreerend als een geruisch, als een windvlaag van sterkte varieerende, hebben een meervoudige oorzaak. Geen afvlaksysteem, hetzij bij een hoogspanningsmachine hetzij bij een gelijkrichter systeem toegepast, is vol-

---

\*) Dit probleem is thans in bestudeering bij het Laboratorium van de Ned. Seintoestellenfabriek te Hilversum.



Laatste trappen van den kortegolf telefoniezender A. N. E. Golflengte 15,93 B.



maakt. De diverse anode spanningen zullen een, zij het ook kleinen rimpel vertoonen, die een amplitude variatie in de antenneslingeringen veroorzaken in de rimpelfrequenties. Deze amplitude variatie zal in 't algemeen een frequentieband tengevolge hebben, welker samenstellende golven, door het doorlopen van andere wegen, in geheel andere volgorde de ontvanger bereiken en onderling interferenties veroorzaken, die door de verscheidenheid der golflengten een geruisch vormen.

Bij goedafgevlakte kristalzenders is dit geruisch als regel toch nog zeer goed waarneembaar.

Indien de hoogfrequente trillingen gemoduleerd worden in telefoniefrequentie, worden breede frequentiebanden uitgezonden die eveneens onderlinge interferentie door verschil in tijd uit weglengte-verschil kunnen doen ontstaan. Door het groote vermogen dat nu de zij-banden hebben kan het geruisch van een grootte-orde zijn, die onverstaanbaarheid tengevolge heeft en menig telefoongesprek Holland-Indië heeft onder dit verschijnsel geleden, terwijl toch de gemiddelde geluidsterkte voldoende was. Gelukkig is dit niet steeds het geval en blijft het geruisch soms zelfs geheel afwezig \*). Een derde oorzaak vinden we in het veranderen van frequentie van de uitgezonden trillingen bij het voortgaan van zender naar ontvanger. Dit feit is vastgelegd door het oscillografisch opnemen van interferentie van signaal en echo. Trillingen van gelijke frequentie door een zender uitgezonden en langs verschillende wegen een ontvangpost bereikende varieeren van trillingsgetal in functie van den doorloopen weg. Hun interferentie zal eveneens een bijdrage in geruischvorm geven.

Als vierde oorzaak is de snelle intentiteits-verandering door fading te vermelden, die evenwel door anti-fading ontvangst grootendeels onschadelijk kan worden gemaakt.

---

Einde 1926 ontstond, vooral van de zijde van het Binnenlandsch Bestuur onder meer naar aanleiding van communisten- en nationalisten-woelingen in Oost-Indië, de behoefte, de isolementen van de verschillende bestuursambtenaren op te heffen. Dit zou kunnen geschieden met kleine zend-ontvang posten, die het mogelijk moesten maken, met minimaal geschoolde krachten,

---

\*) Mijn ervaring is dat dit geruisch bij ontvangst in Nederland belangrijker is dan in Oost-Indië, in verhouding tot de gemiddelde ontvangststerkte.

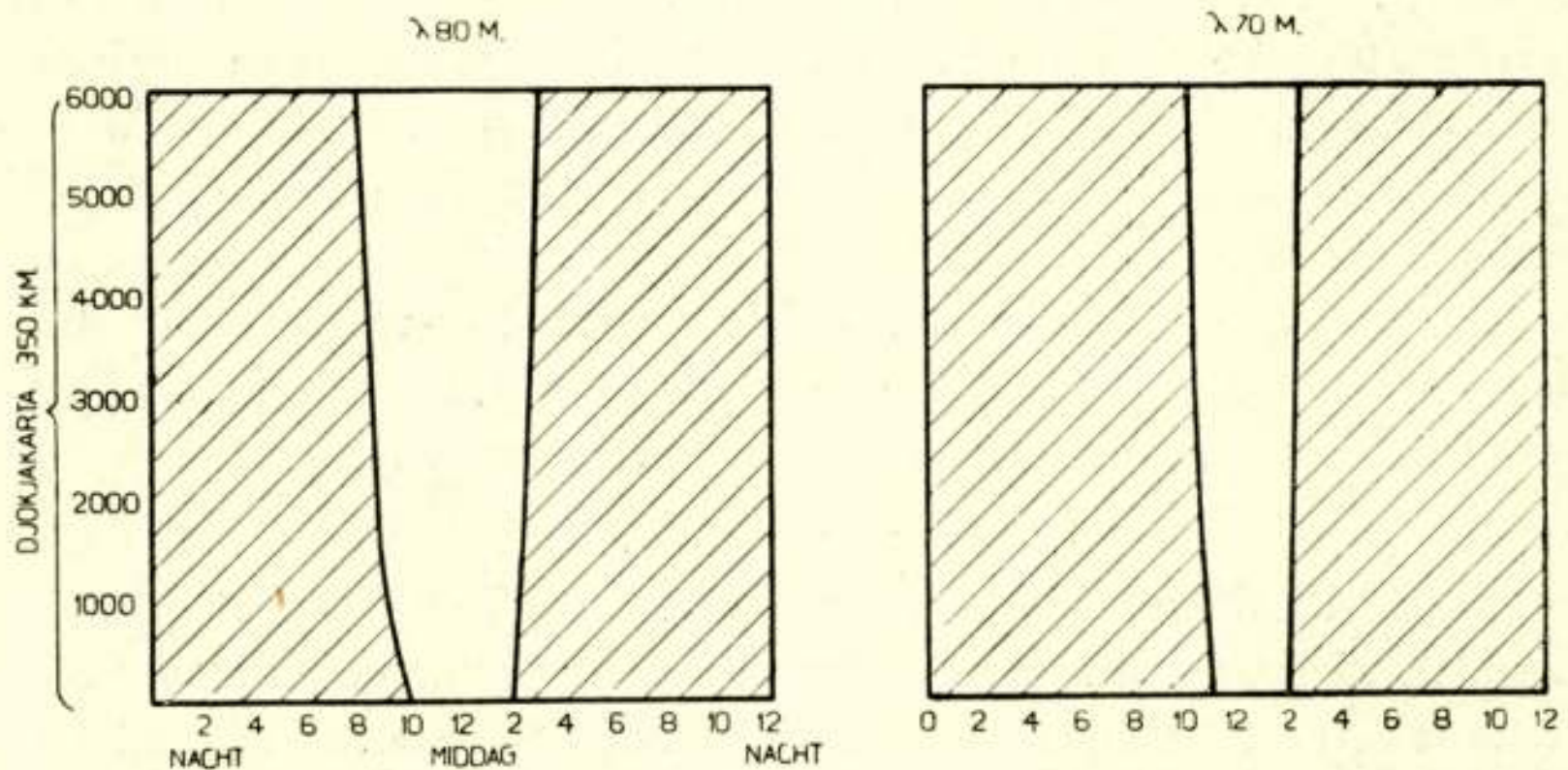
hulpverbindingen tot stand te brengen tusschen residenten en hunne medebestuurders, de ass. residenten, controleurs en civiel-gezaghebbers. Een dergelijke zend-ontvang-installatie zou tevens toepassing vinden bij het draadloos shunten van gestoorde c. q. niet meer te herstellen zeekabels en bovendien voor speciaal op te richten stations tegen eventueele woelingen.

De bedieningseischen culmineerden met het oog op het beschikbare personeel in het woord „eenvoud”. Als verkeerseisch was gesteld een 24-urige telegrafie, zoo mogelijk ook telefonieverbinding op één golflengte over een afstand van 400 K.M.

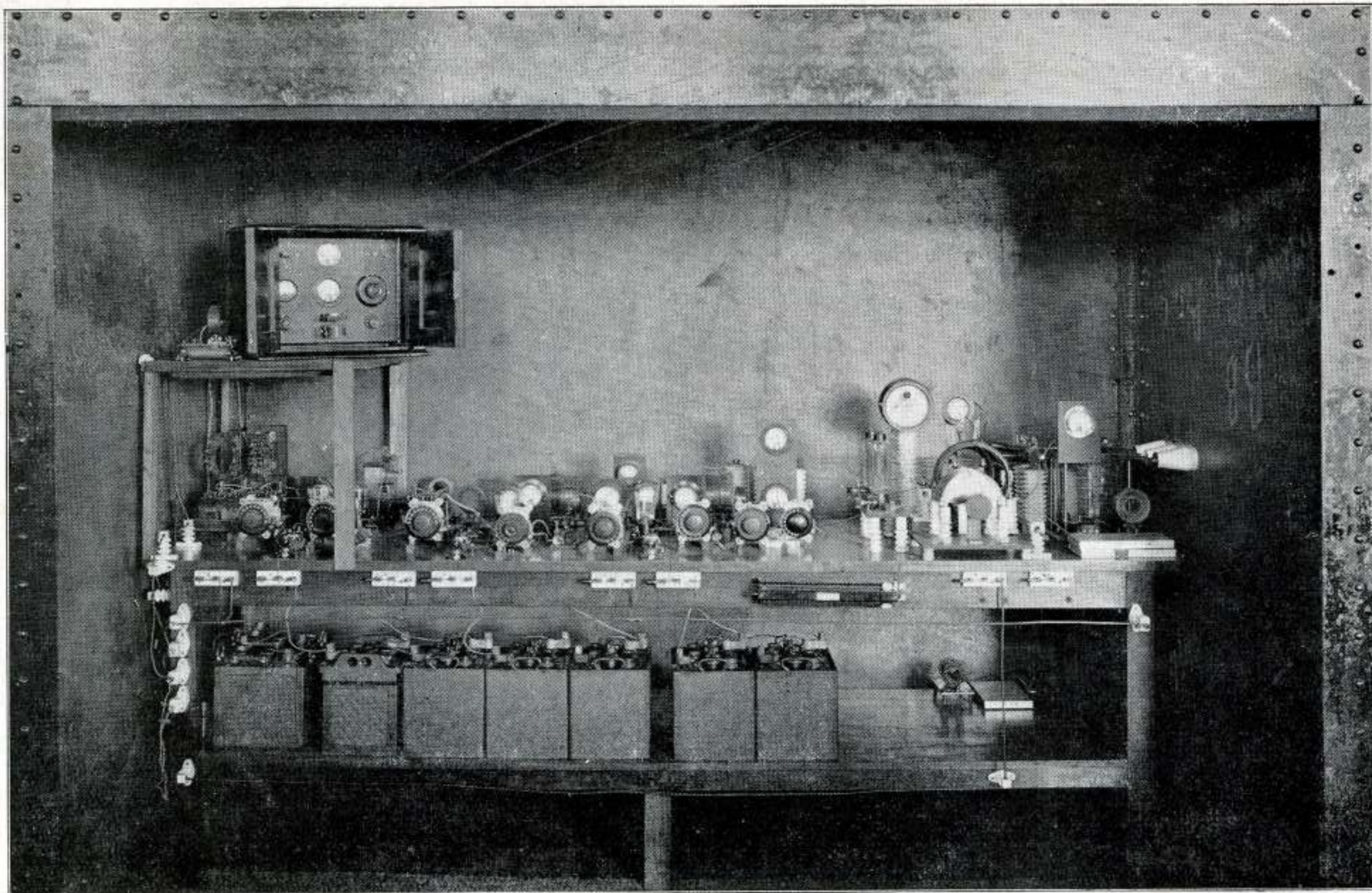
Het Laboratorium kreeg de opdracht hiervoor een geschikte combinatie te ontwerpen bestaande uit zender, ontvanger, antenne-systeem en krachtbron.

Voorloopige waarnemingen deden verwachten, dat indien de keuze op kortegolf viel, met 10 à 15 Watt antenne-energie aan de gestelde voorwaarden zou kunnen worden voldaan.

De afstand van de zenders in het rayon Menado, dat het eerste zou voorzien worden, zou gemiddeld 400 K.M. bedragen. Daar deze afstand binnen het gebied ligt van de doode zône of skipped distance voor vele golflengten moest een onderzoek van de mogelijkheid tot gebruik van kortegolven voorafgaan. Als proefafstand werd gekozen Bandoeng-Djokja. Hemelsbreed 360 K.M.



Te Bandoeng bij het Laboratorium en te Djokja aanvankelijk in het telefoonkantoor, later meer vrij van telefoon- en telegraafstoringen, werden complete sets opgesteld. Als zendlampen werden gebruikt 2 TB 04/10 en 2 RS 228, in push-pull schakeling. De anode energie werd aanvankelijk van een batterij, later aan een benzine agregaat van 220 volt ontleend. Een



Kristal en versterkertrappen met 5-voudige frequentie-verhooging van den telefoniezender A. N. E, Samengesteld in het Laboratorium te Bandoeng.

Over dezen zender wordt reeds een jaar het overgrootste deel der kruisgesprekken tusschen Holland—Indië gevoerd.

translator van hoogen Ohmschen weerstand in de roosterverbinding geplaatst met microfoon en batterij vormde het heele modulatiesysteem. De verstaanbaarheid bleek, ondanks dat hier in hoofdzaak golflengte modulatie optrad, voldoende te zijn. De ontvanger bestond uit aperiodische antenne, detector en 3-voudige laagfrequentversterking. Begonnen werd met het zoeken naar een 24-urige telegrafie-verbinding. Hiertoe werd gezonden op 80-, 70-, 45-, 25 meter.

De 80 meter golf vertoonde geen invloed van zonsondergang of opgang. Door absorbtie bleek deze energie te gering voor een verbinding tusschen 11 en 14 uur doch verdween de draaggolf niet geheel. Bij meerdere energie zou dit dus een bruikbare golflengte zijn.

Evenzoo gedroeg zich de 70 meter golf gedurende de 24-urige perioden.

Een ander beeld vertoonde de 45 meter. Deze verdween geheel tegen zonsopgang, zoodat dan ook geen draaggolf waar te nemen viel. Daarentegen was de geluidsterkte in de middagen zeer goed. De 25 meter had een nog meer uitgesproken karakter in dezen zin. Deze verdween namelijk te 5.30 uur v.m. om eerst te 7.30 uur terug te keeren, terwijl de 45 meter te 6 uur verdween om te 6.30 uur weer neembaar te zijn. Overdag was de ontvangst eveneens goed.

Deze oriëntatie deed vermoeden dat:

1e. tusschen 70 en 45 meter een golf moest liggen, voor dezen afstand en het beschikbare vermogen, aan de telegrafische eisch voldoende.

2e. Dat Indië, ten minste wat skipped distance betreft, een bevoorrechte plaats zou innemen.

Inderdaad bleek dat de golven 50—54 meter geen inzinking bij zonsopgang vertoonden; slechts trad soms een kleine inzinking tusschen 11 en 13 uur op.

De inzinking in de vroege ochtenduren is wellicht te beschouwen als een restant van skipped distance. Gedurende de nacht zou een zoodanige desionisatie optreden, dat juist tegen zonsopgang de trillingen zich op dusdanige hoogte zich voortbewogen dat de ontvangpost niet bereikt werd. Bij grooter energie werd deze tijd belangrijk gereduceerd of bestond in 't geheel niet. Zoowel uit practisch als theoretisch oogpunt was 't nu van belang na te gaan hoe 't met punt 2 gesteld was.

De bezetting te Djokja ontving opdracht de zenders van Tjililin (op 400 K.M. van Djokja gelegen) welke werkten op

37.5, 28.2, 26.1 en 18.8 meter te observeeren. Hoewel hun antenne-energie niet meer dan  $\frac{1}{5}$  à  $\frac{1}{10}$  van de energie, waarop de skipped distance theorieën berusten (5 KW. antenne energie) bedroeg werden deze zenders geregeld goed ontvangen. Inderdaad bleek dus het skipped distance gevaar over land al zeer gering. Op 30 en 60 K.M. afstand werden dezelfde ervaringen opgedaan. Toen bleek dat 50 tot 54 meter een geëigende golflengte-band was, werd de telefonie ter hand genomen. De benoodigde energie hiervoor is practisch gebleken 8 à 12 maal grooter te moeten zijn dan voor telegrafie met traffic snelheid van 15 à 20 w. p. m. noodig is. Ook kan als maatstaf worden genomen dat 100 w. p. m. (woorden per minuut) gelijke ontvang-energie vraagt als telefonie. Dit belangrijke verschil maakt 't verklaarbaar dat aanvankelijk wel telegrafie doch nog geen telefonie met dit kleine vermogen gedurende 24 uur mogelijk was.

Door de successen bij de zendproeven van de Genie onder leiding van Kapitein Ir. J. de Jongh Swemer werden we opmerkzaam gemaakt op een antennevorm, die tot dan toe weinig of geen toepassing had gevonden, namelijk de horizontale dipool met halve golflengten aan weerszijden van den feeder. Wel werden berichten aangetroffen betreffenden dipolen met  $\frac{1}{4}$  golflengte, doch werden de resultaten als regel onbevredigend genoemd. Om het meer gecompliceerde feeder-systeem met transformatoren en loopende golven te vermijden, werd besloten ook de feeder in staande golf aan te stooten. Experimenteel bleek, 1e dat de toevoer-draden zoo kort mogelijk gehouden moesten worden.

2e. een antenne-hoogte van ongeveer 20 meter het beste resultaat gaf met dien verstande, dat grootere hoogte geen merkbare verbetering gaf, doch relatief veel grootere kosten met zich mede bracht; een vermindering van antennehoogte had sterke ontvangstafname ten gevolge.

3e. De afstand van de feederdraden moest 50 à 60 c.M. bedragen.

Betreffende de golfconstantheid dient nog vermeld te worden dat geseind werd over een roosterweerstand waardoor weinig anodestroomvariatie optrad, doch met dubbeltoon gezonden werd.

De gloeistroom moest van een accumulator en kon niet van dezelfde machine genomen worden.

De proeven van Kapt. Ir. J. de Jongh Swemer hadden ten doel de bruikbaarheid van dergelijke kleine vermogen en korte golven voor militaire doeleinden aan te toonen. Ook hier zou



Het Laboratorium van den Gouvernements-Radiodienst te Bandoeng.

een skipped distance moeilijkheden brengen. Deze proeven werden onder ongunstiger omstandigheden verricht daar wegens militaire eischen geen hooge antennen mochten worden gebruikt. De minder goede dagresultaten zijn dan ook hieraan toe te schrijven dat de antenne te laag en niet horizontaal werd uitgespreid.

Gezonden werd hierbij op de golflengten 18, 22, 26, 30, 35, 40, 45, 50 en 54 meter.

Op 28 K.M. afstand (Tjimahi-Tandjongsari) was 24-urige ontvangst mogelijk vanaf 26 meter (Tjimahi-Madjalengka).

Op 75 K.M. werd eveneens steeds ontvangen op enkele ochtenduren na vanaf 26 meter; eveneens werden op 112 K.M. afstand (Tjimahi-Cheribon) dezelfde gegevens verkregen.

De 18 en 22 meter golf werden op deze afstanden niet of slechts kort waargenomen. Daar tegenover staan de waarnemingen Tjililin-Bandoeng (18 K.M.) Tjimahi-Bandoeng (10 K.M.) Malabar-Bandoeng (22 K.M.) waar met eenige malen grooter vermogen werd gewerkt en steeds goede ontvangst mogelijk was. Bij grootere afstand begon de ochtend-ontvangst minder te worden zooals ook bij de proeven Bandoeng-Djokja is vermeld. Bij grootere vermogens, zooals uit de proeven met den telefoniezender A. N. E. bleek, werden steeds rapporten ontvangen van 30 en 60 K.M. afstand op elk uur dat gezonden werd.

Vermeerderen we dit met eenige gegevens verstrekt door het Hoofd der Marine Radiodienst te Soerabaia, Luitenant ter Zee Houtsmuller:

De Medanzender met minder dan 1 K.W. antenne-energie was hoorbaar op 280 K.M. 10 uur v.m. en op 185 K.M. neembaar te 14.30 uur.

Van Soerabaia naar Medan varende bleven de Tjililin-zenders op 26.2, 28 en 18 meter constant van geluidsterkte.

Gedurende de vaart van Soerabaia naar Priok en terug seinde Soerabaia op 30 meter. Een minimum geluidsterkte werd waargenomen op 250 K.M. doch bleef de ontvangst mogelijk. Ook dit waren dag en nacht waarnemingen; door de snelheid der schepen weliswaar niet aaneensluitend, doch niettemin als aanvullende gegevens waardevol.

Dit alles bijeengenomen mogen we wel aannemen dat het verband golflengte-afstand in Indië geheel anders ligt dan in de nog gangbare theorieën is voorgesteld voor meer noordelijk gelegen waarnemingsterreinen. De veel grooteren invloed van de zon zal vermoedelijk de ionisatiegraad dermate opvoeren dat

reeds op veel lager afstand de terugkeer der trillingen plaats vindt, en op veel korter afstand de aarde bereikt wordt.

. De conclusie mag hieruit getrokken worden dat in Ned. Indië practisch geen skipped distance gevonden wordt.





# KORTEGOLF ECHO'S EN DE AURORA BOREALIS

door

Dr. BALTH. VAN DER POL

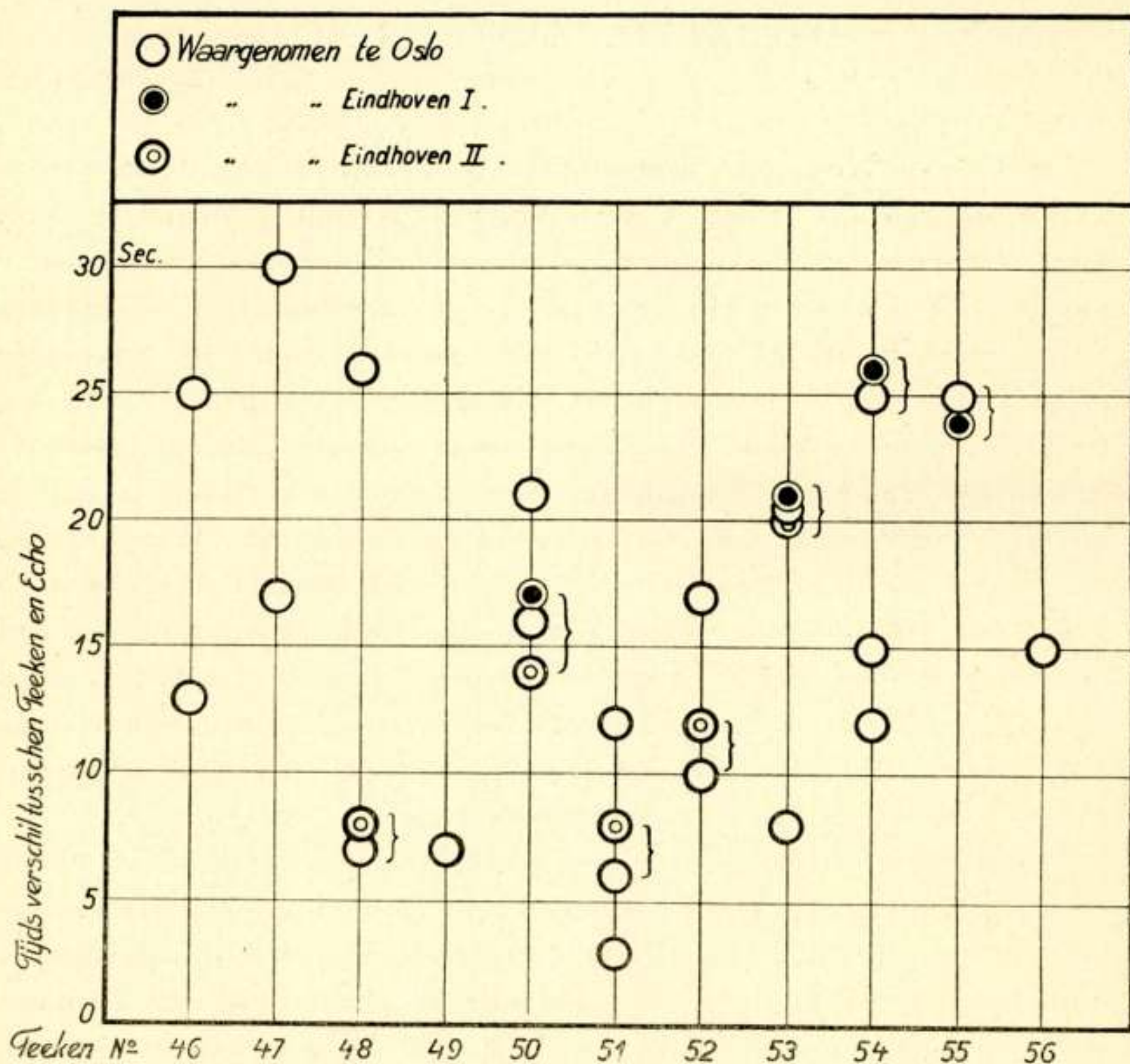
In het 3 November-nummer van „Nature” verscheen een korte noot door Prof. Carl Størmer onder dezelfde titel. Prof. Størmer heeft hier de waarnemingen beschreven door hem en Ir. Jørgen Hals, van eenige merkwaardige echo's te Oslo verricht, welke verscheidene seconden nadat de origineele signalen (welke door de kortegolfzender P. C. J. J. ( $\lambda = 31,4 \text{ m.}$ ) te Hilversum speciaal voor deze proef werden uitgezonden) de ontvanger te Oslo bereikte, werden gehoord. Deze speciale signalen werden voor het eerst uitgezonden in Maart 1928. Sindsdien werd het experiment vele malen herhaald, soms twee keer, ook dikwijls vier keer per week. Ook in Eindhoven werd op twee verschillende plaatsen voortdurend naar deze echo's geluisterd, hetzij door mijzelf of door een assistent, hetzij door ons beiden. Wij hoorden evenwel geen enkele van deze lange-tijd-echo's gedurende verscheidene maanden.

Plotseling echter en wel op 11 October van dit jaar kreeg ik een telegram van Prof. Størmer, meldende, dat mooie echo's dien middag door hem gehoord waren. Hierop nam ik onmiddellijk maatregelen om denzelfden avond speciale signalen uit te doen zenden, bestaande uit drie korte, elkaar snel opvolgende, stooten. Deze signalen werden elke 30 seconden gegeven tusschen 22 en 23 uur plaatselijke tijd. Met mijn assistent luisterde ik naar de 120 signalen. 14 echo's werden door ons beiden waargenomen; de tijden tusschen de signalen en de echo's waren:

8, 11, 15, 8, 13, 3, 8, 8, 8, 12, 15, 13, 8, 8, seconden.

De (radio) frequentie van een echo was steeds precies gelijk aan de signaal-frequentie, welk feit gemakkelijk kon worden geverifieerd daar de signalen „ongemoduleerd” waren en daarom de ontvanger oscillerende werd gehouden. De aldus gevormde combinatie-toon had precies dezelfde toonhoogte, hetzij het origineele signaal hetzij de echo werd ontvangen. Eenige malen



werd de frequentie van de plaatselijke oscillator een weinig veranderd nadat een signaal was ontvangen en dan kwam de echo, die een kleine verandering van de toonhoogte van de combinatie-toon veroorzaakte. Toen daarop de ontvanger onveranderd werd gelaten veroorzaakte het volgende signaal precies dezelfde toonhoogte in de ontvanger als de laatste echo.



De echo's die ik hoorde, waren tamelijk zwak en ofschoon hun oscillatie-frequentie gemakkelijk kon worden geïdentificeerd als zijnde dezelfde als de frequentie van de werkelijke signalen, konden de drie stooten van het origineele signaal in de echo niet herkend worden, daar de echo een flauw verlopend karakter had, behalve in het eene geval waarbij de echo drie seconden na het signaal gehoord werd; in dit geval werden de drie stooten van het origineele signaal eveneens zeer duidelijk in de echo waargenomen.

Hierop stelde ik Prof. Størmøer voor de signalen bij de verdere experimenten te tellen zoodat echo's, zoowel in Oslo

als in Eindhoven gehoord, wellicht konden worden geïdentificeerd.

Tot 24 October werden nòch in Oslo nòch in Eindhoven verder echo's geconstateerd. Echter op dien datum tusschen 16—17 G. M. T. werden weer zoowel in Oslo als op twee verschillende plaatsen (3 K.M. van elkaar) in Eindhoven echo's waargenomen. De frequenties van de twee oscilleerende ontvangers te Eindhoven waren ingesteld aan verschillende kanten van de draaggolf van het signaal, teneinde zooveel mogelijk te voorkomen dat toevallige signalen voor echo's gehouden konden worden. Prof. Størm er was zoo vriendelijk mij de waarnemingen te Oslo van dien dag, waarbij 48 echo's werden opgenomen, toe te zenden. Ontvanger No. I te Eindhoven (met twee waarnemers) noteerde 4 zeer zwakke echo's terwijl ontvanger No. II te Eindhoven 5 echo's waarnam. Een gedeelte van de gelijktijdige waarnemingen zijn uitgezet in bijgaande grafiek. De tijddopname van de  waarnemingen geschiedde met een stopwatch, terwijl voor de  waarnemingen de secondewijzer van een gewoon horloge werd gebruikt. Daar de echo's dikwijls meer dan  $1\frac{1}{2}$  seconde duurden, lijdt het geen twijfel, dat eenige echo's practisch gelijktijdig in de drie bovenbedoelde plaatsen werden gehoord. Er behoeft daarom (ofschoon zij dikwijls moeilijk te observeeren waren) niet aan getwijfeld te worden, dat de echo's werkelijk bestaan daar zij op verschillende plaatsen en zelfs eenige malen gelijktijdig door verschillende observators zijn waargenomen.

Ter verklaring van deze echo's veronderstelt Prof. Størm er in zijn bovenbedoelde brief aan „Nature”, dat de golven door diè stroomingen en oppervlakken van electronen gereflecteerd worden, waartoe hij was gekomen door vroegere onderzoekingen over de aurora borealis. Overeenkomstig dit standpunt zouden de golven door de *Kennelly-Heaviside* laag heen moeten dringen en afstanden buiten de atmosfeer van de aarde moeten afleggen, vergelijkbaar met die tot de maan.

Gelukkig dringen draadlooze golven, zelfs korte, gewoonlijk *niet* dòòr de Kennelly Heaviside-laag, daar anders de verbinding op lange afstanden onmogelijk zou zijn. Een andere verklaring voor het voorkomen van deze lange-tijd echo's kan worden gevonden in het feit, dat de golven wel in maar niet dóór de laag heen kunnen dringen. Gewoonlijk heeft, zooals Prof. Appleton heeft aangetoond, de laag een betrekkelijk goed gedefinieerde onderste grens tegen welke de golven, die bijna verticaal loopen, scherp worden teruggekaatst. Nu vermindert

de schijnbare dielectrische constante  $\epsilon = 1 - \frac{4\pi N e^2}{m \omega^2}$  (waarbij  $N$  de electronendichtheid voorstelt) met  $N$ , en wordt zelfs nul voor golven van 31.4 meter lengte en een electronendichtheid van ca.  $10^6$  per cc. \*) Bovendien vindt men met de dispersiewet, uitgedrukt door  $\epsilon$ , gemakkelijk voor de phase- en groepsnelheid:  $V_{\text{phase}} \cdot V_{\text{groep}} = c^2$ , zoodat op de plaats, waar de electronendichtheid dicht bij de kritische komt, de phase-snelheid oneindig wordt; *terzelfder tijd echter nadert de groepsnelheid tot nul*. Wanneer het nu voorkomt, dat de relatieve verandering van de electronendichtheid met de hoogte over een afstand van een golflengte klein is, dan kunnen de golven wel in de K. H.-laag indringen en in gebieden komen waar de groepsnelheid klein is; zij zullen daarop bij dat gebied waar  $\epsilon$  tot nul nadert gereflecteerd worden. Het is duidelijk, dat onder deze omstandigheden een belangrijke tijd kan verlopen alvorens de echo wordt ontvangen, ofschoon de golven nooit buiten de atmosfeer van de aarde geweest zijn. Deze zienswijze zou ook de merkwaardige echo's, welke door A. Hoyt Taylor en L. C. Young (Proc. Inst. of Radio Eng. 16, 561, 1928) zijn waargenomen en welke zich onderscheiden van de welbekende „rond de wereld echo's”, kunnen verklaren, zooals ook reeds door Prof. Appleton op de laatste U. R. S. I. vergadering werd opgemerkt. Inderdaad kan overeenkomstig deze verklaring, elk tijdsinterval tusschen signaal en echo worden verwacht; het verschijnsel wordt geheel bepaald door de gradient van de electronendichtheid. Deze verklaring past zeer wel bij het feit, dat het tijdsinterval tusschen signaal en echo buitengewoon varieerend is.

Onze zienswijze is derhalve, dat de groep gedurende eenige tijd in die gebieden waar de groepsnelheid tot nul nadert wordt samengedrukt en „gebottled”.

\*) Deze verkleining van de dielectrische constante van een gas door de aanwezigheid van vrije elektronen werd het eerst gemeten door schrijver dezes voor ongeveer tien jaar met behulp van ultrakorte golven. (Zie mijn dissertatie: „De invloed van een geïoniseerd gas op het voortschrijden van electromagnetische golven, enz.” Haarlem, 1920). Een verkleining van  $\epsilon$  tot zelfs negatieve waarden werden bereikt, werd geconstateerd in 1927: Tijdschr. v. h. Rad. Gen. 3, 161, 1927.

*Natuurkundig Laboratorium der  
N. V. PHILIPS' Gloeilampenfabrieken.*

Eindhoven, 21 November 1928

# EENIGE EXPERIMENTEN IN VERBAND MET DE TOEPASSING VAN NIEUWERE TRIODENSHEMA'S BIJ ZENDERS

door

G. W. WHITE, M. Sc., B. A. (Cambridge)

De bedoeling van dit artikel is het geven van een beschrijving van de ontwikkeling en constructie van moderne lampzenders, alsmede een overzicht van eenige proeven en experimenten, die tot doel hadden om na te gaan in hoeverre het mogelijk was de bediening van dergelijke zenders te vereenvoudigen, zonder daarbij in ontoelaatbare mate het nuttig effect te verkleinen.

De ontwikkeling van speciale zendlampen dateert vanaf ongeveer 1913. Gedurende de daaropvolgende vijf jaren waren de gebruikte schakelingen alle zeer eenvoudig; eigenlijk werden lampzenders alleen in den oorlog bij leger, vloot en luchtmacht gebruikt. De antenne werd afgestemd door middel van een aftakbare spoel en variometer. Een terugkoppelspoel (dikwijls afgestemd) werd met de antennespoel gekoppeld en de output van de lamp werd geregeld door een anode-aftakking op de spoel. Deze aftakkingen werden meestentijds bediend door stekers. Vliegtuig- en landstations hadden dikwijls een vastgestelde anode-aftakking op een spoel, en eenige golflengte-aftakkingen. De preciese golf werd verkregen door de antenne-lengte te varieeren.

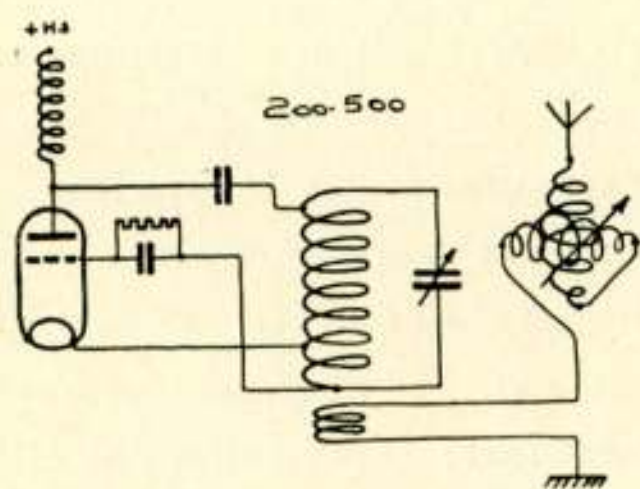
Ongeveer in 1918 begonnen fabrieken de constructie van lampzenders ter hand te nemen, doch gedurende langen tijd bleven de zenders even eenvoudig van uitvoering, terwijl directe antennekoppeling werd toegepast, waarbij steeds stekers werden gebruikt voor de spoelaftakkingen.

Teneinde geen lastige parasitaire effecten te introduceeren, hadden de minimum- en maximum-golven van een zender zelden een verhouding grooter dan 1 : 3, In het algemeen bestond



over te springen (z.g. „Ziehen“). In den afgebeelden zender is dit bezwaar op een eenvoudige manier ondervangen. De roosterterugkoppelspoel draait binnen een spoel B, welke deel uitmaakt van den tusschenkring. Buiten deze spoel B draait de antenne-koppelspoel C. Tengevolge van het feit, dat het faseverschil tusschen de twee koppelgolven  $180^\circ$  is, zal bij sterker maken van de antenne-koppeling B C de fase in de terugkoppelspoel zoodanig zijn, dat de langste koppelgolf domineert en de kortere onderdrukt wordt, waardoor het mogelijk is een vastere en toch stabiele koppeling toe te passen.

Om in dezen zender het optreden van parasitaire trillingen tengevolge van het samenvallen van de eigen golf van den roosterkring met een mogelijke trilling in de anodeketen te voorkomen, is het ook mogelijk de zelfinductie in den roosterketen te varieeren. Men zal inzien, dat het noodig is, tien variabelen te bedienen om voor een bepaalde golf een goede output te



Figuur 2

verkrijgen. Eenige van deze variabelen zouden weggelaten kunnen worden, doch men krijgt dan de mogelijkheid van slecht nuttig effect op bepaalde golflengten of parasitaire korte golftrillingen bij andere instellingen.

Een belangrijke vereenvoudiging in de bediening verkrijgt men door gebruik te maken van een schakeling als aangegeven in fig. 2 (ofschoon hier niet bedoeld is, dat ter verkrijging van deze vereenvoudiging deze speciale schakeling noodig is).

In dit schema blijft de anode steeds verbonden met de top van den tusschenkringspoel en de benodigde terugkoppeling wordt verkregen door een *vast* klein gedeelte van deze spoel. Het golfbereik wordt verkregen door een variabele luchtcondensator. In een dergelijke opstelling is het practisch uitgesloten, dat de eigen golf van den roosterkring samenvalt met een trillingsmogelijkheid in de anodeketen. Met de tusschenkringspoel wordt de antennespoel gekoppeld, hiermede in serie is de

antennevariometer geschakeld. De zelfinductie van den tusschenkring moet met de noodige zorg gekozen worden in verband met het verlangde golflengtebereik en de demping moet gering zijn vergeleken met de antenedemping, teneinde goede energieoverdracht te verkrijgen. Het blijkt dan, dat een zender geconstrueerd kan worden met een golflengtebereik van ongeveer 1 : 2,5, die steeds een goed rendement heeft. Een van de groote voordeelen is, dat al de effecten, die oorspronkelijk te voorschijn werden geroepen door het veranderen van de anode-koppeling nu verkregen kunnen worden door het sterker maken van de antenne-koppeling, tengevolge waarvan een kleinere tusschenkringstroom optreedt en een daarmee gepaard gaande verkleining van de geleverde tegenspanning op de anode.

Een dergelijk systeem ware b.v. toe te passen bij een eenvoudigen vliegtuigzender met een bereik van 200—500 Meter. De tusschenkring kan geijkt worden in golflengten, zoodat men niets anders te doen heeft, dan den tusschenkringcondensator op de gewenschte golf te zetten, af te stemmen op maximale antennestroom met tamelijk losse koppeling en deze vervolgens vaster te maken voor maximale output.

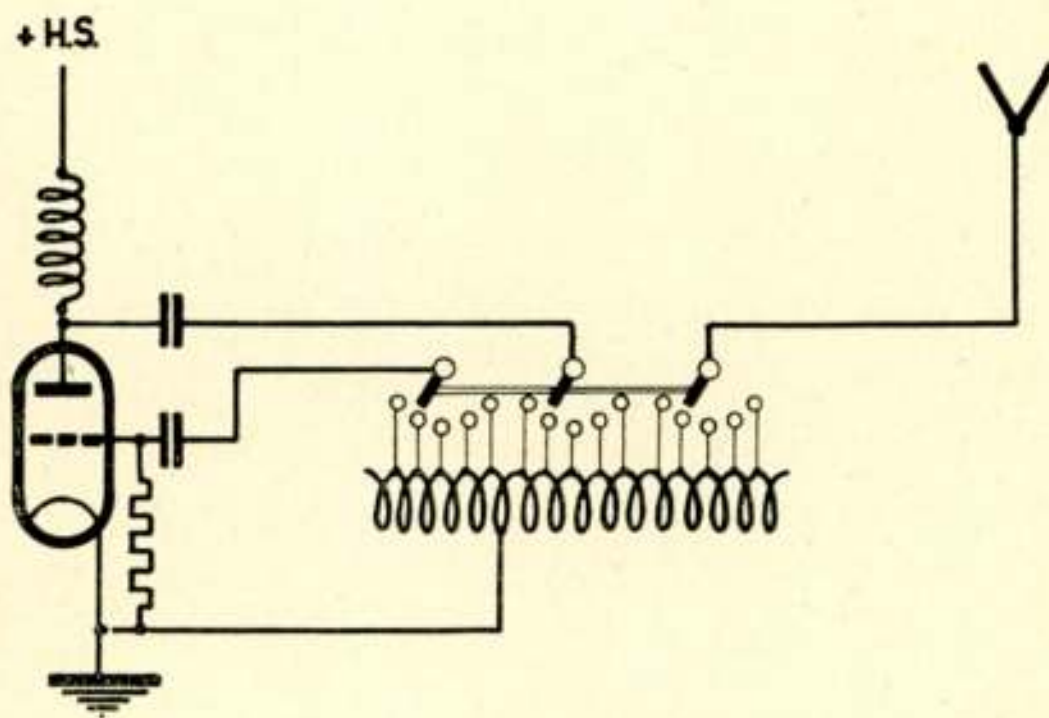
Teneinde het golflengtebereik te vergrooten is het slechts noodig een schakelaar aan te brengen, die vaste condensatoren (van lage H. F. weerstand) parallel schakelt aan den variabelen condensator en een tweede schakelaar, die antenne-zelfinductie bijschakelt. Indien het gewenscht is om een groot golflengtebereik te krijgen op een vaste antenne, kan het noodig zijn om nóg een schakelaar aan te brengen, die gedeelten van een verlengspoel bijschakelt. Een dergelijke schakeling zou gebruikt kunnen worden voor een militairstation met een golflengtebereik van 400—1600 Meter op een vaste antenne.

Tot nu toe zijn schakelingen beschreven, waarbij één handle slechts één functie had, zooals het varieeren van een anode-aftakking of een antenne-zelfinductie. De moderne ontwikkeling van zenders echter brengt steeds meer het combineeren van diverse schakelveranderingen op één handle. (Uitgezonderd in bijzondere gevallen b.v. stations voor één golflengte, waarbij gemakkelijke bediening niet van overwegend belang is). Met andere woorden: men splitst het golflengtebereik in meerdere kleine bereiken en laat het handle, dat de golflengte bepaalt, gelijktijdig andere schakelaars bedienen, die automatisch in het circuit de beste terugkoppeling, anode-koppeling enz. voor dat



golflengtegebied instellen. Het is mogelijk gebleken op deze wijze zes en meer variabelen tegelijk te bedienen.

Een eenvoudig voorbeeld is de schakeling, afgebeeld in fig. 3 die zou kunnen dienen voor het ontwerp van een eenvoudige telefoniezender voor 5 golflengten, zóó eenvoudig, dat niet de geringste vooropleiding noodig is om een dergelijken zender te bedienen. Een vaste antenne wordt gebruikt. Eén knop bedient drie schakelaars, aangebracht voor antenneafstemming, anode-koppeling en terugkoppeling. De zelfinducties zouden spiraalvormig gemaakt kunnen worden van bandkoper, en voorzien worden van vijftien aftakkingen, die ééns door de monteurs worden ingesteld, teneinde den zender aan de antenne aan te passen en voor de vijf golflengten de maximaal toelaatbare koppeling in te stellen. Wanneer dit eenmaal geschied is, heeft



Figuur 3

men niets anders te doen dan een schakelaar op de betreffende golflengtetoestand te zetten, waarna de energie ingeschakeld wordt.

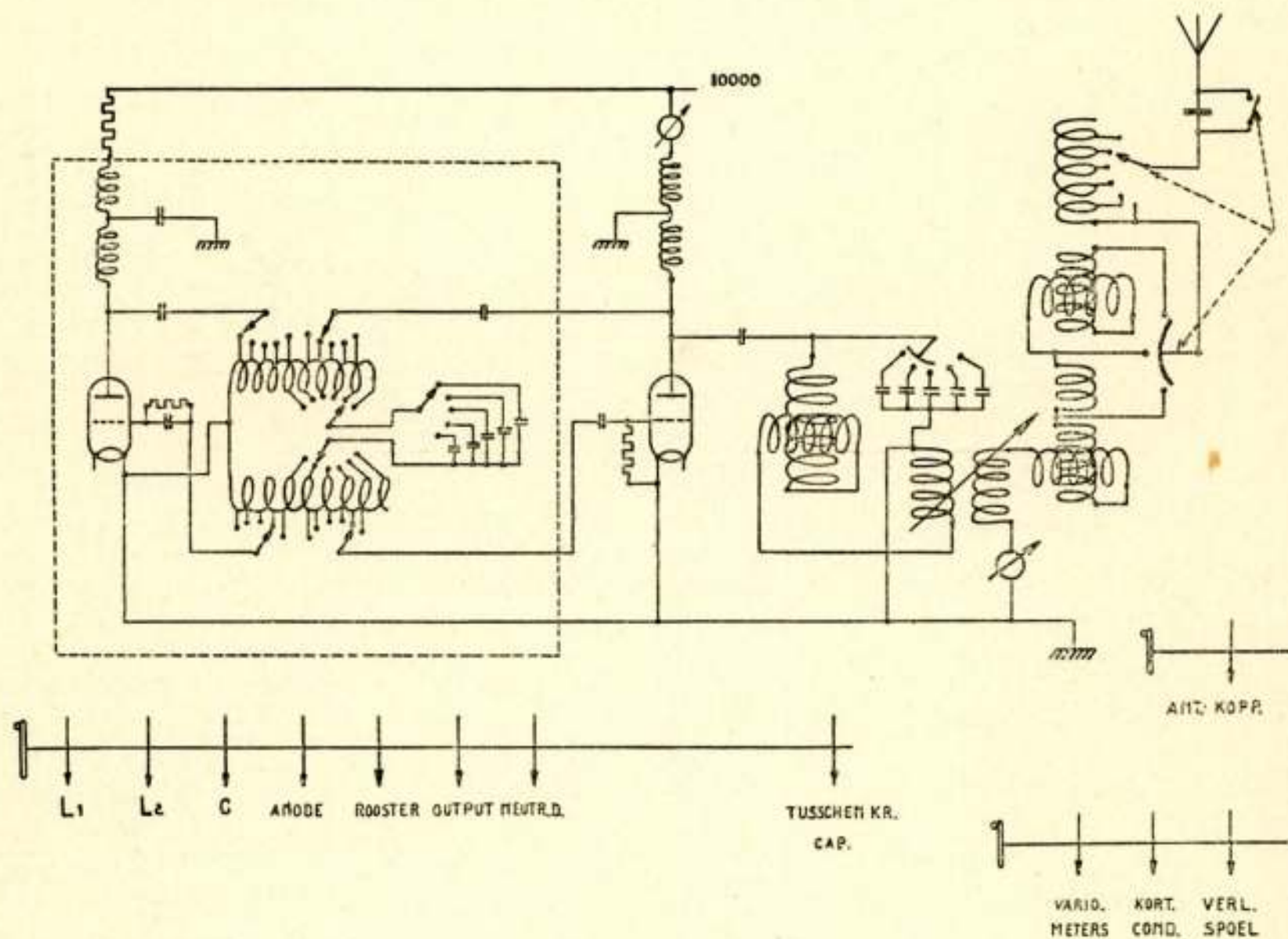
Dit principe van multiple-schakelaars is nu gebleken absoluut noodzakelijk te zijn bij de moderne zenders, tengevolge van de min of meer ingewikkelde toegepaste schakelingen, en een opstelling zal nu beschreven worden, die geacht kan worden een goed voorbeeld te zijn van de vereenvoudigde bediening.

Een bruikbaar golflengtegebied is b.v. 400—2400 Meter voor commercieele zenders van  $\pm 3$  K.W. antenne-energie. De moderne zender wekt de vereischte frequentie op in een onafhankelijken stuurkring en de energie wordt versterkt in andere lampen. De voordeelen — n.l. beter nuttig effect en een meer konstante golf bij modulatie en antenne-capaciteitvariaties —

zijn bekend. Het is verder ook gewenscht een tusschenkring te hebben, teneinde het uitzenden van harmonischen tegen te gaan en de hoofdlampen te beschermen tegen overbelasting als de antenne buiten afstemming geraakt.

Tengevolge van deze eischen moet men aan bepaalde voorwaarden voldoen.

Ten eerste maakt de gekoppelde antennekring een betrekkelijk lage demping vaa den tusschenkring noodzakelijk, teneinde een goede energie overdracht te krijgen. Hieruit volgt, dat er een sterke neiging voor zelfoscilleeren van de versterkerlampen tengevolge van de anoderooster-capaciteit zal zijn. Deze capaci-



Figuur 4

teiten zullen zeker geneutraliseerd moeten worden.

Ten tweede zullen de afmetingen van de spoelen noodzakelijker wijze groot moeten zijn, wil de weerstand laag blijven, en men dient de noodige voorzorgen in acht te nemen, teneinde magnetische koppeling tegen te gaan.

Ten laatste is het van groot belang, dat de gekozen schakeling dusdanig zij, dat niet alleen voldaan wordt aan de bovengenoemde elektrische eischen, maar dat het ook mogelijk is, *een dergelijke zender gemakkelijk en bedrijfszeker te bouwen en een gemakkelijke bediening te verkrijgen.*

Fig. 4 geeft het algemeene principe van de schakeling, die

aangenomen werd om deze experimenten door te voeren. Ten eerste is het duidelijk, dat indien twee circuits electrisch van elkaar afgeschermd moesten worden, het slechts noodzakelijk is om één van de twee in een afgeschermd koperen kist te plaatsen. Hiervoor werd de stuurkring gekozen, omdat verliezen tengevolge van de afscherming hier niet zoo belangrijk zijn. Integendeel kan men aannemen, dat deze verliezen gevoegd bij de variabele verliezen in den roosterketen van de hoofdlampen er het hunne toe bijdroegen om de golflengte constant te houden. De stuurkring bestond uit twee aparte astatisch gewonden spoelen. Dit had het voordeel, dat het uitwendige veld klein was, hetgeen van belang is ingeval de afscherming onvolkomen is. Het midden van de spoelen was aan den gloeidraad verbonden. De anode-aftakking was op één spoel, de rooster-aftakking voor genereeren op de andere spoel aangebracht. Bovendien werd langs elke spoel symetrisch een contact verzet, waarvan één diende voor de excitatie van het rooster van de versterkerlampen, terwijl het andere voor neutraliseeren dienst doet. Bovendien waren twee contacten aanwezig, teneinde de totale zelfinductie in het circuit te kunnen wijzigen.

De spoellichamen werden dusdanig geconstrueerd en mechanisch gekoppeld, dat het mogelijk was, beide tegelijkertijd te varieeren, teneinde de benoodigde continue golflengte-variatioe tusschen de golflengte-trappen te verkrijgen. Een stel mica-condensatoren zorgt voor een bruikbare verhouding tusschen zelfinductie en capaciteit. Al de zeven schakelaars, die de benoodigde veranderingen in den stuurkring geven, waren vereenigd op één as, zoodat het mogelijk was met één handle het vereischte golflengtegebied in te stellen en tegelijkertijd de bijbehoorende waarden van zelfinductie, capaciteit, roosterspanning, spanning voor de neutrodyne enz. in te schakelen. Over het gebied van den variometer waren al deze waarden vrijwel die, welke overeenkwamen met het beste nuttig effect. Later bleek het, dat de anodeschakelaar weggelaten kon worden, waarbij dus de anode steeds aan de top van de spoelen verbonden blijft. De tusschenkring bestond uit een variometer gewonden van Litzedraad, een stel goede mica-condensatoren en een koppelspoel eveneens van Litze-draad, zoodat het geheele circuit een zeer lage H. F. weerstand bezat. De waarden van deze capaciteiten waren zoodanig met de zelfinductie-variatioe van den variometer gekozen, dat de golflengte-variatioe van elke trap ongeveer gelijk was aan de variatioe in de overeenkomstige trap

van den stuurkring. Hierdoor werd het mogelijk, de golflengteschakelaars van tusschenkring en stuurkring te koppelen, zoodat één handle alle hoofdinstellingen verrichtte, zoowel voor den stuurkring als voor den tusschenkring.

Groote vereenvoudigingen werden in het antennecircuit gemaakt, teneinde het aantal bedieningshandles ook hier te reduceeren tot een minimum. Voor een groot golflengtegebied op een vaste antenne doen zich altijd zekere moeilijkheden voor. Meestal moet een verkortingscondensator worden ingeschakeld voor de kortere golven. Bovendien heeft een variometer met een minimum en een zelfinductie-variantie bruikbaar voor de kortere golven practisch een zeer klein effect op de lange golven, zoodat een groot aantal aftakkingen op de antenneverlengspoel in dit geval noodzakelijk zou zijn. De bediening en het aantal instellingen werden vereenvoudigd door gebruik te maken van twee variometers op één as. Op de kortste golven kon één variometer worden kortgesloten. Het kortsluiten van deze variometer en ook dat van een kleine verlengspoel gebeurde door middel van een kleine schakelaar. Een groote verlengspoel was aangebracht. De aftakkingen hiervan werden ingeschakeld door een grootere schakelaar, die ook automatisch als dood-eindschakelaar fungeerde. De groote schakelaar was dusdanig mechanisch met de kleinere gekoppeld, dat de kleine drie functies verrichtte tegen één functie van de groote schakelaar. Bovendien werd in den eersten stand van de groote schakelaar een antenneverkortingscondensator ingeschakeld en een variometer kortgesloten.

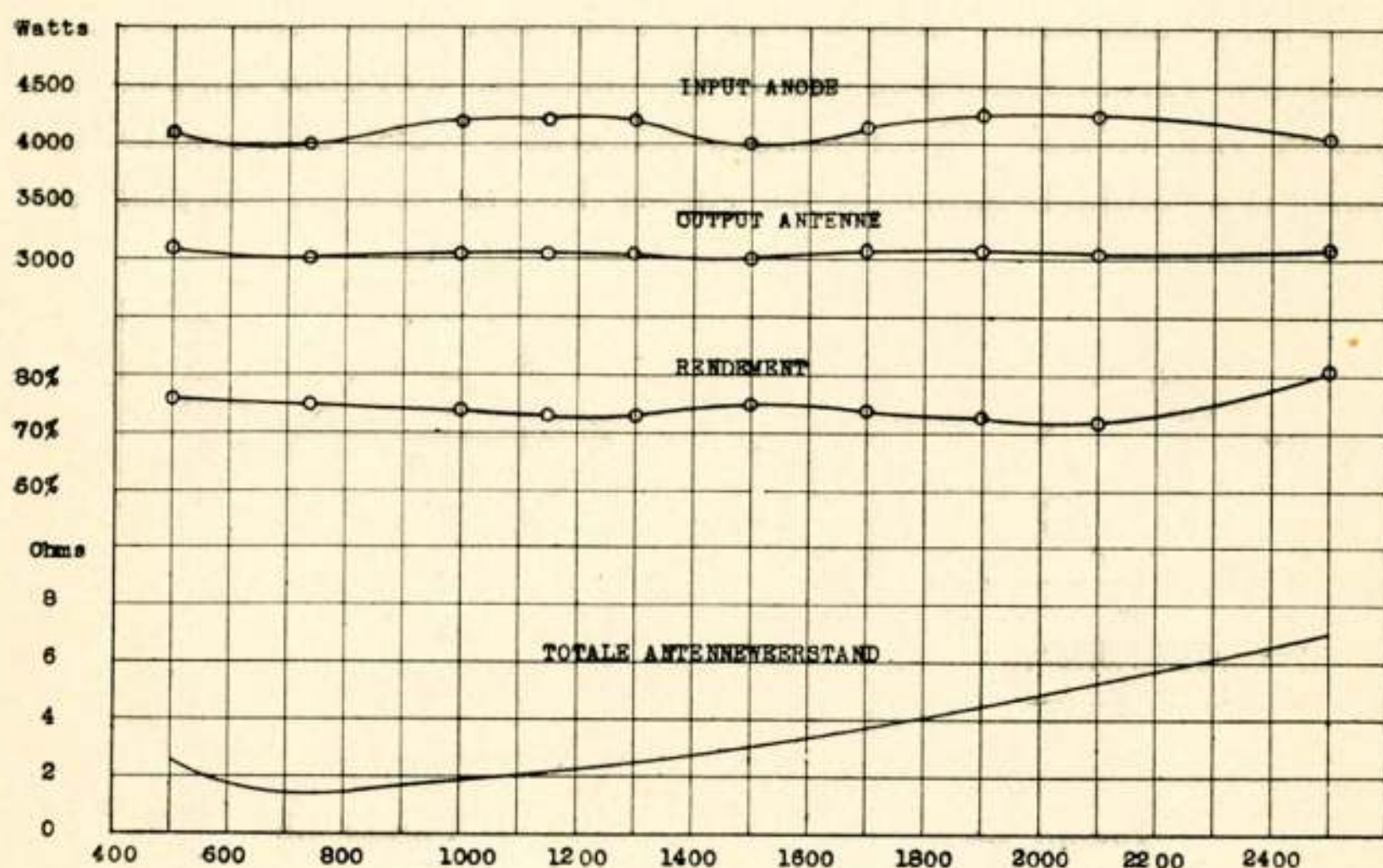
Op deze manier was door middel van één grove en één fijne instelling een continue soepele antenne-afstemming mogelijk.

De impedantie van den tusschenkring was zoo groot, dat op alle golflengten bij niet gekoppelde antenne de tegenspanning practisch alle input in de groote lampen onmogelijk maakte. Bij afstemming van de antenne en vergrooting van de antennekoppeling kon een nuttige anode-input van 4,2 K.W. worden verkregen bij een anodespanning van ongeveer 8000 Volt.

De bediening van een dergelijken zender is zeer eenvoudig, omdat practisch slechts één meter wordt gebruikt, n.l. de anodestroommeter van de versterkerlampen. De grof- en fijninstelling voor de stuurkringgolflengte (deze kan worden gecalibreerd) worden eerst ingesteld. Terzelfdertijd is nu de tusschenkring op het overeenkomstige golflengtegebied gebracht. Een lage anodespanning wordt nu op den zender geschakeld. De stuur-

lamp oscilleert en er is anodestroom in de versterkerlampen. Deze wordt op minimum teruggebracht door instelling van den tusschenkringvariometer. Bij afstemming van de antenne zal deze anodestroom weer toenemen, waarbij de input op de versterkerlampen bepaald wordt door de anodekoppeling.

Indien een dergelijke geneutraliseerde opstelling met drie kringen was gemaakt volgens de vroegere principes zouden hier tenminste 18 variabelen voor noodig zijn. Het beschreven systeem gebruikte er zes en voor het golflengtebereik 1 : 8 is het practisch onmogelijk om dit aantal nog verder te verminderen. De stuurkring schakelaar heeft 8 en de antenneschakelaar 18 standen.



Figuur 5

Het vinden van de beste waarden van de 18 aftakkingen op de stuurkringspoelen is tamelijk lastig en geschiedt meest experimenteel daar al de instellingen elkaar beïnvloeden. B.v. de terugkoppeling van den sturlamp hangt af van de belasting (welke hoofdzakelijk door de roosterstroom van de versterkerlampen wordt gevormd), deze hangt weer af van de instellingen en den tusschenkring, antenneweerstand, antennekoppeling, enz.

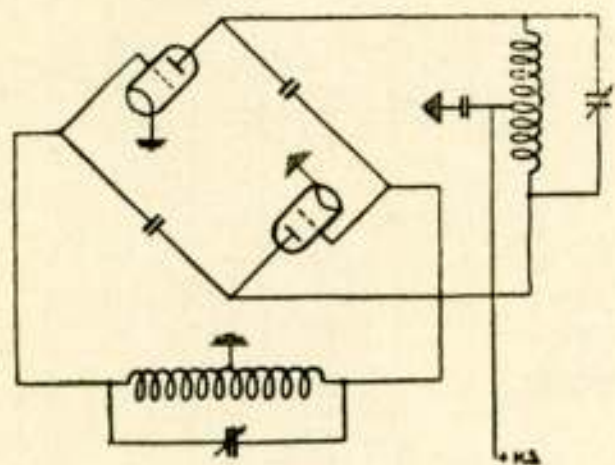
Niettegenstaande het min of meer ingewikkelde schema en de toegepaste vereenvoudigingen in de bediening blijven output en nuttig effect zeer constant over het geheel golflengtegebied. Dit is voor een aantal golven in fig. 5 te zien. Deze krommen gelden voor een gemiddelde antenne van ongeveer 800 c.M. capaciteit. Bij elke golflengte was de instelling zoodanig, dat

de output maximaal was voor een anodespanning van 8000 Volt.

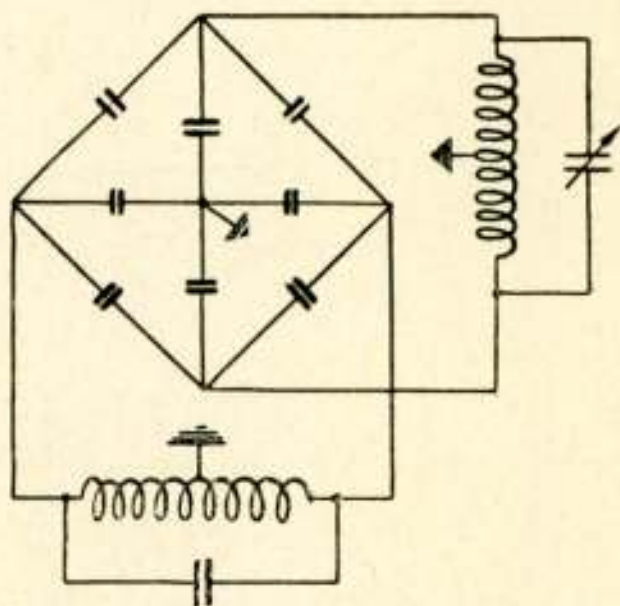
De stuurlamp en de beide versterkerlampen waren van het Philips type T.A. 10/1250.

Deze opstelling was uitgewerkt voor een antenne-energie van 3 K.W.

Dit artikel beoogt uitsluitend een overzicht te geven van de vereenvoudiging in de bediening van het H.F. gedeelte van zenders. Het is misschien niet overbodig er hier op te wijzen, dat ook het geheele laagfrequente bedieningsgedeelte van deze opstelling zoodanig uitgewerkt werd, dat hier een overeenkomstige vereenvoudiging werd bereikt, en wel door het gebruik maken van relais. Ongedempte telegrafie werd bewerkstelligd door een onderbreking in de roosterketens van de versterker-



Figuur 6a

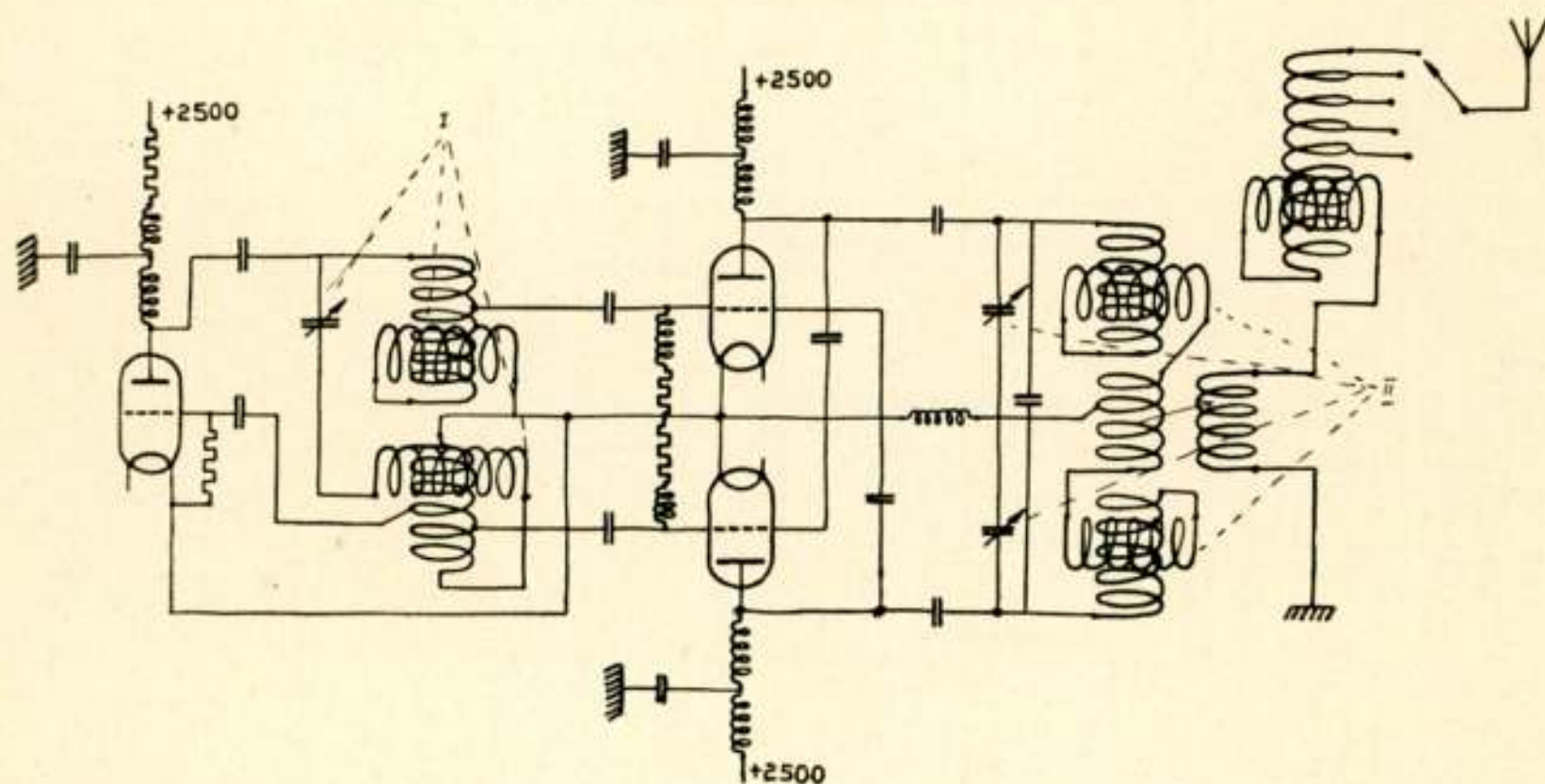


Figuur 6b

lampen; telefonie geschiedde door anodemodulatie van deze zelfde lampen, terwijl toonzenden (z.g. gedempt-orgedempt) geschiedde door het uitschakelen van het afvlakstelsel van de 8000 Volt van de lampgelijkrichters. Met behulp van een eenvoudigen telefoonschakelaar met drie standen, welke gemonteerd was op de bedieningstafel, kon men de installatie volgens elk der drie genoemde systemen, — n.l. ongedempt, telefonie, toonzenden, — laten werken. Een andere telefoonschakelaar met 2 standen schakelde de geheele bediening over op z.g. „afstandsbediening” (afstand  $\pm 1$  K.M.). Teneinde geen gecompliceerde compensatieschakelingen toe te passen geschiedde de voeding van gloeidraden en hoogspanning door twee aparte wisselstroommachines. De neutrodyne-condensator kon permanent ingesteld blijven voor het geheele golflengtegebied.

Indien wij van dit multiple schakelsysteem gebruik maken

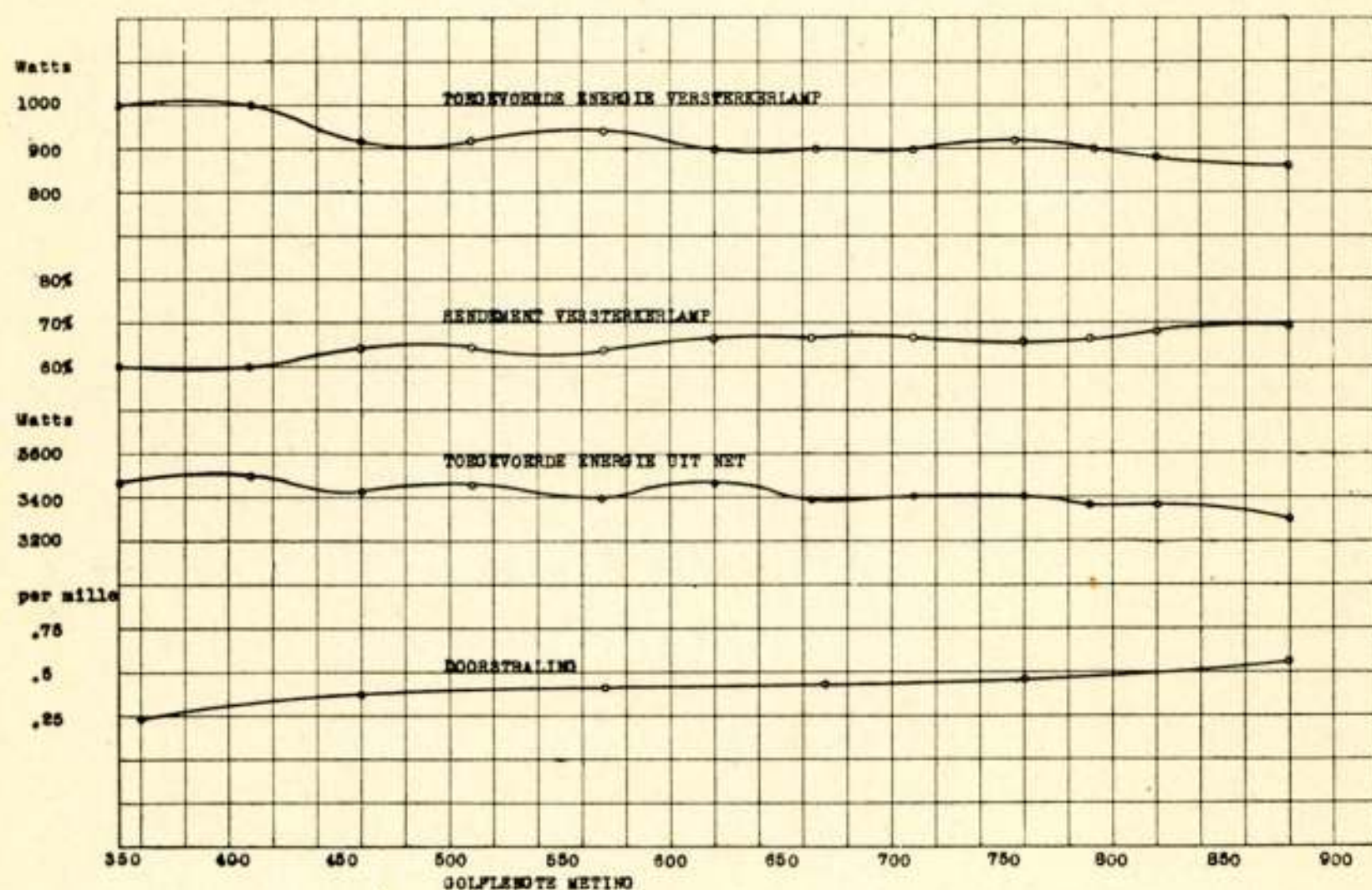
voor opstellingen met een kleiner golfbereik zouden nog meer vereenvoudigingen kunnen worden aangebracht, zelfs met het drie-kringen-stuurlamp-systeem. In de opstelling, die nu beschreven zal worden, werd een proef genomen met een schakeling, waarbij gebruik gemaakt werd van de z.g. Franklin-brugschakeling met neutralisatie. Het schijnt, dat dit het beste stuurlampstelsel is, aangezien niet alleen effecten ten gevolge van anode-roostercapaciteiten worden teniet gedaan, maar ook zullen rooster-gloeidraad- en plaat-gloeidraad-capaciteiten niet tengevolge hebben, dat in de brugschakeling een onsymmetrie optreedt. Het principe is weergegeven in fig. 6a en de daarmee overeenkomende brugschakeling in fig. 6b. De H.F. schakeling van deze opstelling is gegeven in fig. 7. Gebruik werd ge-



Figuur 7

maakt van 1 Philips T.A. 3/500 lamp als stuurlamp en 2 T.A. 3/500 lampen als versterkers. Het doel was een opstelling, die  $\pm 600$  Watt antenne-energie zou geven op golven van 350—900 Meter, waarbij de hoogspanning geleverd werd door een 2500 Volts machine. Om een symmetrische output van den stuurlamp te verkrijgen, bestond de stuurkring uit 2 gelijke variometers en een variabele condensator, allen gekoppeld op een handle. De relatieve zelfinductie- en capaciteitswaarden waren dusdanig gekozen, dat met vaste anode- en roosteraftakkingen voor de stuurlamp en vaste output aftakkingen voor de roosters der versterkerlampen op de statoren van de variometers, een constante excitatie-spanning op de versterkerlampen werd verkregen. Op deze manier kon men met één handle alle waarden voor deze stuur-

kring instellen over het geheele golflengtebereik. De tusschenkring bestond uit twee gelijke variometers, gewonden van Litze-draad en twee luchtcondensatoren, waarbij ook al deze vier variabelen mechanisch gekoppeld waren en dus door één handle bediend werden. Een vaste condensator van geringe H.F. weerstand was parallel aan de twee variometers geschakeld, terwijl de koppelspoel tusschen de twee variometers in het circuit werd opgenomen. Al deze waarden waren zoodanig, dat een lage demping werd bereikt ten opzichte van den antenneweerstand over het geheele golflengtebereik. Op deze manier werkten dus weer alle tusschenkring-variabelen op één handle. Het antenne-circuit bestond uit koppelspoel en een variometer met aftak-



Figuur 8

kingen op de stator. Dat de bediening van een dergelijke opstelling eenvoudig moet zijn, is duidelijk. Er zijn slechts 5 H.F. manipulaties en als de stuurkring gecalibreerd is, kan een dergelijk station in buitengewoon korten tijd op elke gewenschte golflengte, zonder gebruik van een golfmeter, met maximaal nuttig effect, worden ingesteld. Een en ander kan geschieden door gebruikmaking van twee meetinstrumenten, n.l. de plaatstroommeter van de versterkerlampen en de antenne-ampèremeter. De krommen, aangevende het nuttig effect zijn in fig. 8 gegeven. Deze krommen zijn opgenomen voor 2500 Volt anodespanning, waarbij de antennekoppeling zoo vast werd gekozen tot 600 Watt aan het antenne-circuit werd afgegeven. Men zal zien,

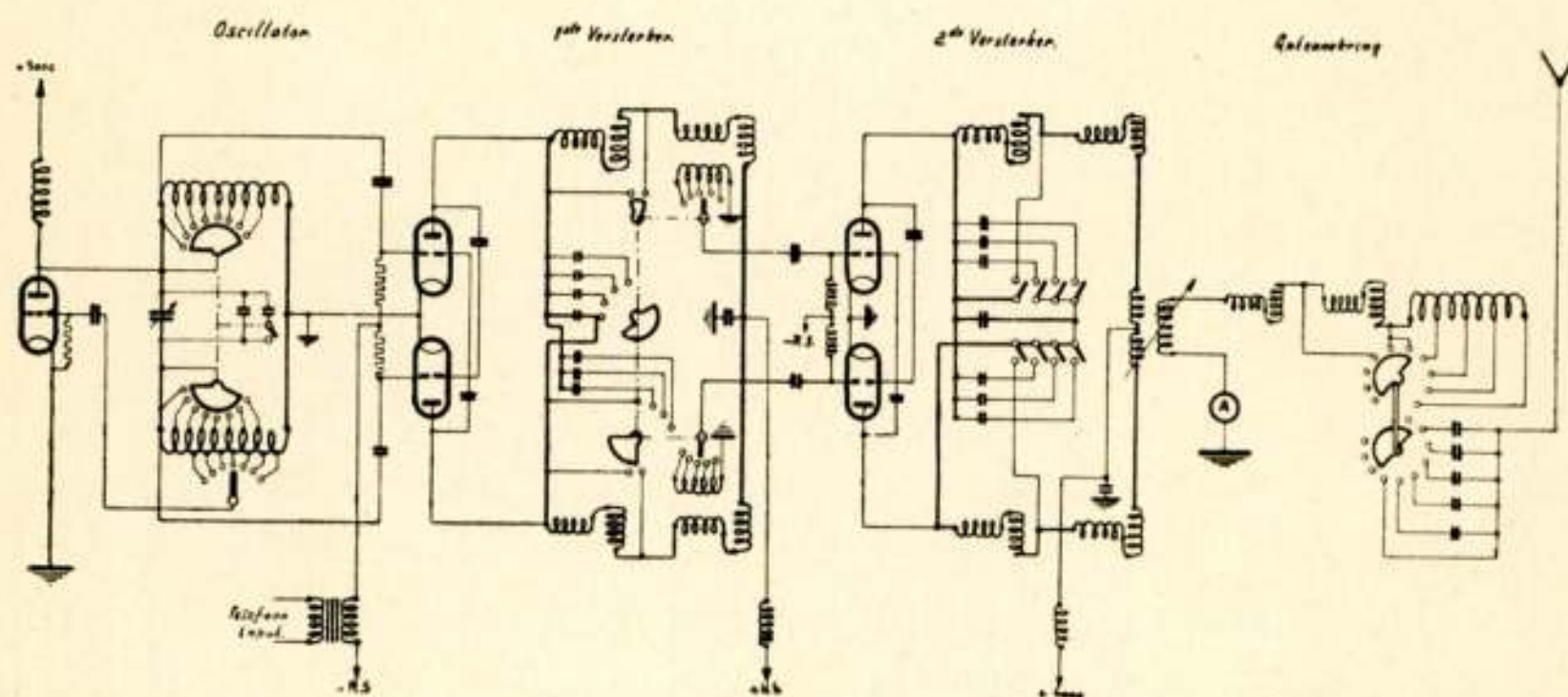


dat het nuttig effect =  $\left( \frac{\text{antenne-energie}}{\text{input versterkerlampen}} \right)$  een ge-

middelde waarde heeft van 65% met een maximum van 70% en nooit dalende beneden 60%. Niettegenstaande het feit, dat de neutrodynecondensatoren voor het geheele golflengtegebied eens ingesteld worden, bedraagt de energie, die van den stuurkring nog aan het output-circuit wordt afgegeven nooit meer dan 0,6 per mille van de normaal gebruikte energie. Indien de gloeidraden van de versterkerlampen uitgeschakeld worden, bedraagt deze „doorstraling” zelfs nog minder, hetwelk het bewijs levert voor het effect en de constantheid van een dergelijke brugschakeling. Bij gebruikmaking van hogere anodespanningen b.v. 3000 Volt zouden bij deze schakeling hogere nuttige effecten bereikt kunnen worden. Echter was het practisch gemakkelijker 2500 Volt te gebruiken.

In de vroeger omroepzenders was de toegepaste schakeling zoo eenvoudig mogelijk, n.l. bestaande uit een stuuramp, die de versterkerlampen aanstootte, waarbij de modulatie geschiedde volgens het anode-modulatiesysteem in de versterkerlampen. De belasting van de stuuramp bestond dus, behalve tengevolge van den H. F. weerstand van den stuurkring uitsluitend uit een belasting gevormd door de roosterstroom in de versterkerlampen. Gedurende het moduleeren varieeren deze roosterstroomen, en geven dus een variabele belasting van den stuurkring, tengevolge waarvan een golflengtevariatie optreedt. Men is tot de conclusie gekomen, dat deze slingering van de golflengte gedurende het moduleeren als gevolg heeft slechtere Morse-signalen bij telegrafie en vervorming bij telefonie. Dit effect treedt bij de langere golven hoofdzakelijk 's avonds en 's nachts op en is altijd aanwezig op de ultra-korte golven. Om deze moeilijkheid te ontgaan, wordt dikwijls van een kristal of een stemvork uitgegaan, maar deze methode brengt altijd meerdere trappen met frequentie vermenigvuldiging en energieversterking met zich mede. Een ander gebruikelijke oplossing bestaat in het gebruiken van een schakeling, waarbij meerdere trappen H. F. versterking worden toegepast, waarbij dan in één geneutraliseerde versterkertrap, genaamd de „separator”, geen roosterstroom vloeit. De modulatie geschiedt dan in deze of in een volgende trap. In dit geval zal er practisch geen belastingsvariatie op den oscillator zijn gedurende de modulatie of gedurende het seinen, en de draaggolffrequentie zal dientengevolge constant blijken,

althans zeker constant genoeg voor golven boven de 200 Meter. De output van een lamp zonder roosterstroom is uit den aard der zaak minder, zoodat in een zender met een energie van eenige beteekenis ten minste 2 trappen H. F. versterking na den oscillator noodig zijn. Dit beteekent weer 4 afgestemde ge-neutraliseerde kringen en het spreekt van zelf, dat het instellen en neutraliseeren van een dergelijke schakeling ter verkrijging van maximale output, stabiliteit, en modulatie kwaliteit, min of meer gecompliceerd is. Bij een omroepstation is dit ten slotte nog een kwestie van ondergeschikt belang, daar het station steeds op één golf werkt en dan eens door een expert kan worden ingesteld, waarbij dan de kleine veranderingen in de afstemming b.v. tengevolge van antenne-capaciteit aan het bedienend personeel kunnen worden overgelaten.



Figuur 9

In verband met de mogelijkheden van meervoudige schakelaars werd nu echter een poging gedaan om te geraken tot de constructie van een dergelijke „separator”schakeling met een klein aantal schakelaars, waarmede ook ongeschoold personeel in staat zou zijn de zender spoedig op elke gewenschte golflengte tusschen 300 en 1800 Meter in te stellen. Het ontwerp werd uitgewerkt voor een antenne-energie van 5 K.W.

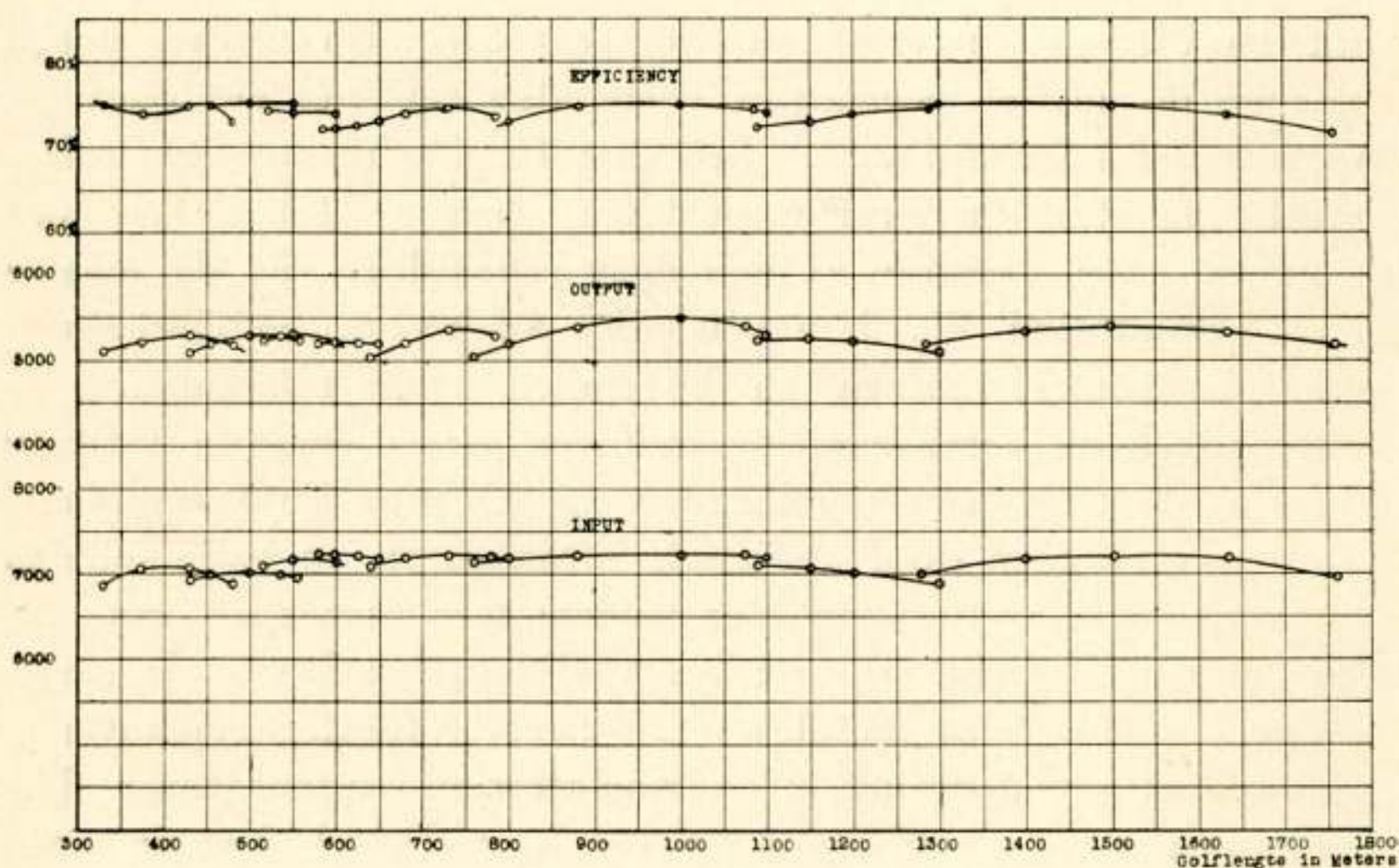
Fig. 9 geeft het schema. Ter wille van eenvoud, symetrie en constantheid is de Franklin-brugschakeling van begin tot einde toegepast. Teneinde een push-pull output te verkrijgen bestaat het H. F. oscillatorgedeelte uit twee eendere spoelen met een aarde in het midden, zooals reeds beschreven werd. De anode is permanent aan het einde van de eene spoel bevestigd, terwijl een contact zorgt voor de koppeling van het

rooster op de andere spoel. De fijninstelling van de golflengten geschiedt met een variabele condensator, op de langere golven wordt een vaste condensator bijgeschakeld. Een schakelaar op elke spoel geeft de benodigde zelfinductie en deze twee schakelaars tezamen met de roosterschakelaar en de condensatorschakelaar worden met één handle bediend, zoodat slechts twee knoppen noodig zijn om de golflengte in te stellen. De output wordt van de top van de twee spoelen afgetakt naar de roosters van de twee eerste versterkerlampen (separator). De negatieve roosterspanning en de H. F. amplitude op het rooster van deze trap zijn zoodanig gekozen, dat geen roosterstroom kan vloeien. Het H. F. output circuit van deze trap bestaat uit een symmetrische opstelling van vier variometers tezamen bedienbaar door één handle en een stel van zeven vaste mica-condensatoren, waarbij de anodes permanent verbonden zijn met het punt van hoogste wisselpotentiaal in het circuit. Op de kortere golven wordt één stel van twee variometers door een schakelaar kortgesloten. Op dezelfde as van deze schakelaar zijn de schakelaars gemonteerd, die de zeven vaste condensatoren bijschakelen voor de langere golven en bovendien twee schakelaars, die automatisch de beste outputspanningen geven voor de excitatie van de roosters van de volgende trap. Deze excitatiespanningen worden verkregen door variabele aftakkingen op twee spoelen, die over twee overeenkomstige variometers gewonden zijn. Op deze manier bedient men wederom alle variabelen in de eerste versterker met twee handles. De tweede versterkerplaatkring bestaat uit een dergelijk stel variometers en condensatoren. Het antennecircuit is opgebouwd uit een koppelspoel, 2 variometers tezamen op één handle werkende, een afgetakte verlengspoel en een stel verkortingscondensatoren. Het schema geeft duidelijk aan hoe één handle automatisch de verkortingscondensatoren inschakelt, één variometer kortsluit en de gedeelten van de verlengspoel bijschakelt. Op deze manier is de H. F. bediening op elk paneel teruggebracht tot een handle voor het golfbereik en een handle voor de continue golflengtevariatie op dit bereik. Alle instellingen voor oscillator en nuttig effect in de versterkers zijn automatisch.

De oscillator krijgt zijn hoogspanning van een aparte machine, waarvan de spanning zoo geregeld wordt, dat er juist roosterstroom begint te loopen in den eersten versterker, indien Morse signalen worden gegeven. Voor telefonie wordt de negatieve roosterspanning van den eersten versterker grooter gemaakt en

de modulatie kan verkregen worden door de spreekstroomvariatiëes de effectieve negatieve rooster spanning van den eersten versterkertrap te laten beïnvloeden. De in den zender gebruikte Philips lampen zijn 2 T.B. 1/50 lampen als oscillator, 2 M.A. 4/1500 als separator en 4 T.A. 4/1500 in den tweeden versterker. In de figuur is niet in details weergegeven, hoe het optreden van parasitaire korte golven en H.F.koppeling tusschen de diverse trappen werd tegengegaan.

De krommen van fig. 10 geven de input en het nuttig effect van de installatie over het geheel golflengtebereik. De krommen zijn verkregen door de hoogspanningen op eerste en tweede versterker constant te houden en de hoogspanning van den



Figuur 10

oscillator te varieeren totdat juist roosterstroom begint op te treden in den eersten versterker. Ook alle neutrodyne-condensatoren worden slechts eens ingesteld. Behalve dus de twee afstem handles van elk circuit werden geen veranderingen aangebracht.

Het bovenstaande geldt alleen voor golven van 200—300 Meter. Dikwijls denkt men, dat ultra-korte golfzenders met een groot golflengtebereik (b.v. 10—80 Meter) noodzakelijkerwijze gecompliceerd in de bediening moeten zijn en neiging zullen vertoonen in ongewenschte frequenties te genereeren.

Het resultaat van proefnemingen echter, die nu nog gaande zijn, toont aan, dat zulke zenders zoodanig geconstrueerd kunnen

worden, dat een even stabiel en wetenschappelijk geheel wordt verkregen als op de langere golven, indien de mogelijkheden van lampen en circuits nauwkeurig worden bestudeerd en gebruikt, voorzorgen worden genomen, teneinde effecten tengevolge van staande golven op smoorspoelen enz. tegen te gaan en schakelingen worden gekozen, die een symetrische, compacte en stabiele constructie toelaten.

De in dit artikel beschreven proefnemingen werden verricht door het laboratorium van de Nederlandsche Seintoestellen Fabriek te Hilversum in nauwe samenwerking met den chef van de Ontwerpafdeeling.

# OVERZICHT BETREFFENDE DE OPWEKKING VAN ULTRA-KORTE GOLVEN

door

B. D. H. TELLEGEN

In het volgende wordt een overzicht gegeven van wat tot nu toe verricht is betreffende het opwekken van ongedempte golven met een golflengte van een paar meter en daar beneden. Hierbij wordt steeds gebruik gemaakt van trioden. Deze worden gebruikt op twee verschillende wijzen:

1. hoge positieve spanning op de anode, roosterspanning veel lager positief of negatief,
2. hoge positieve spanning op het rooster, anodespanning veel lager positief of negatief.

Kohl noemde de eerste wijze van gebruik de „Anodenschaltung”, de tweede de „Gitterschaltung”. Wij zullen deze namen ook gebruiken. Wij zullen achtereenvolgens bespreken:

1. anodeschakeling met één triode,
2. anodeschakeling met meer trioden,
3. roosterschakeling met één triode,
4. roosterschakeling met meer trioden.

## 1. *Anodeschakeling met één triode.*

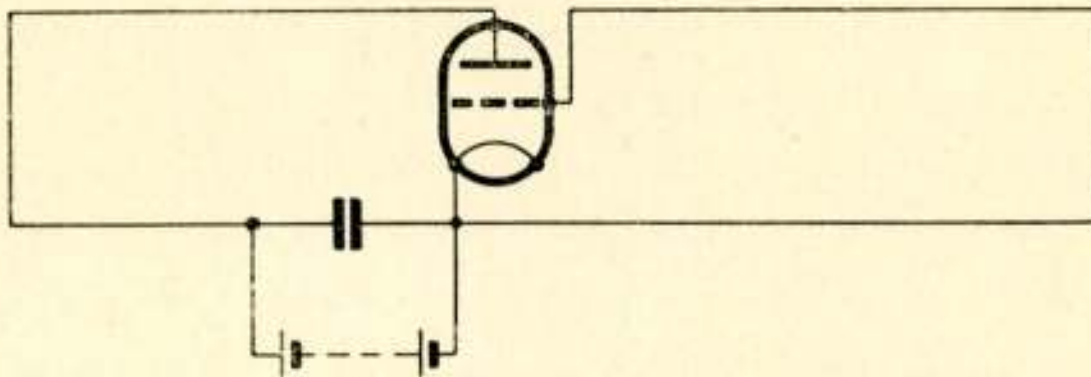
Hierbij wordt uitgegaan van schakelingen, die ook voor langere golven bruikbaar zijn en de capaciteiten en zelfinducties steeds kleiner gemaakt. Als capaciteiten worden tenslotte alleen de lampcapaciteiten gebruikt en als zelfinducties een deel van de toevoerleidingen.

Van der Pol (zie literatuuropgave) gebruikte de schakeling van fig. 1. Deze bevat een roosterkring en een anodekring uit een enkelen draad, terwijl de terugkoppeling plaats vond over de roosteranodecapaciteit. De kortste golf was 365 c.M.

Later werd meestal gebruikt het schema van fig. 2 (Town-

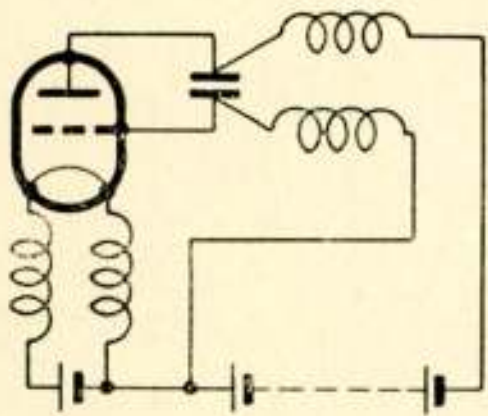
send and Morrell, Huxford, Kohl, Bergmann). De trillingskring wordt hier gevormd door de roosteranodecapaciteit, waaraan één lus als zelfinductie. Deze is over een blokcondensator gesloten, die noodig is om de anodegelijkspanning en de roostergelijkspanning te scheiden. De lus kan ook uitgevoerd worden als een paar Lecherdraden.

Bergmann bereikte met deze schakeling en een Fransche kortegolftriode, T. M. C., die door den ballon atzonderlijk uit-

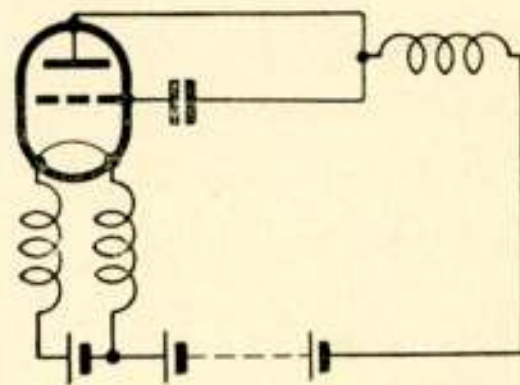


Figuur 1

gevoerde rooster- en anodeleidingen heeft, een golflengte van 82 c.M., Kohl met speciale trioden met korte toevoerdraden en kleine electrodenlengten golven van 60 c.M. Deze ontstonden alleen met cilindrische trioden. De golflengte bleek weinig van anodespanning en gloeistroom af te hangen. Zij kon gevarieerd worden door de lengte van het uitwendige systeem te veranderen. Kohl mat zoowel den roosterstroom als de intensiteit van de trilling als functie van  $V_a$  bij constanten gloeistroom en



Figuur 2



Figuur 3

als functie van den gloeistroom bij constante  $V_a$ . In beide gevallen bereikten roosterstroom en intensiteit tegelijk een maximum. De roosterstroom is dus een vrij goede maat voor de intensiteit van de trilling. Hornung zette het werk van Kohl voort. Gutton et Touly gebruikten het schema van fig. 2 met nog een directe verbinding tusschen kathode en roosterzijde van den blokcondensator.

Hollmann gebruikte een variant van fig. 2 geteekend in fig. 3.

De blokcondensator werd hier vlak bij het rooster gelegd. Een roosterlek bleek niet noodig. Soms zelfs hielden de trillingen bij het aanbrenge van een roosterlek op.

### *Smoorspoelen.*

Om een goed gedefinieerd trillingssysteem te hebben, worden in de batterijleidingen smoorspoelen opgenomen. De constructie van de smoorspoelen moet voor iedere golflengte anders zijn. Te kleine spoelen helpen niet genoeg en bij te groote spoelen wordt de eigengolflengte grooter dan de gebruikte golflengte. Wij moeten dus de eigengolflengte ongeveer gelijk aan de gebruikte golflengte maken.

Het is van belang de smoorspoelen op zoodanige punten aan het systeem te verbinden, dat er slechts weinig spanning op komt te staan, daar wij dan de hoogfrequente stroomen beter tot den trillingskring beperken en wij anders last kunnen krijgen van de capaciteit van de smoorspoelen t. o. v. de andere deelen van de schakeling en t. o. v. aarde. Parallelvoeding, zooals door H. Wechsung toegepast is, is dus zeker niet aan te bevelen. Bestaat het uitwendige systeem uit een Lechersysteem, b.v. aan rooster en anode, dan worden de toevoerleidingen steeds aangesloten aan een spanningsknoop. Hierdoor is dus bereikt, dat tusschen de voedingspunten van rooster en anode geen wisselspanning staat. Tusschen deze voedingspunten en de kathode kan nu echter nog wel wisselspanning staan. Ook deze is op te heffen door de toevoerleidingen naar rooster en anode niet in een spanningsknoop aan te sluiten, maar de eene op een bepaalden afstand evenveel links van de spanningsknoop als de andere rechts ervan.

Bij aanwezigheid van smoorspoelen in alle toevoerleidingen wordt de hoogfrequente spanning van het trillende deel tegen aarde bepaald door de capaciteiten tegen aarde van de verschillende deelen. Vatten wij deze op als capaciteiten van kathode, rooster en anode tegen aarde, dan kunnen wij deze drie capaciteiten in ster vervangen denken door drie capaciteiten in driehoek, die dan parallel aan de lampcapaciteiten liggen. (Pfitzer).

Bij de pogingen om de golflengte te verkleinen komen wij met de capaciteiten aan een kleinste grens bepaald door de lampcapaciteiten. Bij verdere verkleining van de golflengte door vermindering van de zelfinducties alleen wordt daardoor de aanpassing van de uitwendige impedantie aan de lamp ongunstig,



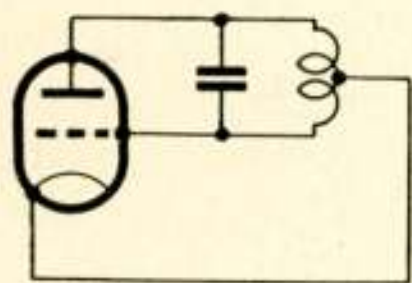
zoodat de trillingen dan in intensiteit afnemen. Wel is gepoogd door serieschakeling van een kleinen condensator de lampcapaciteit nog te verkleinen, maar hierdoor wordt de aanpassing nog slechter. Volgens Pfitzer is de aanpassing bij het schema van fig. 2 beter dan bij het schema van fig. 1.

Hebben wij nog golven van een paar meter, dan ontstaan de trillingen door terugkoppeling. Fig. 2 is echter niet op te vatten als een grensgeval van de driepuntschakeling van fig. 4, zooals door Hollmann en Bergmann voorgesteld wordt. Voor deze schakeling is hoogfrequente stroom in de leiding van kathode naar de aftakking op de spoel essentieel voor de terugkoppeling. In fig. 2 is daarin een smoorspoel opgenomen.

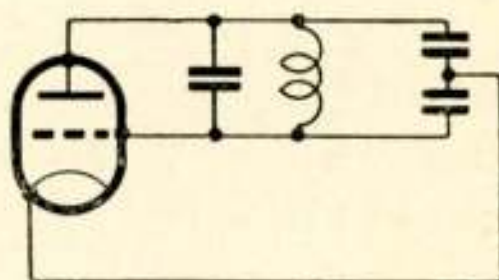
Fig. 2 is op te vatten als het grensgeval van fig. 5.

De terugkoppeling heeft hier plaats met behulp van de lampcapaciteiten: kathode-rooster en kathode-anodecapaciteit.

Wordt de golflengte van de orde van een meter of kleiner dan gaan de looptijden van de electronen een rol spelen (dit



Figuur 4



Figuur 5

hangt ook nog van de gelijkspanningen en de afmetingen van de triode af), waardoor de gewone terugkoppelbeschouwingen niet meer doorgaan.

## 2. Anodeschakeling met meer trioden.

Om de moeilijkheden, die met het gebruik van één triode door de smoorspoelen kunnen ontstaan, te ontgaan, kunnen ook twee trioden in push-pull worden gebruikt, waarbij door de symmetrie de hoogfrequente stroom tot den trillingskring beperkt blijft en smoorspoelen minder noodig zijn.

Holborn gebruikte de schakeling fig. 6. De beide roosters en de beide anoden zijn verbonden aan een Lecherdraadsysteem, waarvan de lengte veranderd kon worden. Holborn bereikte hiermede een golflengte van 240 c.M.

Mesny et David gebruikten het schema van fig. 7, waarin wij ook inductieve koppeling tusschen rooster- en anodeleidingen hebben. De roosters en de anoden zijn verbonden door draden

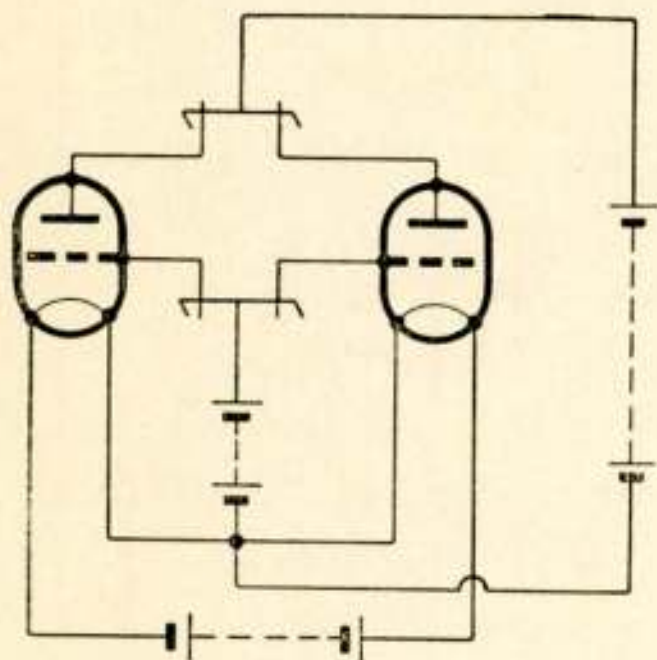
die een enkele lus vormen en met elkaar gekoppeld zijn. Met „lampes à cornes” bereikten zij 120 c.M. golflengte.

Gutton et Pierret lieten de kruising van de inductieve koppeling weg en kregen dan toch trillingen. Zij bereikten 110 c.M. golflengte.

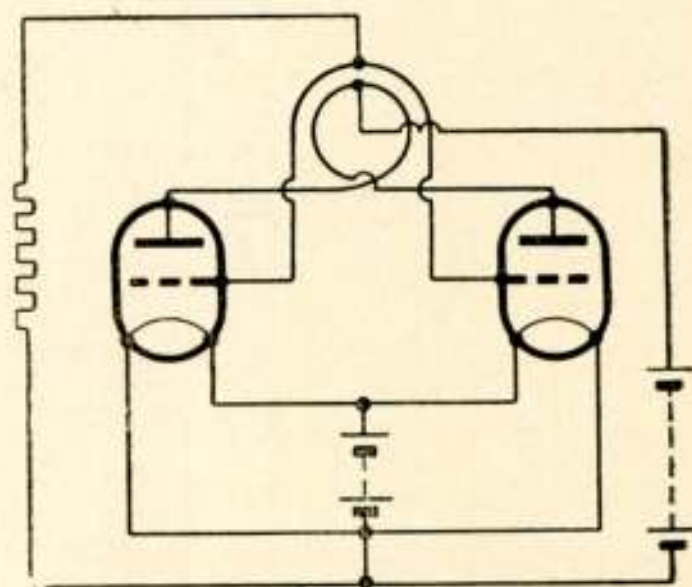
### 3. Roosterschakeling met één triode.

Hierbij wordt ook meestal de in fig. 2 geteekende schakeling gebruikt met dit verschil, dat nu een hooge positieve spanning op het rooster komt te staan, terwijl de anode een lagere positieve of een negatieve spanning krijgt.

Barkhausen-Kurz en Scheibe (1) gebruikten een Lecher-systeem zonder blokcondensator en de toevoerdraden dicht bij de lamp aan de Lecherdraden verbonden. In plaats van aan rooster en anode gebruikte Hollmann (2) ook een Lechersysteem aan



Figuur 6



Figuur 7

rooster en kathode of aan anode en kathode. In deze beide gevallen bestond de kathodeleiding uit een buis, die met het eene gloeidraadeinde was verbonden, terwijl door de buis een geïsoleerde draad liep verbonden met het andere gloeidraadeinde.

Bij het onderzoek naar de wijze, waarop de golflengte van de spanningen en de eigenschappen van het uitwendige systeem afhangt werden door verschillende onderzoekers tegenstrijdige waarnemingen gedaan.

Barkhausen-Kurz en Scheibe (1) vonden, dat de golflengte niet afhing van het uitwendige systeem, wel van de spanningen (wij zullen trillingen met deze eigenschap B-K-trillingen noemen). Zij denken zich, dat de electronen na door het rooster te zijn gevlogen tusschen rooster en anode omkeeren, weer door het rooster vliegen en zoo trillingen om het rooster gaan uitvoeren. De periode van de trilling komt goed overeen

met den berekenden tijd, die een electron noodig heeft om van de kathode door het rooster te vliegen en weer naar de kathode terug te keeren. Voor  $V_a = 0$  wordt de afhankelijkheid van de golflengte  $\lambda$  van  $V_g$  gegeven door

$$\lambda^2 V_g = \text{const.}$$

Gill-Morrell (1) vonden, dat het uitwendige systeem wel een grooten invloed had op de golflengte. Bij het verhoogen van  $V_g$  bleef de golflengte een tijdlang constant om bij verdere verhooging plotseling op een kleinere waarde te springen en zoo eenige malen achtereen. De ontstaande golflengten werden opgevat als de verschillende eigengolflengten van het Lecher-systeem met de aangesloten rooster-anodecapaciteit (G-M-trillingen),

Door Kapzov-Gwosdower en Hollmann (1) zijn deze tegenstrijdigheden opgeheven, doordat zij aantoonde, dat beide soorten trillingen met dezelfde triode in dezelfde schakeling op kunnen treden afhankelijk van de spanning en de lengte van de Lecherdraden.

Kapzov-Gwosdower maten  $\lambda = f(V_g)$  bij een constante lengte van de Lecherdraden. Zij vonden B-K-trillingen als de volgens Scheibe berekende golflengte <sup>1)</sup> niet in de buurt lag van een eigengolflengte van het Lechersysteem en wel tusschen de grondtrilling en den eersten boventoon. Bij vergrooting van  $V_g$  hielden de trillingen op en ontstonden weer als de volgens Scheibe berekende golflengte in de buurt van den eersten boventoon kwam. Hier bleef de golflengte dan over een bepaald gebied van  $V_g$  ongeveer constant en wel des te constanter naarmate men  $V_g$  grooter maakte en  $V_a$  minder negatief of positiever. Bij verkleining van  $V_g$  komt de golflengte in de buurt van de grondtrilling, waarbij de B-K-trilling continu in de G-M-trilling overgaat. Meten wij  $\lambda$  bij verschillende lengten van het Lechersysteem alleen bij die waarden van  $V_g$ , waarbij de intensiteit een maximum heeft, dan wordt weer voldaan aan  $\lambda^2 V_g = \text{const.}$

Hollmann (1) mat de golflengte als functie van de lengte  $d$  van de Lecherdraden bij constante  $V_a$  voor verschillende waarden van  $V_g$ . Het resultaat is geteekend in fig. 8 <sup>2)</sup>.

Hieruit blijkt:

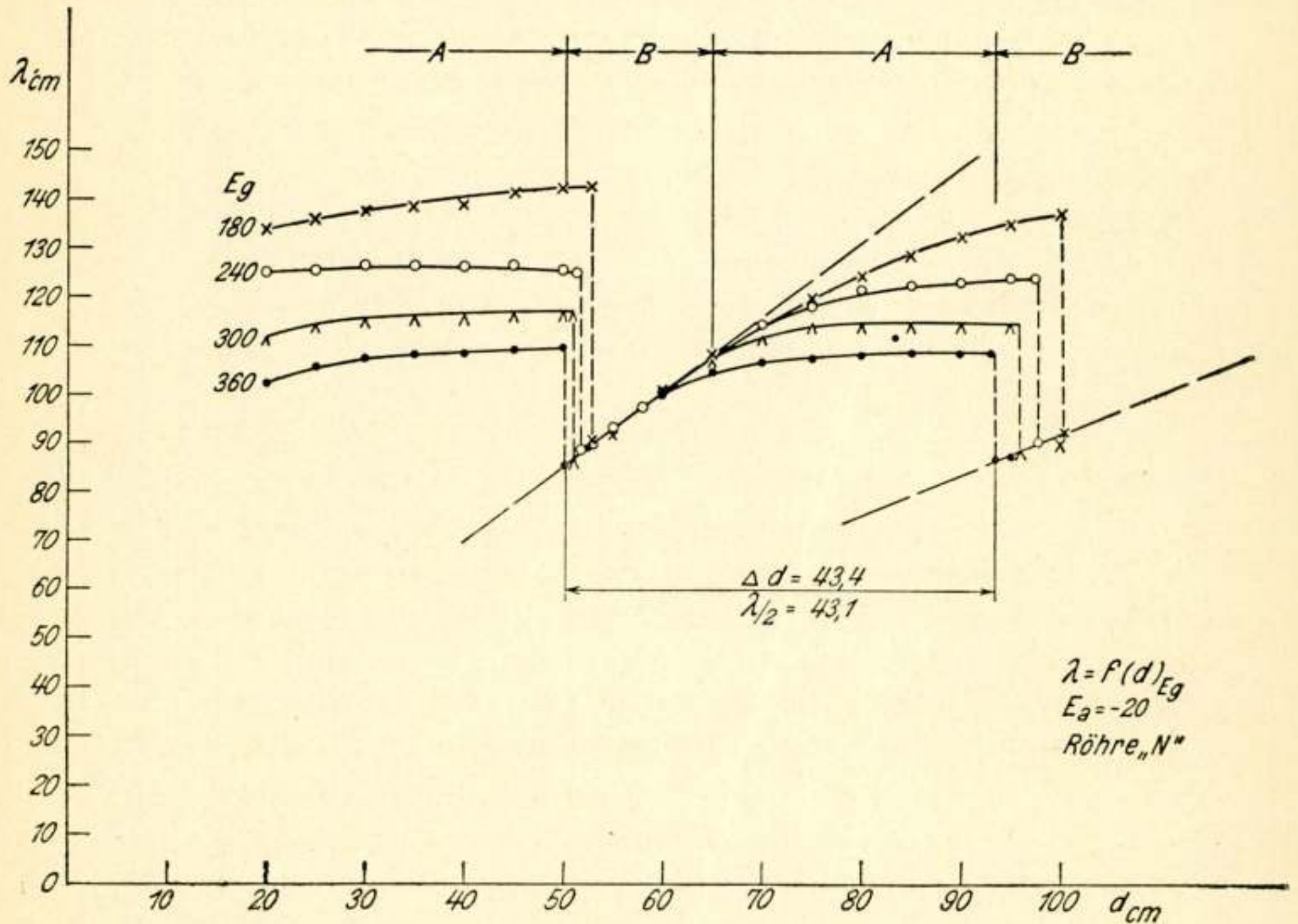
in het gebied  $A$  is  $\lambda$  niet afhankelijk van  $d$ , wel van  $V_g$ , B-K-

<sup>1)</sup> Zie beneden.

<sup>2)</sup> Ontleend aan Hollmann, Ann. d. Phys. 86, p. 147, 1928, Fig. 8.

trillingen; in het gebied  $B$  is  $\lambda$  niet afhankelijk van  $V_g$ , wel van  $d$ , G-M-trillingen.

Deze metingen zijn gedaan door  $d$  steeds te vergrooten. Of wij door  $d$  te verkleinen een trillingshysteresis krijgen, zoals fig. 8 doet verwachten, is niet vermeld. Een zelfde soort krommen werd gevonden bij het meten van  $\lambda = f(d)$  bij constante  $V_g$  en verschillende waarden van  $V_a$  en bij constante  $V_a$  en  $V_g$  en verschillende waarden van den gloeistroom. Bij vergrooing van den gloeistroom neemt de golflengte der B-K-trillingen af.



Figuur 8

De overgang van de B-K-trillingen in de G-M-trillingen hangt af van de demping van het Lechersysteem: bij grotere demping verkregen door Lecherdraden uit weerstandsmateriaal, sprongen de B-K-trillingen pas bij grotere lengte van de Lecherdraden in de G-M-trillingen over.

Behalve de genoemde trillingen treden bij hoge spanningen soms trillingen van een kortere golflengte op, ongeveer de helft van de oorspronkelijke golflengte.

De trillingen treden bij de meeste onderzoekers alleen op

met cilindrische trioden. Romanoff zegt echter ook met een triode met plaatvormige kathode (oxydkathode verwarmt door electronenbombardement) trillingen gekregen te hebben, terwijl Pfetscher ook gewone vlakke trioden kon gebruiken.

Wij zullen nu de B-K- en de G-M-trillingen afzonderlijk nog iets nauwkeuriger beschouwen.

### *B-K-trillingen.*

Barkhausen und Kurz hebben voor een vlakke opstelling, Scheibe (1) voor een cilindrische opstelling (met verwaarloozing van de ruimtelading en negatieve  $V_a$ ) berekend den tijd, die een electron noodig heeft om van de kathode door het rooster te vliegen en weer tot de kathode terug te keeren. Stellen wij dezen tijd gelijk aan de periode van de trilling, dan volgt voor  $\lambda$  volgens Scheibe

$$\lambda = \frac{2000 r_g}{\sqrt{V_g}} \left\{ f \left( \sqrt{\ln \frac{r_g}{r_k}} \right) + g \left( \sqrt{\frac{V_g}{V_g - V_a} \ln \frac{r_a}{r_g}} \right) \right\}.$$

$r_a$  = anodestraal,  $r_g$  = roosterstraal,  $r_k$  = gloeidraadstraal,  $V_g$  en  $V_a$  in Volt.

$$f(x) = x e^{-x^2} \int_0^x e^{u^2} du, \quad g(x) = x e^{x^2} \int_0^x e^{-u^2} du.$$

Zij zijn weergegeven in figuren 9a en 9b,  $f$  is afkomstig van den tijd, dat het electron tusschen kathode en rooster is,  $g$  van den tijd, dat het tusschen rooster en anode is.  $\lambda$  wordt dus klein bij groote  $V_g$ , groote negatieve  $V_a$  en kleine triode-afmetingen..

Zilitinkewitsch berekende hetzelfde als Scheibe. Zijn berekening is echter onjuist.

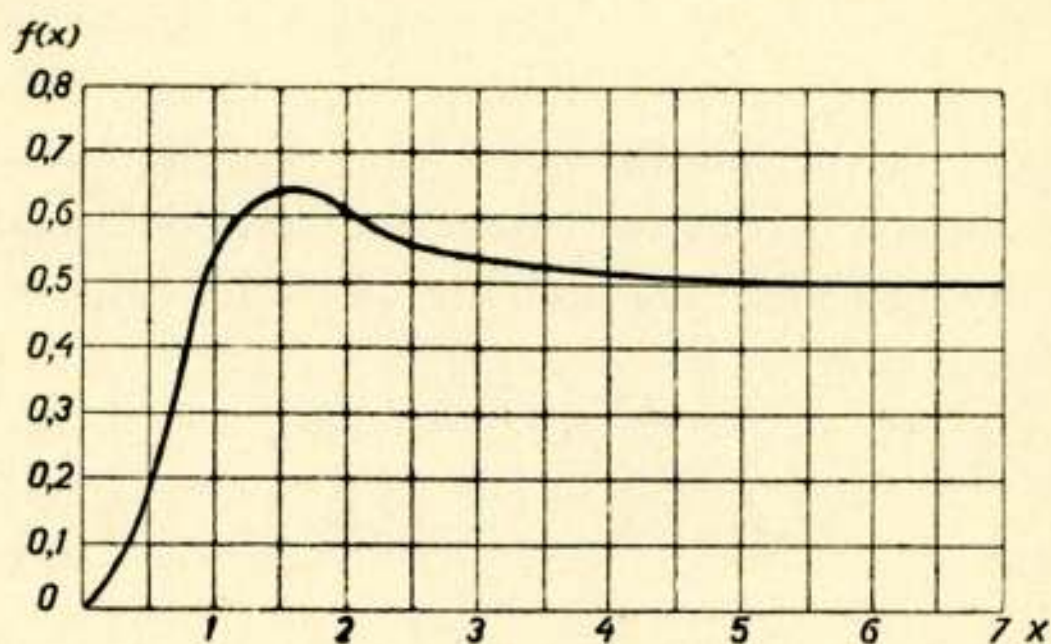
Een bewijs ervoor, dat werkelijk electronen van de anode naar den gloeidraad terugkeeren vonden Barkhausen-Kurz in het feit, dat de  $i_e - V_g$ -karakteristiek bij trillen minder steil is dan bij niet trillen ( $i_e$  = emissiestroom). De van de anode terugkeerende electronen vergrooten n.l. de ruimtelading bij den gloeidraad, waardoor de stroom kleiner wordt. Hetzelfde vond Van der Pol, die  $i_e = f(V_a)$  bepaalde en reeds afwijkingen vond zonder dat trillingen optraden.

De berekende en de gemeten  $\lambda$  kloppen bij de metingen van Scheibe (1) zeer goed met elkaar, bij anderen iets minder.

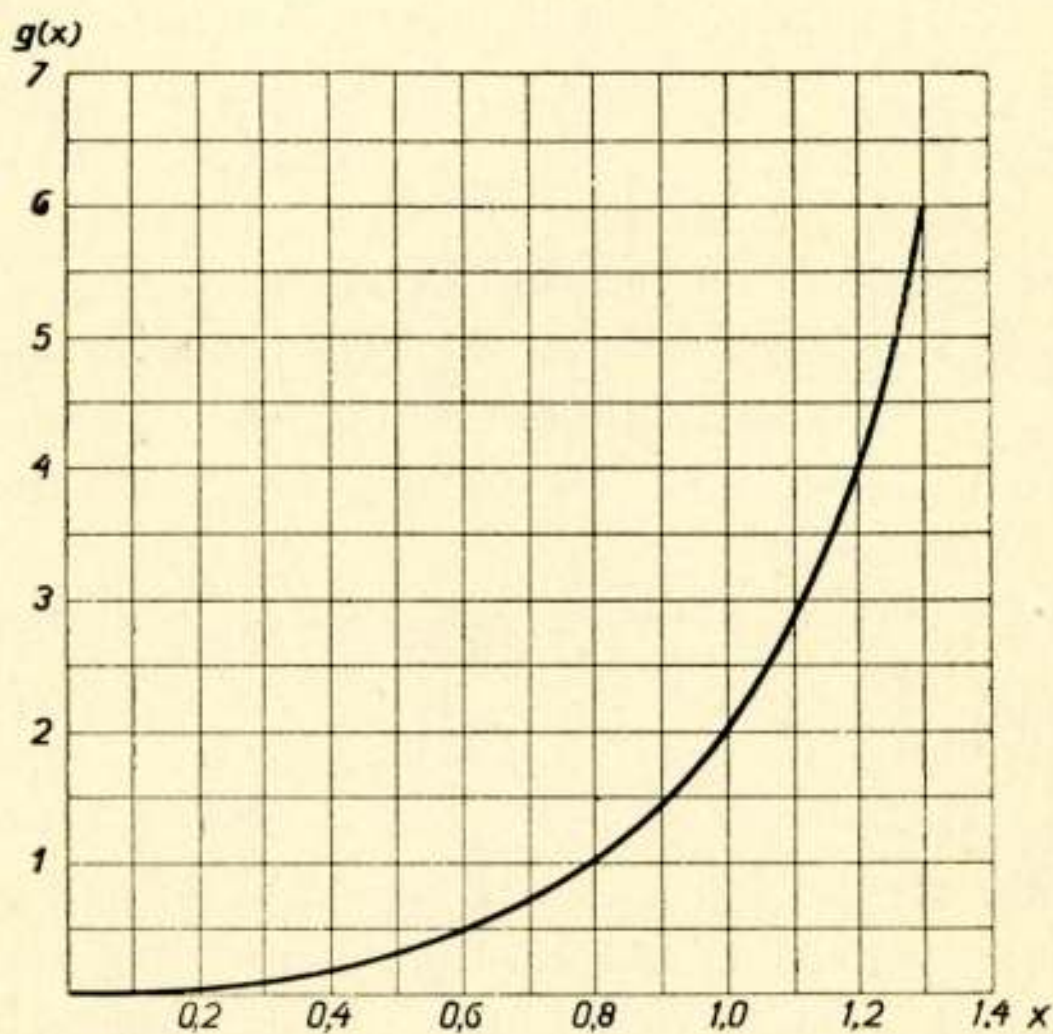
De fout blijft toch steeds minder dan  $\pm 20\%$ . Als oorzaak voor de afwijking is wel in de eerste plaats erop te wijzen, dat Scheibe de potentiaal in het roostervlak gelijk aan  $V_g$  heeft gesteld, terwijl deze in werkelijkheid  $V_s$ , de effectieve potentiaal in het roostervlak, bedraagt.  $V_s$  is ongeveer

$$\frac{V_a + g V_g}{1 + g},$$

waarin  $g$  de versterkingsfactor van de triode is. Voor een



Figuur 9a



Figuur 9b

nauwkeuriger formule voor  $V_s$  zij verwezen naar Physica 5, 301, 1925. Daar  $V_s$  hier steeds kleiner is dan  $V_g$ , wordt  $\lambda$ , door  $V_g$  door  $V_s$  te vervangen, grooter, wat ook door Scheibe

en Kapzov-Gwosdower is gevonden. Grechowa (3) en W. Wechsung vonden echter golflengten kleiner dan volgens Scheibe. Kapzov-Gwosdower hebben wel andere oorzaken nagegaan. Spanningsverval over den gloeidraad en uitreesnelheden van de electronen hebben slechts geringen invloed, de ruimtelading is belangrijker. Deze verlaagt overal de potentiaal en dus ook de snelheid van de electronen, waardoor  $\lambda$  groter zou worden. Het vlak tusschen rooster en anode, waar de electronen omkeeren, komt echter dicht bij het rooster, waardoor  $\lambda$  kleiner zou worden. Zij berekenen den invloed van de ruimtelading door numerieke integratie van de differentiaalvergelijking uitgaande van een vrij willekeurige aanname betreffende het gedeelte van den stroom, dat door het rooster wordt opgenomen, en vinden dan een golflengte, die wat beter met het experiment klopt. De afwijking wordt ongeveer half zoo groot.

Om ook buiten de triode trillingen te kunnen aantoonen is het noodig, dat de electronen gelijkfasig om het rooster trillen. Barkhausen-Kurz en Scheibe geven niet aan hoe of die gelijkfasigheid tot stand kan komen. Van der Pol sprak de veronderstelling uit, dat dit gebeurt door periodieke veranderingen van de ruimtelading bij de kathode, tengevolge van de terugkeerende electronen. Kapzov-Gwosdower en Tonks merken op, dat dit geen verklaring meer kan geven als wij in het verzadigingsgebied werken. Tonks zegt ook dat wij op deze wijze de dubbele periode zouden krijgen: verlaten n.l. op een bepaald moment veel electronen de kathode, dan zouden wij bij het terugkeeren van deze een groote ruimtelading en dus een kleine emissie krijgen. Pas na het tweemaal heen en weer loopen ontstaat weer de oude toestand.

Bij al deze beschouwingen werd afgezien van de wisselspanningen op rooster en anode. Kapzov (2) verklaart de gelijkfasigheid van de electronen uit het bestaan van deze wisselspanningen. Hij toont voor een cilindrische triode aan, dat bij een spanning op het rooster van  $V_{go} + V_{gm} \sin \omega t$  en op de anode van  $-V_{am} \sin \omega t$  electronen, die den gloeidraad kort voor of na  $t = 0$  verlaten, eenige malen om het rooster gaan trillen. Deze electronen worden n.l. na het eenmaal doorloopen van het rooster niet door de anode opgenomen en na het terugkeeren bij den gloeidraad ook niet door dezen.

De tijd, waarin deze trillingselectronen den gloeidraad verlaten, strekt zich naar beide zijden van  $t = 0$  over een tijd kleiner dan  $T/4$  uit, als  $T$  de periode van de trilling is.

*G-M-trillingen.*

Gill and Morrell (1) beschouwden het volgende geïdealiseerde geval. Door het rooster komen electronen met een constante snelheid. De spanning tusschen rooster en anode bestaat uit een constante spanning en een kleine wisselspanning. De constante spanning is zoodanig gekozen, dat de electronen bij afwezigheid van de wisselspanning juist op de anode tot rust komen. Door de aanwezigheid van de wisselspanning zal nu de helft van de electronen op de anode terecht komen en de helft terugkeeren. Gill en Morrell zeggen nu dat trillingen alleen onderhouden kunnen worden als er door de triode energie aan het uitwendige systeem wordt afgegeven en dat dit het geval is, wanneer de arbeid door de wisselende componenten van de veldsterkte op de electronen verricht negatief is en vinden zoo een bepaald golflengtegebied, waarin trillingen kunnen optreden. In hoeverre deze energie een maatstaf is voor de afgegeven energie is mij niet duidelijk. Om de afgegeven energie te vinden zouden wij de wisselspanning tusschen rooster en anode moeten vermenigvuldigen met de grondcomponente van den anodestroom. Ook zouden wij het door de batterijen afgegeven vermogen kunnen verminderen met de op rooster en anode gedissipeerde energie.

Kohl (1) stelt zich voor dat de trillingen ontstaan door influentie van de zich tusschen rooster en anode heen en weer bewegende electronen op rooster en anode. Hebben wij een condensator gesloten over een zelfinductie en wordt in den condensator een lading door een uitwendige kracht heen en weer bewogen, dan ontstaan er trillingen in de keten. De energie van deze trillingen wordt geleverd door de uitwendige kracht. Kohl zegt, dat bij resonantie de faseverhoudingen zoo zijn, dat de negatieve lading zich naar de positiever wordende condensatorplaat toe beweegt. Dit is onjuist. Hebben wij een kleine demping dan zal bij resonantie de negatieve lading zich steeds zoo bewegen, dat er van buiten af arbeid op verricht moet worden, dat is dus steeds naar de negatieve condensatorplaat toe.

Later heeft Kohl (2) de verklaring van de frequentieveranderingen van de trillingen gezocht in een veranderlijke diëlectrische constante van de rooster-anoderuimte door de aanwezigheid van electronen daarin. Deze wordt volgens Einstein gegeven door

$$\epsilon = 1 - \text{const. } n \lambda^2,$$

$n$  = electronendichtheid,  $\lambda$  = golflengte.



Kohl zegt dat hiermee alles te verklaren is, wat ik niet kan inzien. Bij grootere  $V_g$  en verzadiging wordt de snelheid van de electronen grooter, dus  $n$  kleiner en  $\varepsilon$  grooter, dus grootere  $\lambda$ , in strijd met experiment.

Pfetscher beschouwt hetzelfde geïdealiseerde geval als Gill-Morrell. De ruimtelading wordt verwaarloosd, maar wel wordt de influentie van de bewegende electronen op de electroden beschouwd. De stroom naar de electroden bij een wisselspanning erop wordt nu de som van den capacitieven stroom bepaald door de rooster-anode-capaciteit zonder de electronen erin, en den stroom die door influentie van de bewegende electronen ontstaat. Voor alle electronen samen wordt nu de totale influentiestroom bepaald en hiervan de grondcomponente berekend. Deze stroom is niet in fase met de spanning, zoodat wij de impedantie tusschen rooster en anode kunnen splitsen in een  $C_i$  en  $R_i$  parallel.  $R_i$  kan voor verschillende frequentiegebieden negatief worden. Voor het trillen moet deze impedantie gelijk en tegengesteld zijn aan de impedantie van het uitwendige systeem. Bij een kleine demping in het uitwendige systeem wordt  $\lambda = f(V_g)$  berekend en een vorm gevonden, die goed klopt met de metingen van Kapzov-Gwosdower. Bij groote  $V_g$  en lage grondfrequentie van het Lechersysteem is  $\lambda$  het beste onafhankelijk van  $V_g$ .

Hollmann (1) stelt zich voor, dat de grootte van de wisselspanningen een belangrijken invloed op de frequentie heeft. Hoe grooter de wisselspanningen des te hooger de frequentie. Is het uitwendige systeem niet afgestemd op de volgens Scheibe berekende frequentie, dan ontstaan slechts kleine wisselspanningen. Gaan wij nu de lengte van het Lechersysteem vergrooten, dan zal één van de eigentrillingen van het Lechersysteem, die oorspronkelijk een lagere frequentie had dan de bestaande trilling, tot de bestaande frequentie naderen. Hierdoor zullen de wisselspanningen grooter worden. Op een bepaald moment zal door het vergrooten van de wisselspanningen de bestaande frequentie kleiner worden, waardoor wij dichterbij resonantie komen, enz. zoodat wij dan een omklappen krijgen in de G-M-trilling. Bij den overgang van de B-K-trilling in de G-M-trilling bij het verkorten van de Lecherdraden krijgen wij dit niet omdat dan de verandering van de frequentie door het toenemen van de wisselspanningen de nadering van de electronenfrequentie tot Lechersysteemfrequentie tegengewerkt. Deze opvatting van Hollmann is niet geheel in overeenstemming met het door hem

experimenteel betreffende den overgang van B-K-trillingen in G-M-trillingen bij verlenging van het Lechersysteem gevondene. Bij het verlengen van het Lechersysteem vond hij n.l. dat de B-K-trillingen en de G-M-trillingen over een klein gebied ook tegelijk aanwezig kunnen zijn. De frequentie van de B-K-trillingen werd door de aanwezigheid van de G-M-trillingen beïnvloed. Hebben wij echter het mechanisme, zooals door Hollmann gedacht is, dan zou de B-K-trilling in de G-M-trilling moeten overspringen.

Tank und Schiltknecht beschouwen de trilling in de lamp als een staande trilling van de ruimtelading, waarvan de grootte afhangt van de wisselspanning tusschen de electroden en die op zijn beurt weer aanleiding geeft tot het ontstaan van een wissel e.m.k. in de lamp. Zij vinden, dat bij het verhoogen van de roosterspanning trillingen pas dan optreden als wij in het verzadigingsgebied komen. Bij verdere vergrooting van de roosterspanning houden de trillingen tenslotte weer op. Dit ophouden volgt uit hun berekeningen, die aantoonen dat de emissiestroom minstens gelijk aan den constante factor maal  $V_g^{3/2}$  moet zijn om trillingen mogelijk te maken. Voor het verkleinen van de golflengte is dus behalve het verhoogen van  $V_g$  ook een verhooging van den stroom noodig. Om bij lage  $V_g$  nog trillingen te krijgen moeten wij den gloeistroom verkleinen om niet in het ruimteladingsgebied te komen.

Sahánek beschouwt den van de anode naar het rooster terugkeerenden stroom als den stroom in een diode, waarop behalve een gelijkspanning nog een kleine wisselspanning staat en waarvan de stroom een wisselende sterkte heeft. Voor een vlakke diode berekent hij hiervoor, onder verwaarloozing van de ruimtelading, den door de wisselspanning verrichtten arbeid. Is deze negatief dan wordt dus energie aan de trilling geleverd. Dit blijkt nu, bij gegeven gelijkspanning, voor verschillende frequentiegebieden te gebeuren. Deze geleverde energie wordt echter voor een deel omgezet in warmteverlies aan de anode, die bij het trillen grooter is dan zonder trillen. Wordt dit in mindering gebracht dan blijkt er alleen dan nog een overschot mogelijk te zijn indien

$$2 < r_a/r_g < 5.$$

Deze voorwaarde klopt, wat de onderste grens betreft, goed met zijn eigen ervaringen en ook met die van Kapzov (1). Vlakke trioden, waarvoor  $r_a/r_g = 1$  is, zouden dus geen trillingen

kunnen geven, wat niet in overeenstemming is met de reeds vermelde resultaten van Romanoff en Pfetscher, wien dit wel gelukte.

De berekeningen van Sahánek schijnen mij niet geheel zonder bedenkingen toe. Experimenteel vond hij drie frequentiegebieden, die ongeveer elkaars octaaf zijn, bij spanningen en gloeistroomen, die niet veel uiteenloopen. Soms traden ook twee frequenties tegelijk op. De trillingen in de twee laatste frequentiegebieden behooren dus tot de ook door anderen gevonden kortere golven, die wij nu zullen bespreken.

#### *De kortere golven.*

Zooals reeds vermeld is treden soms kortere golven op dan volgens het bovenstaande verwacht zou worden. Deze hebben ongeveer de dubbele frequentie van de verwachte. Zij stellen in staat golflengten tot 30 (20) c.M. te bereiken.

Scheibe (1) vond deze bij groote negatieve anodespanningen en kleinen gloeistroom. De wijze, waarop zij van de spanningen afhangen, is gelijk aan die voor de langere golf.

Hollmann (1) kreeg de kortere golven het beste met een kleinen spoed van het rooster en rooster en anode zoo dicht mogelijk bij de electroden door een blokcondensator overbrugd. Hij stelt zich voor, dat de langere golven bepaald worden door den tijd, die een electron noodig heeft om den afstand kathode-anode-kathode af te leggen, terwijl de kortere golven bepaald worden door den afstand rooster-anode-rooster. Dus ontstaan deze als een groot aantal electronen op den terugweg van anode naar kathode door het rooster worden opgenomen, wat goed klopt met het feit dat een kleine roosterspoed gunstig is. Evenals bij de langere golf hebben wij hier ook een B-K-trilling en een G-M-trilling, de laatste weer met kortere golflengte door den invloed van de wisselspanningen op de frequentie. De tijd rooster-kathode-rooster komt niet overeen met een bepaalde frequentie. Indirect kan echter de golflengte, die hiermee overeen zou komen, bepaald worden door het verschil te nemen van de golflengten van de lange en de korte golf.

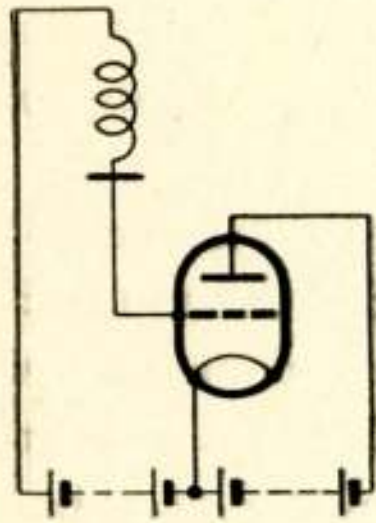
$$\lambda_{\text{anode-kathode}} = \lambda_{\text{rooster-kathode}} + \lambda_{\text{anode-rooster}}$$

Het bleek nu dat  $\lambda_{\text{rooster-kathode}}$  niet afhing van den anodediameter en van de anodespanning, wat dus goed klopt met zijn opvatting.

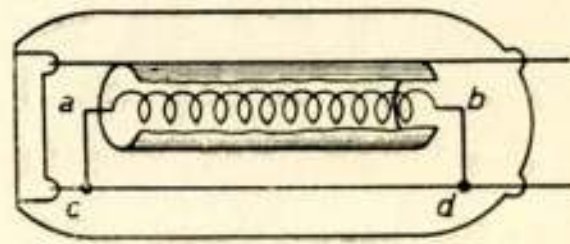
Behalve deze groep van trillingen is nog een *derde groep met nog kortere golflengte* gevonden. Hierbij treden de trillingen alleen

in de roosterleiding op, niet in de anodeleiding. Het golflengtegebied ligt hier bij 18—14 (10) c.M.

Pierret (3) (4) vond deze trillingen en ook trillingen van langere golflengte. Om de langere te krijgen moest  $V_g$  beneden een bepaalde grens liggen, om de korte te krijgen boven een andere lagere grens. Deze grenzen hingen niet van  $V_a$  af. In het tusschenliggende gebied treedt de lange of de korte golf op afhankelijk van de waarde van  $V_a$ . Hij stelt zich voor, dat bij de lange golf de electronen tusschen rooster en anode trillen. Wij krijgen daarbij trillingen in rooster- en anodeleiding. Bij de korte golf zouden de electronen alleen om het rooster trillen. In dit geval werden ook alleen trillingen in de roosterleiding gevonden. Bij de lange golf zou de frequentie in de leidingen gelijk aan de frequentie van de electronen zijn, bij de korte golf het dubbele. Pierret gebruikte een T. M. C. lamp en kreeg



Figuur 10



Figuur 11

de beste resultaten met het schema van fig. 10. De anode was direct met de batterij verbonden en aan het rooster was een staaf bevestigd, die door een verschuifbare koperen plaat kon worden afgestemd.  $V_g = 280 V$ ,  $V_a = -40 V$ .

Hollmann (2) (4) gebruikte hetzelfde systeem met nog een smoorspoel in de anodeleiding. Hij vond nog twee soorten trillingen:

- 1<sup>o</sup>. een trilling met nauwkeurig de halve golflengte van de B-K-trilling, dus een boventoon. Door verandering van den gloeistroom kon in een bepaald gebied voor  $V_g$  de grondtoon of de eerste boventoon worden gekregen, bij lage  $V_g$  alleen de grondtoon, bij hoge  $V_g$  alleen de boventoon;
- 2<sup>o</sup>. een trilling, die bepaald wordt door een eigenfrequentie van het roostersysteem in de lamp. Dit is volgens Hollmann de door Pierret gevonden trilling.

Grechowa (4) vond ook zeer korte golven van de laatste

soort met de speciale triode van fig. 11 en de roosterspanning boven een bepaalde waarde. De golflengte was gelijk aan de lengte van  $abcd$  met uitgetrokken roosterdraad. Dit werd bij eenigen trioden met verschillende aantal roosterwindingen geconstateerd.

Overeenkomstige ervaringen had Rožansky, die 10 c.M. golflengte bereikte.

Romanoff vermeldt, dat Potapenko golven van 3,6 c.M. lengte heeft gekregen.

### *Intensiteit.*

De intensiteit van de trillingen is het grootst, als het uitwendige systeem op de electronenfrequentie is afgestemd. Dus zijn de G-M-trillingen sterker dan de B-K-trillingen.

Sahánek (1) stemde behalve den rooster-anodekring, ook den rooster-kathodekring af. Bij bepaalde spanningen helpen deze kringen elkaar, waardoor de intensiteit wordt verhoogd.

Scheibe (1) vond, dat een kleine roosterspoed en een lang rooster sterkere trillingen gaven, dan een groote spoed en een kort rooster.

Kohl (1) kreeg een intensiteitstoename door de anode den vorm van een rooster te geven.

### *Secundaire emissie.*

Is  $V_a$  voldoende positief, maar nog kleiner dan  $V_g$ , dan komen wij in het gebied, waar secundaire emissie van de anode naar het rooster kan optreden en waardoor de  $i_a - V_a$ -karakteristiek een negatieven weerstand krijgt. De trillingen in dit gebied zijn eveneens door Gill and Morrell (2) onderzocht. Zij vinden, dat  $\lambda$  weer van de lengte van de Lecherdraden afhangt. Voor de  $\lambda$ , waarbij de intensiteit van de trilling het grootst is, geldt nu:

$$\lambda^2 (V_g - V_a) = \text{const.}$$

### *Invloed van gas.*

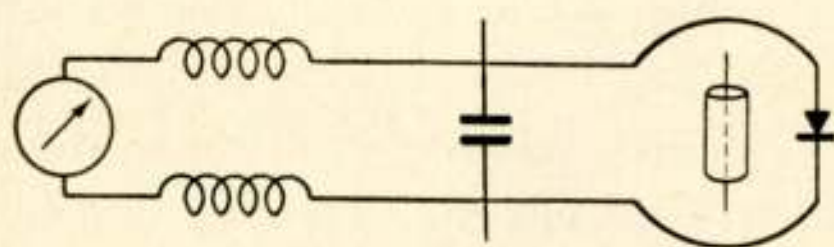
Grechowa (2) ging den invloed van gas na. Zij vond, dat een druk  $5 \cdot 10^{-8}$  tot  $1 \cdot 10^{-4}$  m.M. kwik de golflengte en de intensiteit van de trillingen niet beïnvloedt. Drukken grooter dan  $10^{-4}$  m.M. kwik onderzocht Kapzov (1) met kwikdamp. Hier heeft gas wel invloed. Bij bepaalde spanningen kunnen trillingen ontstaan, waarbij zonder gas geen trillen mogelijk was. Dit zal wel de verklaring wezen voor het door Nettleton

gevondene, die geen trillingen kon krijgen bij een druk kleiner dan  $5 \cdot 10^{-5}$  m.M. kwik.

### *Magneetvelden.*

Verschillende onderzoekers gingen den invloed van een magneetveld evenwijdig aan den gloeidraad op de trillingen na (Breit (2), Forro). Ook met een diode in een magneetveld zijn trillingen te krijgen (Žáček, Okabe (1), Yagi, Slutzkin und Steinberg). Wordt een bepaalde spanning op de anode gezet en daarna een magneetveld evenwijdig aan den gloeidraad aangebracht, dat langzaam sterker gemaakt wordt, dan zullen de electronen steeds meer gebogen banen gaan beschrijven. Bij een bepaalde critische veldsterkte zullen de electronen de anode niet meer bereiken. De anodestroom neemt dan snel af en er ontstaan trillingen.

Slutzkin und Steinberg vonden dat een hoek van  $9^\circ - 11^\circ$  tusschen magnetisch veld en gloeidraad de grootste intensiteit



Figuur 12

gaf, wat waarschijnlijk komt door kleine afwijkingen van de symmetrie van de diode. Bij een golflengte van 30—50 c.M. bereikten zij een zeer groote intensiteit: bij een input van 4 Watt werd een wisselstroom van eenige tientallen m.A. opgewekt.

De uit den looptijd van de electronen berekende golflengte klopt des te beter met de waargenomen golflengte naarmate de elektrische veldsterkte groter is. De golflengte neemt af met toenemende anodespanning, toenemend magnetisch veld en afnemenden gloeistroom. Het uitwendige systeem had slechts een geringen invloed op  $\lambda$ .

Om de kortste golven te krijgen werd het Lechersysteem niet direct met de diode verbonden maar volgens fig. 12 inductief gekoppeld, zooals door Rožansky is aangegeven.

De intensiteit nam hier met afnemende golflengte toe. De kortste golflengte werd bereikt met een anodediameter van van 3 m.M., 780 V anodespanning en een magneetveld van 1600 Gauss. Deze bedroeg 7,3 c.M. Ook met een triode met

nee hooge spanning op het rooster werden deze trillingen gevonden, echter met een veel kleinere intensiteit.

Okabe (1) (3) (zie ook Yagi) sneed de anode evenwijdig aan den gloeidraad in eenige deelen, die afzonderlijk werden uitgevoerd en pas buiten de lamp weer verbonden werden. De anodespanning had dan weinig invloed op de golflengte. De kortste golflengte was 5,6 c.M., die verkregen werd met een anodediameter van 2,5 m.M., 1100 V anodespanning en een magneetveld van 2400 Gauss. Later werd ook met een triode gewerkt (Okabe (2)).

#### *Diversen.*

Gill vond dat bij een groote verhouding  $r_a/r_g$  tengevolge van de ruimtelading de potentiaal tusschen rooster en anode ergens nul kan worden. Een deel van de electronen zal dan naar het rooster terugkeeren. Daardoor kan de  $i_g-V_g$ -karakteristiek een negatieven weerstand krijgen.

Tonks beschouwde hetzelfde wat nauwkeuriger en vond dat ook de  $i_a-V_a$ -karakteristiek een negatieven weerstand kon krijgen. Pogingen om onder deze omstandigheden een statische karakteristiek op te meten mislukten daar steeds trillingen optraden.

Benham berekende den stroom in een vlakke diode als op de anode behalve een gelijkspanning nog een kleine wisselspanning staat en stelt zich voor dit toe te passen op het onderzoek van Barkhausen-Kurz-trillingen.

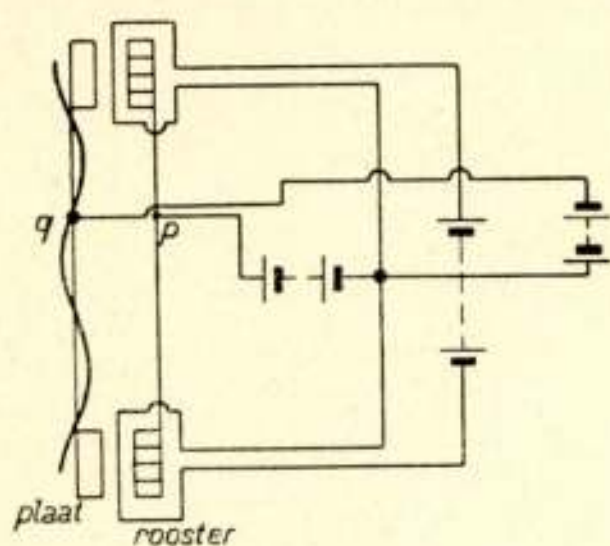
W. Wechsung werkte in plaats van met gelijkspanning ook met wisselspanning. De frequentie van de wisselspanning werd gevarieerd van 50 tot  $10^6$  Hertz. Het bleek, dat de golflengte niet van deze frequentie afhing, wel nam de intensiteit met toenemende frequentie sterk af.

Hollmann (1) vond bij een triode met vierkant rooster van  $6 \times 6$  m.M., een spoed van 5 m.M. en anodediameter van 26 m.M. een continu spectrum: op zijn Lechersysteem kon hij geen regelmatige maxima en minima meer vinden. Hij stelt zich voor dat de electronen nog wel om het rooster trillen, maar niet meer in fase.

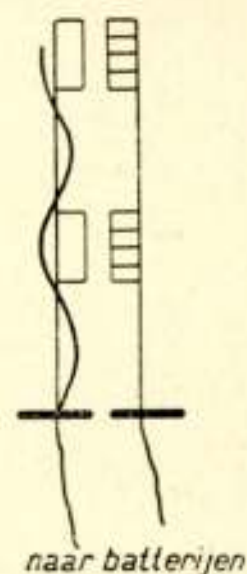
#### 4. *Roosterschakeling met meer trioden.*

Bij het parallel of push-pull schakelen van twee of meer lampen zijn eenige voorzorgen noodig, daar de golflengte van de orde van de lengte der verbindingsdraden is.

Scheibe (2) maakt nu de verbindingen van zoodanige lengte, dat wij een spanningsverloop langs den draad krijgen als voorgesteld wordt door de sinuslijn van fig. 13. De toevoerdraden moeten weer verbonden worden aan een spanningsknoop dus in p en q. De toevoerdraden zijn bifilair en loodrecht op de verbindingsdraden aangebracht, zoodat de batterijen een eind van de lampen af staan. Om groote intensiteit te krijgen moest

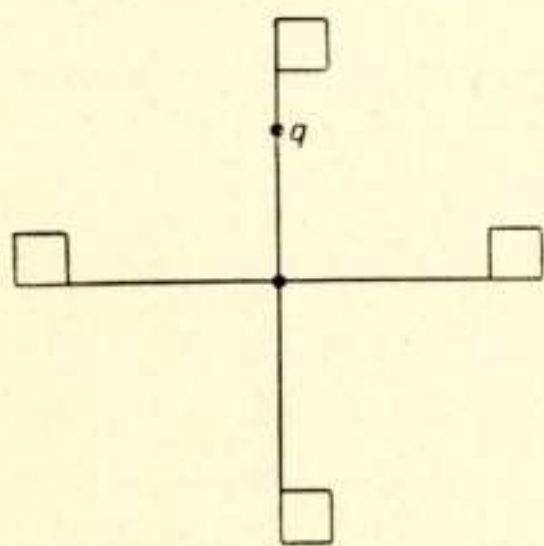


Figuur 13

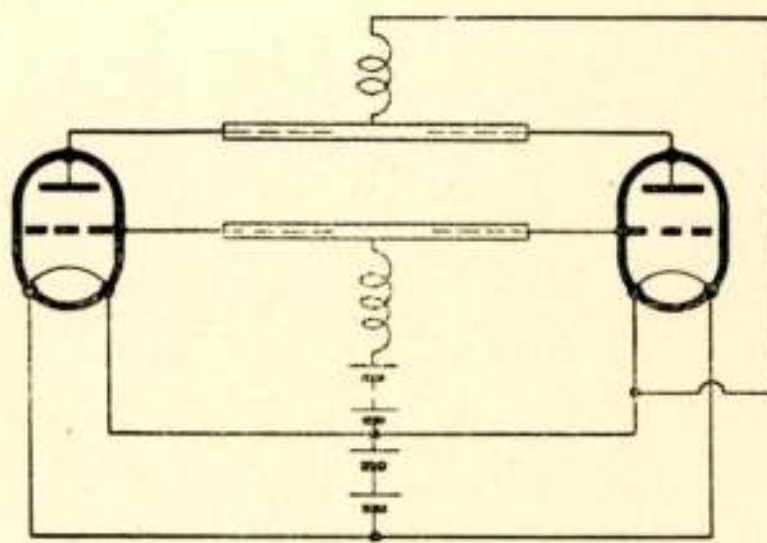


Figuur 14

elk der beide lampen dezelfde frequentie geven, als de andere geen gloeistroom kreeg. Daarvoor was door kleine verschillen tusschen de lampen een verschillende anodespanning noodig, die aangelegd kon worden door in een stroomknoop de Lecherdraden door te snijden en via een condensator weer te verbinden. Scheibe vond, dat de intensiteit van twee lampen meer was dan het dubbele van de intensiteit van één lamp. Hij vond tot het 7-voudige toe.



Figuur 15



Figuur 16

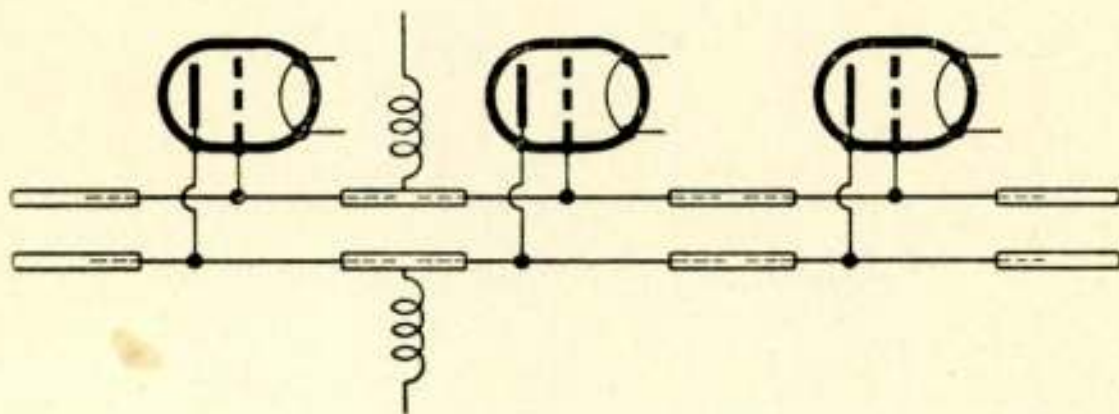
Behalve deze schakeling geeft Scheibe ook nog aan fig. 14 en fig. 15. In fig. 14 zijn de verbindingsdraden door de lamp verlengd en wordt het Lechersysteem in een spanningsknoop over een brug afgesloten. Hieraan zitten nu ook de toevoerdraden. Dit systeem is zoowel voor één lamp als voor meer lampen bruikbaar. In fig. 15 zijn alleen de platen en hun ver-



bindingsdraden geteekend. De roosters met hun verbindingsdraden liggen er recht onder. Het verbindingspunt is een stroomknoop.

Grechowa (1), (2) gebruikte eerst een schakeling, die overeenkomt met die van Holborn, later, Grechowa (3), nam zij de schakeling van fig. 16.

De lengte van de verbindingsdraden was regelbaar. De smoorspoelen moeten weer verbonden worden aan een span-



Figuur 17

ningsknoop, die niet midden tusschen de twee lampen behoeft te liggen. Om meer dan twee lampen te gebruiken geeft zij aan fig. 17. De verbindingsdraden van de trioden tot het Lechersysteem moeten de goede lengten hebben. Zij vond ook dat de intensiteit sterker toeneemt dan het aantal lampen.

Pierret (1), (2) werkte ook met een schakeling als die van Holborn en vond weer meer dan de dubbele intensiteit van één lamp.



- Gill and Morrell 1. Phil. Mag. 44, 161, 1922.  
2. Phil. Mag. 49, 369, 1925.
- Grechowa 1. Zs. f. Phys. 35, 50, 1925.  
2. Zs. f. Phys. 35, 59, 1925.  
3. Zs. f. Phys. 38, 621, 1926.  
4. Phys. Zs. 29, 726, 1928.
- Hollmann 1. Ann. d. Phys. 86, 129, 1928.  
2. Ann. d. Phys. 86, 1062, 1928.  
3. E. N. T. 5, 268, 1928.  
4. Jahrb. d. drahtl. Tel. 33, 128, 1929.
- Hornung Ann. d. Phys, 1, 417, 1929.
- Kapzov 1. Zs. f. Phys. 35, 129, 1925.  
2. Zs. f. Phys. 49, 395, 1928.
- Kapzov und  
Gwosdower Zs. f. Phys. 45, 114, 1927.
- Kohl 1. Ann. d. Phys. 85, 1, 1928.  
2. Zs. f. techn. Phys. 9, 472, 1928.
- Nettleton Proc. Nat. Acad. Am. 8. 353, 1922.  
Ref. Phys. Rev. 21, 208, 1923.
- Okabe 1. Journ. Inst. E. E. Japan p. 284, 1928  
2. Techn. Rep. Tohoku Imp. Univ. 7, 241, 1928  
3. Jahrb. d. drahtl. Tel. 33, 106, 1929.  
4. Proc. I. R. E. 17, 652, 1929.
- Pfetscher Phys. Zs. 29, 449, 1928.
- Pierret 1. Comptes Rendus 184, 1428, 1927.  
2. Comptes Rendus 186, 1284, 1928.  
3. Comptes Rendus 186, 1601, 1928.  
4. Comptes Rendus 187, 1132, 1928.
- Van der Pol Physica 5, 1, 1925.
- Romanoff Phys. Zs. 28, 770, 1927.
- Rožansky Phys. Ber. 9, 1093, 1928.
- Sahánek 1. Phys. Zs. 26, 368, 1925.  
2. Phys. Zs. 29, 640, 1928.
- Scheibe 1. Ann. d. Phys. 73, 54, 1923.  
2. Jahrb. d. drahtl. Tel. 27, 1, 1926.
- Slutzkin und  
Steinberg Ann. d. Phys. 1, 658, 1929.
- Tank und  
Schiltknecht Helvetica Physica Acta 1, 110, 1928.
- Tonks Phys. Rev. 30, 501, 1927.
- W. Wechsung Jahrb. d. drahtl. Tel. 32, p, 15, 58, 1928.

Whiddington	Radio Rev. 1, 53, 1919.
Yagi	Proc. I. R. E. 16, 715, 1928.
Žáček	Jahrb. d. drahtl. Tel. 32, 172, 1928.
Zilitinkewitsch	Arch. f. Elektr. 15, 470, 1926.

*Natuurkundig Laboratorium der  
N. V. PHILIPS' Gloeilampenfabrieken.*

# FREQUENTIE-MODULATIE <sup>1)</sup>

door

BALTH. VAN DER POL

In de laatste jaren hebben de vraagstukken aangaande storingen en gebruikte bandbreedte, in het geval dat een zender gemoduleerd wordt op een wijze die men gewoonlijk als *frequentie-modulatie* aanduidt, veelvuldig een onderwerp van discussie uitgemaakt.

De uitdrukking „frequentie-modulatie” karakteriseert het geval dat het opgedrukte signaal de oogenblikkelijke waarde der frequentie van de draaggolf in plaats van de amplitude daarvan doet veranderen.

Het doel van dit artikel is de analyse te geven van twee bijzondere gevallen die bijzonder geschikt zijn de omstandigheden weer te geven, die zich voordoen respectievelijk bij telephonie en telegrafie.

## 1. *Afleiding van de tijdsfunctie van den frequentie-gemoduleerden stroom.*

De differentiaalvergelijking van een kring bevattende een constante zelfinductie  $L$  en een variabele capaciteit  $C(t)$  volgt direct uit de stelling, dat het potentiaalverschil over de zelfinductie numeriek gelijk is aan dat over den condensator.

Wij hebben daarom, als wij de stroom  $i$  noemen, het potentiaalverschil  $v$  en de lading van den condensator  $q$ :

$$\frac{d}{dt}(L i) + v = 0 \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (1)$$

---

<sup>1)</sup> Verslag van een Voordracht, gehouden voor het Nederlandsch Radio-Genootschap op de vergadering van 20 Sept. 1929 te Den Haag, waarbij de afgevaardigden van C. C. I. (radio) waren uitgenoodigd.

waarbij

$$v = \frac{q}{C(t)}$$

Daar verder

$$i = \frac{dq}{dt} \dots \dots \dots (2)$$

wordt (1)

$$L \frac{d^2 q}{dt^2} + \frac{I}{C(t)} q = 0$$

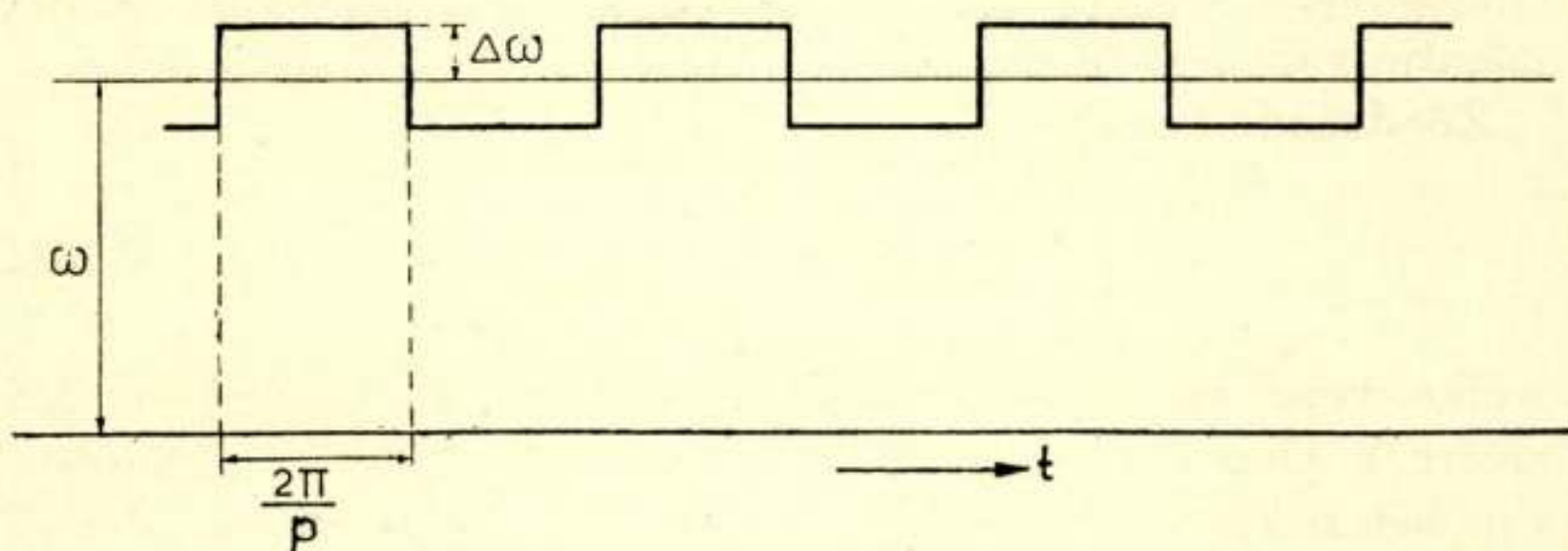
of

$$\frac{d^2 q}{dt^2} + \omega^2(t) \cdot q = 0 \dots \dots \dots (3)$$

waarbij

$$\omega^2(t) = \frac{I}{L \cdot C(t)} \dots \dots \dots (4)$$

Het blijkt dus dat de differentiaalvergelijking (3) fundamenteel is voor het vraagstuk de lading  $q$ , het potentiaalverschil  $v$ , of de stroomsterkte  $i$  van een trillingskring, waarvan één der grootheden een functie van den tijd is, te bepalen.



Figuur 1

De moderne wiskunde is echter niet in staat ons een, tot een algemeen praktisch bruikbaar resultaat leidende, oplossing van (3) te geven.

Daartoe zullen wij de grootheden  $C(t)$  of  $\omega^2(t)$  nader moeten preciseeren.

In ons artikel zullen twee gevallen beschouwd worden, en wel:

a)  $C(t) = C + \Delta C \cdot \cos pt \dots \dots \dots (5)$

b)  $C(t)$  springt periodiek en discontinu van  $C + \Delta C$  naar  $C - \Delta C$  (zie fig. 1)  $\dots \dots \dots (6)$

a) geeft de omstandigheden weer die kenmerkend zijn voor

telefonie en wel wanneer een sinusoidalen toon van frequentie  $p/2\pi$  voor een condensator-microfoon wordt gezongen.

b) komt overeen met den toestand die ontstaat indien getelegrafeerd wordt met een sein en rustgolf.

Laat ons het geval *a* eerst beschouwen.

Voor een sinusoidale kleine verandering van  $C(t)$  wordt (4):

$$\omega^2(t) = \frac{I}{LC \left(1 + \frac{\Delta C}{C} \cos pt\right)} \doteq \frac{I}{LC} \left(1 - \frac{\Delta C}{C} \cos pt\right)$$

of

$$\omega^2(t) = \omega^2 \left(1 + \frac{2\Delta\omega}{\omega} \cos pt\right)$$

waarbij

$$\omega^2 = \frac{I}{LC}$$

en

$$\frac{\Delta C}{C} = -2 \frac{\Delta\omega}{\omega}$$

$\Delta\omega$  stelt dus voor de maximale afwijking van de hoekfrequentie van de gemiddelde waarde  $\omega$ .

Zoodoende wordt (3):

$$\frac{d^2 q}{dt^2} + \omega^2 \left(1 + 2 \frac{\Delta\omega}{\omega} \cos pt\right) q = 0 \quad . . . \quad (I)$$

welke vergelijking van het type is, dat Mathieufuncties definiëert <sup>1)</sup>. Dezelfde vergelijking (I) vormt eveneens den grondslag van het bekende artikel van Carson over frequentiemodulatie <sup>2)</sup> en komt verder voor bij talrijke problemen der physica <sup>3)</sup>.

In het bijzonder treedt deze vergelijking naar voren bij enkele belangrijke astronomische problemen en een benaderde oplossing, bijzonder geschikt voor ons geval, zal nu worden afgeleid met

<sup>1)</sup> Een volledige verhandeling over de eigenschappen dezer functies is te vinden in Humbert. *Fonctions de Lamé et fonctions de Mathieu*, Paris 1926.

<sup>2)</sup> J. R. Carson. Proc. Inst. Radio Eng. 10, 57, 1922.

<sup>3)</sup> Een aantal dezer toepassingen werden opgesomd in:

Balth. van der Pol en M. J. O. Strutt. On the stability of the solutions of Mathieu's equation, Phil. Mag. 5, 18, 1928; een artikel naar hetwelk eveneens verwezen moge worden voor enkele berekeningen en resultaten in verband met het onderhavige onderwerp.

behulp van de methode die door *Brun s* bij astronomische onderzoeken werd toegepast <sup>1)</sup>.

Daartoe substitueeren wij in (I)

$$q = e^{\int z dt}.$$

Vergelijking (I) gaat aldus over in:

$$\frac{dz}{dt} + z^2 + \omega^2 \left( 1 + 2 \frac{\Delta \omega}{\omega} \cos p t \right) = 0 \dots (7)$$

een differentiaalvergelijking van de eerste orde van het Riccati-type.

Indien de absolute procentueele frequentie-afwijking  $\frac{\Delta \omega}{\omega}$  klein is, zooals bij onze toepassingen het geval is, en wanneer bovendien de modulatiefrequentie  $p$  klein is ten opzichte van de frequentie der draaggolf  $\omega$ , dan is een benaderde oplossing van (7):

$$z_{1,2} = \pm j \left\{ \omega^2 \left( 1 + 2 \frac{\Delta \omega}{\omega} \cos p t \right) \right\}^{\frac{1}{2}} \doteq \\ \doteq \pm j (\omega + \Delta \omega \cos p t), \dots (8)$$

en derhalve wordt de verlangde benaderde oplossing van (I):

$$q = e^{\int z_1 dt} + e^{\int z_2 dt} = A \cos \left\{ \int (\omega + \Delta \omega \cos p t) dt \right\} = \\ = A \cos \left( \omega t + \frac{\Delta \omega}{p} \sin p t \right), \dots (9)$$

waarbij een willekeurige phaseconstante eenvoudigheidshalve weggelaten is. Verder kan worden aangetoond dat met de hierboven veronderstelde voorwaarden n.l.:

$$\Delta \omega \ll \omega \\ p \ll \omega$$

de oplossing voor het potentiaalverschil  $v$  en de stroomsterkte  $i$  in den kring denzelfden vorm hebben als (9), hoewel de differentiaalvergelijking voor  $v$  en  $i$  nog andere termen bevat <sup>2)</sup>.

<sup>1)</sup> H. Poincaré. *Mécanique Céleste* II, pag 253.

<sup>2)</sup> b.v. daar  $i = \frac{dq}{dt}$ , wordt de vergelijking voor  $i$  afgeleid uit (3):

$$\frac{d^2 i}{dt^2} - \left( \frac{1}{\omega^2(t)} \frac{d\omega^2(t)}{dt} \right) \frac{di}{dt} + \omega^2(t) \cdot i = 0$$



Carson<sup>1)</sup>, die, hoewel op een andere wijze, eveneens tot de oplossing (9) komt, vestigt er de aandacht op, dat, hoewel in de tijdsfunctie (5) van den condensator een  $\cos pt$  term voorkomt, in de oplossing (9) een  $\sin pt$  term verschijnt, hetwelk op het eerste gezicht verrassend zou kunnen voorkomen. Deze kwestie staat echter in nauw verband met de definitie der oogenblikkelijke frequentie van een functie als

$$y = \cos \{ f(t) \} \dots \dots \dots (10)$$

waarin

$$f''(t) \ll f'(t)$$

Helmholtz<sup>2)</sup> in zijn „*Lehre von den Tonempfindungen*“ hetwelk in 1862 verscheen, loste de moeilijkheid op door de momenteele frequentie  $\omega t$  van (10) te definiëren als

$$\omega(t) = \frac{df(t)}{dt} \dots \dots \dots (11)$$

Overeenkomstig deze definitie wordt de momenteele frequentie van (9)

$$\frac{d}{dt} \left( \omega t + \frac{\Delta \omega}{p} \sin pt \right) = \omega + \Delta \omega \cdot \cos pt,$$

welke uitdrukking, gekwadrateerd, gelijk gesteld mag worden met

$$\omega^2 \left( 1 + 2 \frac{\Delta \omega}{\omega} \cos pt \right)$$

welke uitdrukking op haar beurt, weer overeenkomt met de laatste coëfficiënt van de differentiaalvergelijking (I).

Daardoor wordt de gebruikelijke opvatting, waarbij (I) aan de gewone vergelijking, waarin de frequentie een constante is, analoog gesteld wordt, verzoend met het juiste mathematische resultaat.

Het geval  $b$ , waarbij  $C(t)$  periodiek en discontinu verspringt van  $C + \Delta C$  naar  $C - \Delta C$  met een frequentie  $p/2\pi$  kan nu op eenzelfde wijze behandeld worden.

<sup>1)</sup> l. c.

<sup>2)</sup> Helmholtz, *Die Lehre von den Tonempfindungen*, Braunschweig 1913, bladz. 649—650.

Laat ons de aldus gedefinieerde functie van  $t$  (zie fig. 1)  $\Gamma \cos pt$  noemen.

Vergelijking (I) wordt dan:

$$\frac{d^2 q}{dt^2} + \omega^2 \left( 1 + 2 \frac{\Delta \omega}{\omega} \Gamma \cos pt \right) q = 0 \quad \dots \quad (II)$$

Gebruik makende van dezelfde methode als vroeger en onder dezelfde voorwaarden t.w.

$$\begin{aligned} \Delta \omega &<< \omega \\ p &<< \omega \end{aligned}$$

komen wij tot de volgende uitdrukking:

$$\begin{aligned} q &= A \cos \left\{ \int \left( \omega + \Delta \omega \Gamma \cos pt \right) dt \right\} = \\ &= A \cos \left( \omega t + \Delta \omega \int \Gamma \cos pt \cdot dt \right) \quad \dots \quad (12) \end{aligned}$$

welke overeenkomt met (9).

Wij zullen nu enkele gevolgtrekkingen uit (9) en (12) afleiden.

## 2. Frequentie analyse van geval a, (telefonie).

De uitdrukking (9) leent zich tot een spectraal-analyse in zijn componenten door middel van de navolgende werkwijze: wanneer de amplitude  $A$  als de eenheid aangenomen wordt, mogen wij (9) schrijven:

$$q = \cos \omega t \cdot \cos \left( \frac{\Delta \omega}{p} \cdot \sin pt \right) - \sin \omega t \cdot \sin \left( \frac{\Delta \omega}{p} \cdot \sin pt \right) \quad (13)$$

Nu zijn de navolgende uitdrukkingen bekende *Fourier*-ontwikkelingen voor de periodieke functies  $\cos(x \sin \varphi)$  en  $\sin(x \sin \varphi)$  met Bessel-functies van de eerste soort als coëfficiënten:

$$\begin{aligned} \cos(x \sin \varphi) &= J_0(x) + 2 J_2(x) \cos 2 \varphi + 2 J_4(x) \cos 4 \varphi + \dots \\ \sin(x \sin \varphi) &= 2 J_1(x) \cdot \sin \varphi + 2 J_3(x) \sin 3 \varphi + 2 J_5(x) \sin 5 \varphi + \dots \end{aligned}$$

Door gebruik te maken van deze uitdrukkingen kan (9) onmiddellijk in de frequentie-componenten worden ontbonden en wel als volgt:

$$\begin{aligned}
 q &= \cos \left( \omega t + \frac{\Delta \omega}{p} \sin p t \right) = \\
 &= J_0 \left( \frac{\Delta \omega}{p} \right) \cdot \cos \omega t \\
 &\quad - J_1 \left( \frac{\Delta \omega}{p} \right) \left\{ \cos (\omega - p) t - \cos (\omega + p) t \right\} \\
 &\quad + J_2 \left( \frac{\Delta \omega}{p} \right) \left\{ \cos (\omega - 2 p) t + \cos (\omega + 2 p) t \right\} \\
 &\quad - J_3 \left( \frac{\Delta \omega}{p} \right) \left\{ \cos (\omega - 3 p) t - \cos (\omega + 3 p) t \right\} \\
 &\quad + \dots
 \end{aligned} \tag{14}$$

Hierin herkent men onmiddellijk de volgende frequenties:

$$\omega, (\omega \pm p), (\omega \pm 2 p), \dots$$

Het geheele praktische probleem van de mate der storing, veroorzaakt door frequentie-modulatie, hangt dientengevolge af van de waarde der verhouding:

$$m = \frac{\Delta \omega}{p}$$

d. w. z. van die der absolute frequentie-afwijking  $\Delta \omega$  tot de opgedrongen audiofrequentie  $p$ .

In verband met de belangrijkheid van dezen parameter  $m$ , welke practisch iedere waarde, hetzij klein of groot aannemen kan, zal het van nut zijn daaraan een bijzonderen naam te geven. Wij stellen daarom voor de benaming „*frequentie modulatie index*” of kortweg „*index*”.

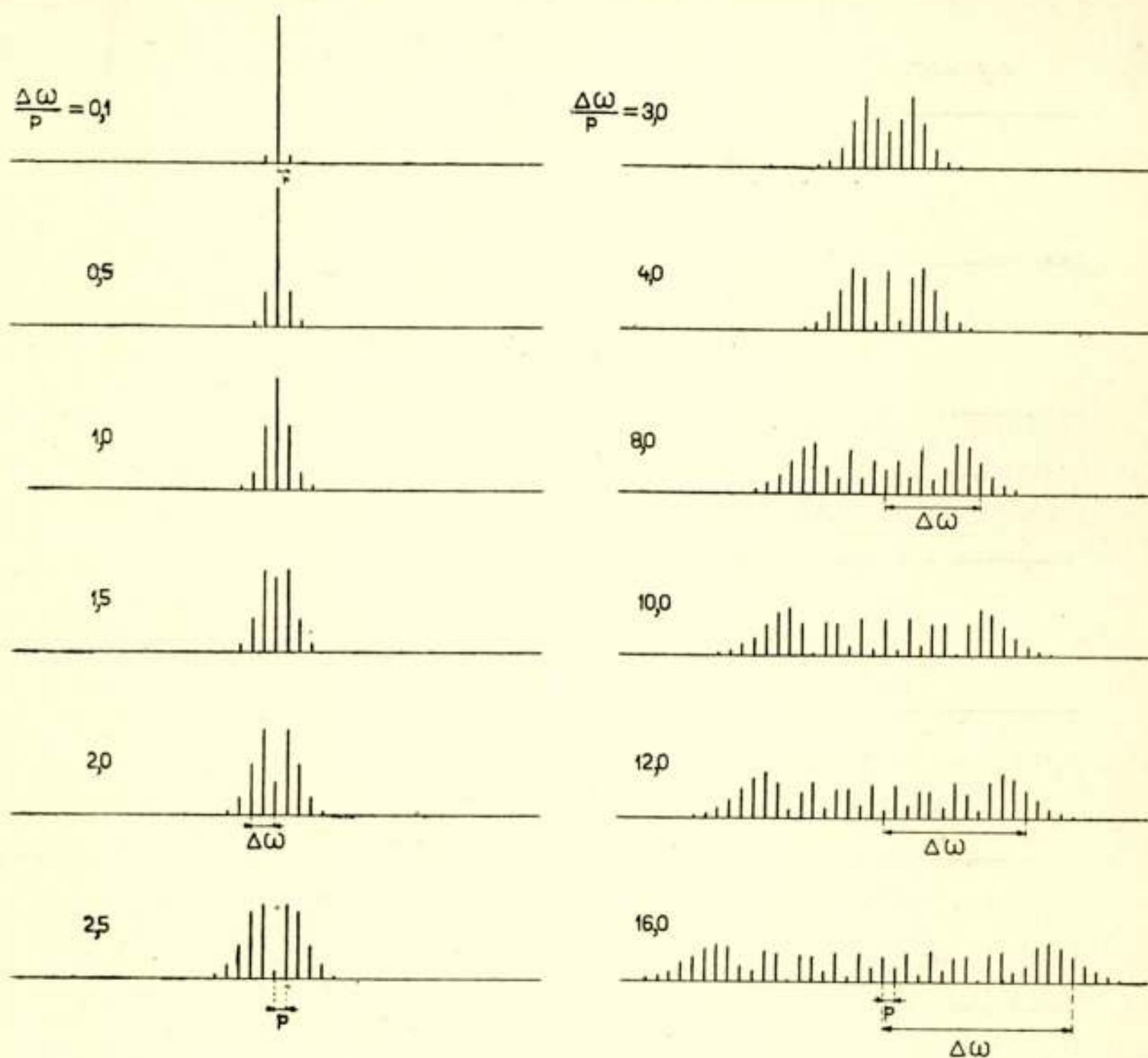
De amplitude van de frequentie-componenten voor een gegeven waarde van den index, kan gemakkelijk gevonden worden uit een der standaard-tabellen van Bessel-functies en aldus kan het frequentiespectrum voor ieder bijzonder geval worden bepaald. Fig. 2 geeft de resultaten weer van deze berekeningen voor een aantal waarden van den index, waarbij de audiofrequentie  $p$  als een constante aangenomen is en de absolute frequentie-afwijking  $\Delta \omega$  veranderlijk.

Fig. 3 vertoont soortgelijke spectra, doch nu voor het geval dat  $\Delta \omega$  constant gehouden wordt en  $p$  gevarieerd wordt. Uit fig. 2 blijkt dat bij een kleine waarde van den index  $m = \frac{\Delta \omega}{p}$ , het spectrum practisch slechts bestaat uit een draaggolf met de

frequentie  $\omega$  en twee zij-frequenties  $\omega \pm p$ . Uit (13) volgt dat onder deze omstandigheden:

$$q = \cos \omega t - \frac{\Delta \omega}{p} \sin p t \cdot \sin \omega t, \quad \dots \quad (15)$$

en dat daarom de verhouding der amplituden van iedere zij-frequentie tot die van de draaggolf gelijk is aan den index  $m$ .



Figuur 2

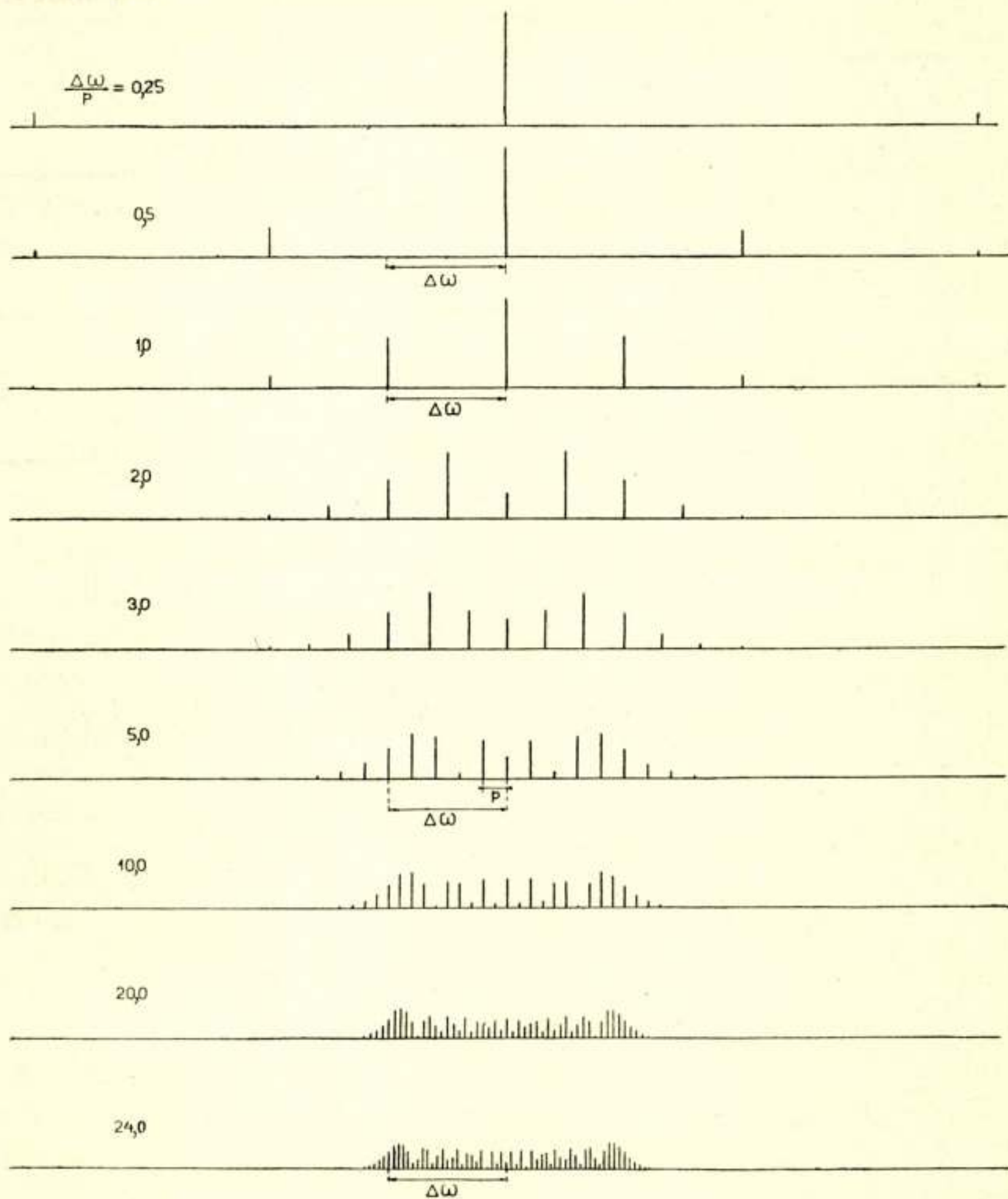
Bovendien vertoont een vergelijking van de uitdrukking (15) met

$$q_1 = \left( 1 - \frac{\Delta \omega}{p} \sin p t \right) \sin \omega t, \quad \dots \quad (15a)$$

(welke laatste uitdrukking dezelfde draaggolf voorstelt als (15), doch thans met een *amplitude*-modulatie door hetzelfde signaal), dat in het beschouwde grensgeval, beide typen van modulatie hetzelfde resultaat geven, afgezien van de fase-verschuiving van  $90^\circ$  van de draaggolf.

Verdere vergrooting van  $\Delta \omega$  heeft tot gevolg dat succes-

sievelijk meer zijfrequenties te voorschijn komen, waarvan de betreffende amplitudes, in ieder bijzonder geval, op een schijnbaar onregelmatige wijze van de waarden der Bessel-functies afhangen. Het kan voorkomen dat enkele der amplitudes (die van de draaggolf inbegrepen) gelijk aan nul worden en wel indien de index  $m$  gelijk aan een wortel van de overeenkomstige Bessel-functie wordt.



Figuur 3

Fig. 3 stelt soortgelijke spectra voor, echter met dien verstande dat hierbij  $\Delta \omega$  constant ondersteld is doch de audio-frequentie  $p$  wordt gevarieerd.

In het bijzonder geval dat de index  $m = \frac{\Delta \omega}{p}$  een groote waarde

aanneemt, verschijnen de zijfrequenties op een groote afstand van de draaggolf. Indien de waarde van  $p$  afneemt en dien-tengevolge de index toeneemt, verschijnen successievelijk meer zijfrequenties, terwijl de geheele ingenomen ruimte continu samenkrimpt tot een grenswaarde  $2 \Delta \omega$ .

Deze limiet wordt bereikt wanneer  $m$  oneindig groot wordt ( $p$  oneindig klein) in welk geval het geheele interval  $2 \Delta \omega$  door een continu bandspectrum ingenomen wordt, evenals dit in de optica voorkomt.

### 3. Frequentie analyse van geval b, (telegrafie).

Laat ons thans teruggaan naar de uitdrukking (12) welke kan worden geschreven (wederom met  $A = 1$ ).

$$q = \cos \omega t \cdot \cos \left( \Delta \omega \int \Gamma \cos p t \cdot d t \right) - \sin \omega t \cdot \sin \left( \Delta \omega \int \Gamma \cos p t d t \right)$$

Wederom kunnen  $\cos \left( x \int \Gamma \cos \varphi d \varphi \right)$  en  $\sin \left( x \int \Gamma \cos \varphi d \varphi \right)$  worden ontwikkeld in Fourier reeksen, waarvan het resultaat is

$$\cos \left( x \int \Gamma \cos \varphi d \varphi \right) = \frac{2x}{\pi} \sin \frac{x\pi}{2} \left\{ \frac{1}{x^2} - \frac{2}{x^2 - 2^2} \cos 2\varphi + \right. \\ \left. + \frac{2}{x^2 - 4^2} \cos 4\varphi \dots \right\}$$

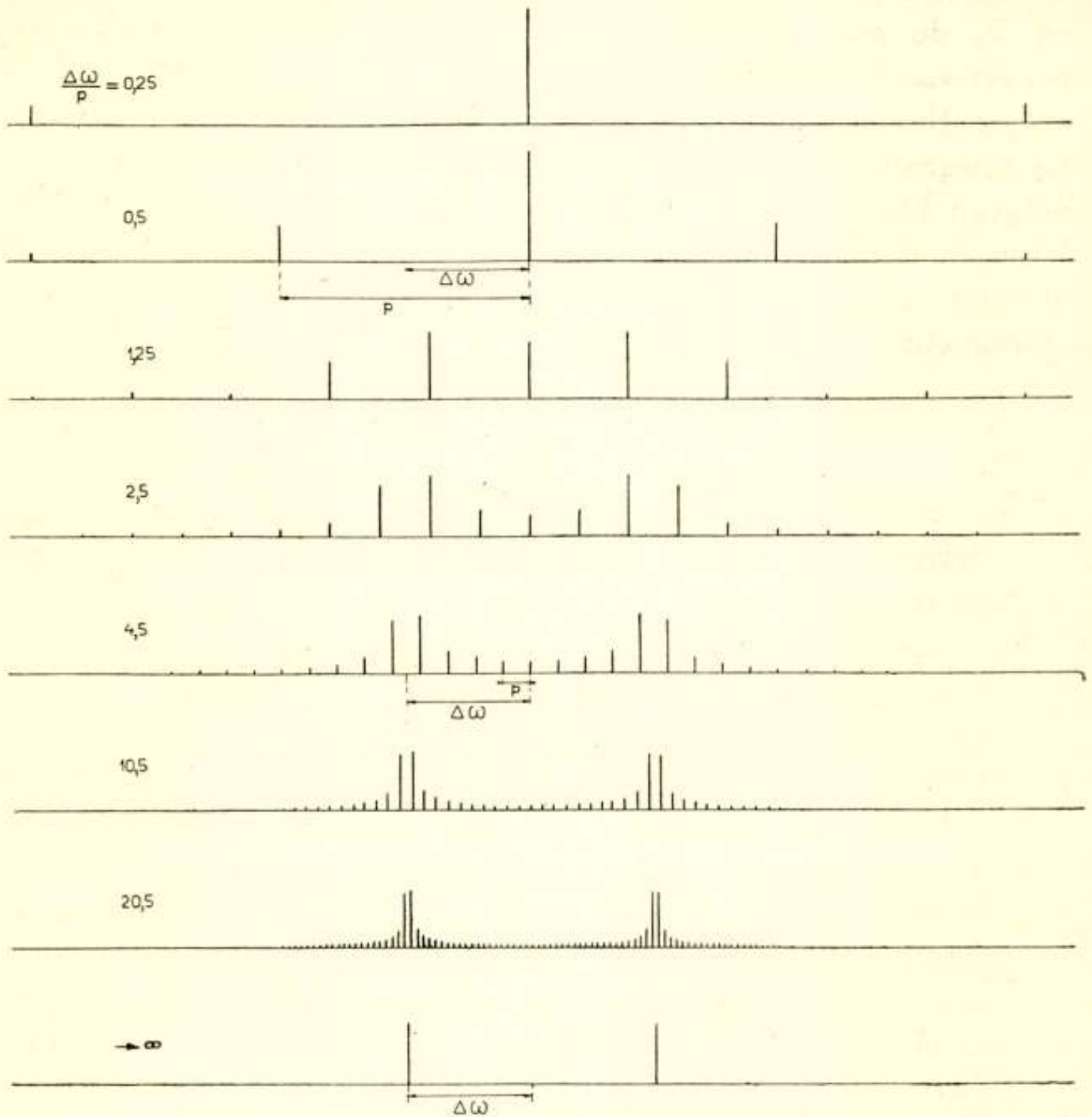
$$\sin \left( x \int \Gamma \cos \varphi d \varphi \right) = \frac{2x}{\pi} \cos \frac{x\pi}{2} \left\{ -\frac{2}{x^2 - 1^2} \sin \varphi + \right. \\ \left. + \frac{2}{x^2 - 3^2} \sin 3\varphi - \frac{2}{x^2 - 5^2} \sin 5\varphi + \dots \right\}$$

De ontbinding van  $q$  in zijn frequentie componenten geeft in dit geval

$$q = \frac{2 \Delta \omega}{\pi p} \left[ \frac{1}{\left( \frac{\Delta \omega}{p} \right)^2} \cdot \sin \left( \frac{\Delta \omega}{p} \cdot \frac{\pi}{2} \right) \cdot \cos \omega t + \right. \\ \left. + \frac{1}{\left( \frac{\Delta \omega}{p} \right)^2 - 1} \cdot \cos \left( \frac{\Delta \omega}{p} \cdot \frac{\pi}{2} \right) \left\{ \cos (\omega - p) t - \cos (\omega + p) t \right\} - \right.$$



Dezelfde frequentiecomponenten  $\omega$ ,  $\omega \pm p$ ,  $\omega \pm 2p$ , . . . . als in geval  $a$  komen dus te voorschijn. Hun relatieve amplituden worden gemakkelijk gevonden uit de voorafgaande formule en Fig. 4 en 5 geven ons de grafische voorstelling daarvan. Op dezelfde wijze als in geval  $a$  werd in fig. 4  $p$  constant gehouden en  $\Delta\omega$  gevarieerd, terwijl in fig. 5  $\Delta\omega$  werd constant gehouden en  $p$  gevarieerd. Een vergelijking tusschen respectievelijk de figuren 4, 5 en 2, 3, toont aan dat de opeenvolgende spectra in



Figuur 5

beide gevallen in hoofdzaak een zelfde beeld vertoonen wanneer de index  $m = \frac{\Delta\omega}{p}$  toeneemt van nul tot oneindig. Een interessant verschil is er echter evenwel in het geval, dat de index nadert tot oneindig ( $p$  naderende tot nul). Dit geval komt overeen met een oneindig langzaam seintempo. Onder deze omstandigheid



ontaardt het spectrum in slechts *twee lijnen*, met de frequenties  $\omega \pm \Delta \omega$ , waarbij *dan de draaggolf afwezig is*, terwijl bij oneindig langzame modulatie bij telefonie een *continu bandspectrum* binnen dezelfde grenzen ontstaat.

Bovendien bestaat voor het geval, dat de index nadert tot nul, (hetgeen overeenkomt met steeds sneller seinen) het spectrum uit: 1<sup>e</sup>, de draaggolf met amplitude gelijk aan de eenheid, 2<sup>e</sup>, de zijfrequenties van oneven orde, waarvan de amplituden te verwaarloozen zijn in vergelijking met die van de draaggolf, en 3<sup>e</sup>, de zijfrequenties van *even* orde, waarvan de amplituden te verwaarloozen zijn in vergelijking met die der oneven zijfrequenties. Wij hebben dus gevonden dat de zijfrequenties bij telegrafie niet zoo snel verdwijnen als in het geval „telefonie”, hetgeen blijkbaar een gevolg is van de hoekige vorm der modulatie. Uit (15) blijkt voorts duidelijk dat oneven zijfrequenties afwezig zijn, indien de index  $m$  een oneven waarde, en even zijfrequenties wanneer de index een even waarde heeft.

#### 4. *Conclusies.*

De praktische gevolgtrekkingen uit de voorafgaande analyse, wat betreft de bandbreedte ingenomen door een frequentie gemoduleerde zender, zijn de volgende.

De ingenomen bandbreedte hangt af van de waarde van  $m = \frac{\Delta \omega}{p}$ , d. w. z. van de verhouding van de absolute frequentieafwijking  $\Delta \omega$  tot de audiofrequentie  $p$  van de modulatie, welke verhouding hierboven de „index der frequentie modulatie” genoemd werd. Bezien wij eerst het geval van telefonie, dan is uit de bovengenoemde spectra te zien, dat de bandbreedte in de praktijk gelijk aan  $\Delta \omega$  genomen mag worden, zoolang  $p$  kleiner dan  $\Delta \omega$  is, en gelijk aan  $p$  zoolang  $\Delta \omega$  kleiner is dan  $p$ . Het is daarom de grootste van deze twee grootheden: de absolute frequentieafwijking en de audiofrequentie, welke practisch de breedte der ingenomen band bepaalt.

Bij het telegrafiegeval is het resultaat praktisch hetzelfde, aangenomen echter dat de index niet te klein is, d. w. z. indien de seinsnelheid niet zeer groot is in vergelijking met de frequentieafwijking. Indien echter de seinsnelheid zeer groot is ten opzichte van de frequentieafwijking, dan mag niet aangenomen worden, dat de zijfrequenties geheel binnen een bandbreedte van  $2p$  ingesloten zijn, doch alle zijfrequenties van oneven rang

zijn theoretisch aanwezig en wel met amplituden, die afnemen wanneer de orde toeneemt. In praktische gevallen moet echter verwacht worden, dat de zijfrequenties van hooger orde, tengevolge van de eindige band die een zender kan uitzenden, zullen verdwijnen.

Ten slotte moet worden opgemerkt dat slechts opzettelijke frequentie-modulatie in dit artikel behandeld is. Dezelfde storingen kunnen ontstaan in het geval dat bij een zender slechts amplitude modulatie bedoeld is, doch inderdaad, als gevolg van een minder goede constructie van den zender, frequentie-modulatie in meer of minder hinderlijke mate optreedt.

---

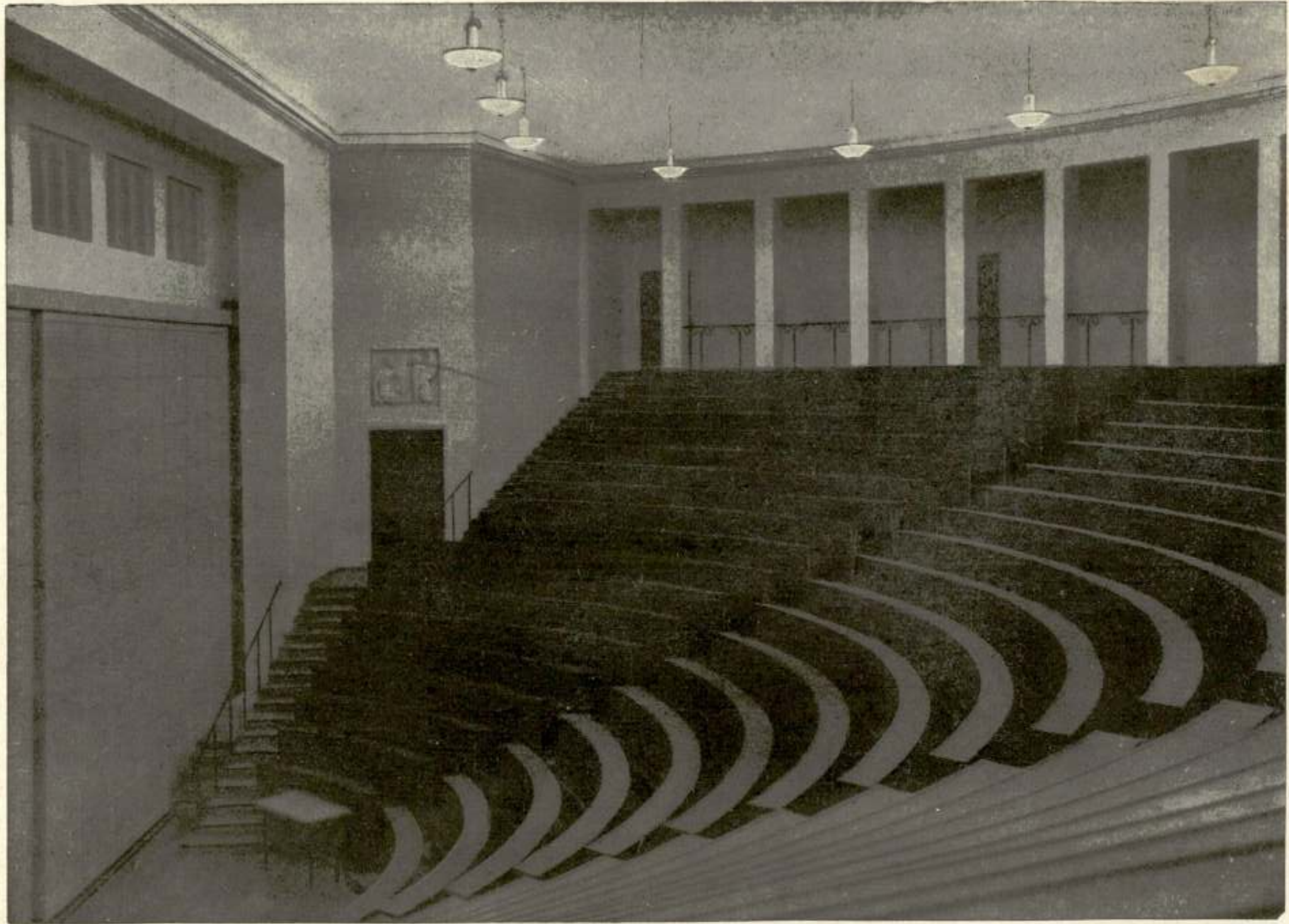
## SUMMARY

The differential equation of a frequency modulated transmitter is considered and the expression of the current as a function of time is derived.

Frequency analysis of this function is made for two specific cases: *a*, sinusoidal frequency modulation (telephony), *b*, right angle frequency modulation (telegraphy with „marking” and „spacing” wave). The distribution and amplitudes of the frequencies present are seen to depend upon the value of an absolute parameter, the „frequency modulation index”, equal to the ratio of the maximum frequency deviation to the imposed audio frequency. The overall width of the band occupied is found to be in general equal to the highest of these two frequencies. In the case of high speed frequency modulated telegraphy however, side frequencies of noticeable amplitude may occur outside this band.

*Natuurkundig Laboratorium der  
N. V. PHILIPS' Gloeilampenfabrieken.*

Eindhoven, 17 September 1929.



Figuur I

## OVER RUIMTE-ACOUSTIEK <sup>1)</sup>

door

J. ZENNECK

Dat ik in een Radiogenootschap over het onderwerp acoustiek een voordracht houd, behoeft geen verontschuldiging.

U weet allen dat de kwaliteit van den draadloozen omroep evenzeer een acoustisch probleem als een probleem der hoogfrequentie-techniek vormt.

De erkenning van dit feit heeft tengevolge gehad dat in de laatste jaren op het geheele gebied van de acoustiek vele onderzoekingen zijn gedaan.

In de physiologische acoustiek werd opnieuw de frequentie en de amplituden-verhouding in de menschelijke stem een onderwerp van onderzoek. In de physische acoustiek werd onderzoek gedaan naar de acoustische eigenschappen en de beste constructies der opname- en weergeef-apparaten (Luidsprekers) en van die der verschillende versterkers. In het bijzonder vormde echter de ruimteacoustiek een onderwerp van onderzoek. De aanleiding tot dit onderzoek gaven de gebreken der vroegere studio's. De onderzoekingen betreffende ruimte-acoustiek beperkten zich echter in geen deele tot de eischen van den omroep. Integendeel werd de ruimte-acoustiek tot een onderwerp van onderzoek genomen, zonder dat men zich door de tot dusver zoo slechte resultaten, door physici en architecten verkregen, liet afschrikken. De gestelde eischen zijn dan ook belangrijk gewijzigd. Juist door den draadloozen omroep heeft men in de versterkers, moderne microphonen en lampgeneratoren, geheel nieuwe hulpmiddelen verkregen. In het navolgende wil ik een en ander mededeelen over onderzoekingen die onder mijn medewerking in mijn instituut door de Heeren Schindelin en Scharstein en later door Kuntze en Linck verricht zijn.

---

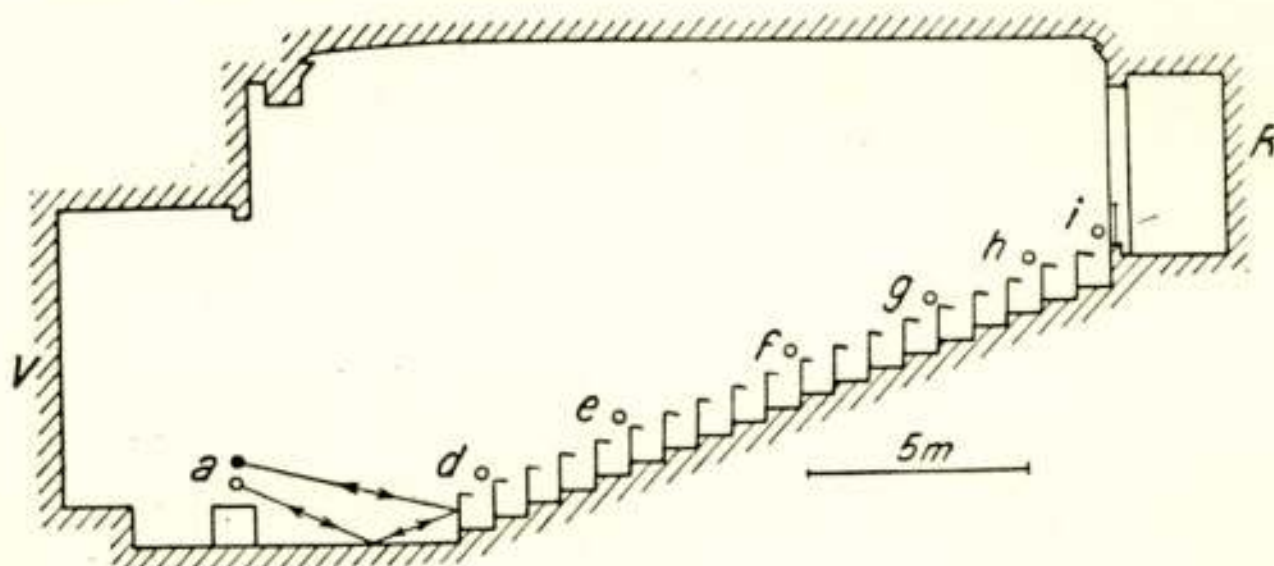
<sup>1)</sup> Lezing gehouden te 's Gravenhage op 20 September 1929.

Voor het onderzoek naar de acoustische eigenschappen van ruimten, hebben wij twee methoden aangewend.

Bij de eerste, welke wij „de stootproef” noemden, wordt als zender een klein pistool gebruikt, waaruit een schot gelost wordt. Als ontvanger wordt een Reisz-Microfoon met een weerstandsversterker en een Siemens-Oscillograaf gebruikt. Het oscillogram geeft weer den geluidsdruk ter plaatse waar de microfoon is opgesteld, als functie van den tijd.

Een bijzonder leerrijk voorbeeld is een opname die wij in de groote gehoorzaal van ons instituut gemaakt hebben. Zooals uit fig. 1 is te zien, is de gehoorzaal een in amphitheater-vorm gebouwde ruimte, waarvan fig. 2 een doorsnede voorstelt.

Fig. 3a<sup>1)</sup> stelt een oscillogram voor, dat verkregen werd als het pistool en de microfoon bij a opgesteld waren.

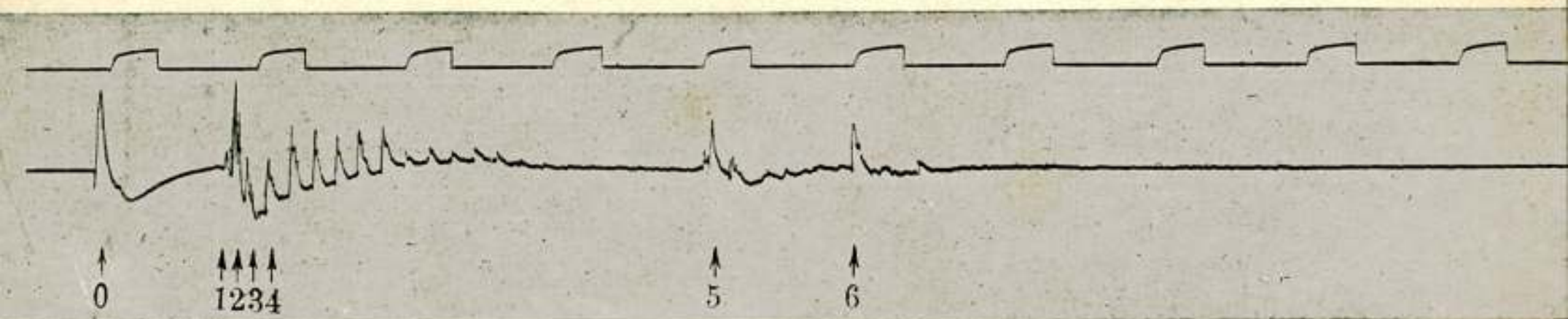


Figuur 2

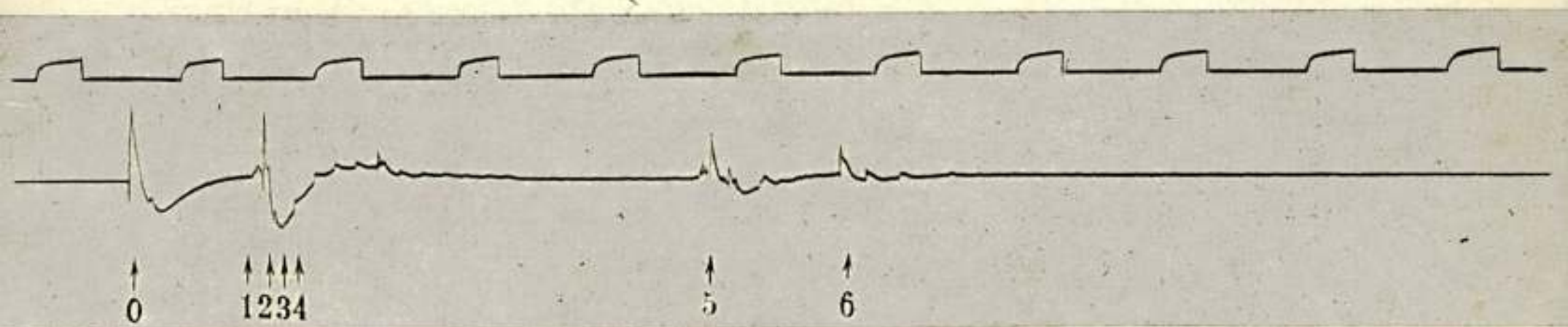
Daaruit ziet men zeer duidelijk na het directe schot de reflectie tegen den voorsten bank, die iets verstoord is door de reflectie tegen den vloer. Verder vertoont het oscillogram, met steeds afnemende intensiteit, de reflecties tegen de verschillende banken en ten slotte de reflectie tegen de galerij, welke laatste tamelijk sterk verstoord wordt door reflecties tegen den zolder. Als de gehoorzaal gevuld was, dus niet leeg, zooals bij fig. 3a, dan nam het daarbij hoorende oscillogram de vorm van 3b aan. De reflecties tegen de banken, afgezien van die tegen den voorkant der eerste banken, zijn door de op de banken zittende studenten verstoord.

Verder is alles blijkbaar onveranderd gebleven. Deze stootproef is zeer gemakkelijk wanneer het er om gaat de plaats van een reflecteerend vlak vast te stellen. Men kan in een oscillogram tijds-intervallen van  $\frac{1}{300}$  sec. zeer gemakkelijk aflezen.

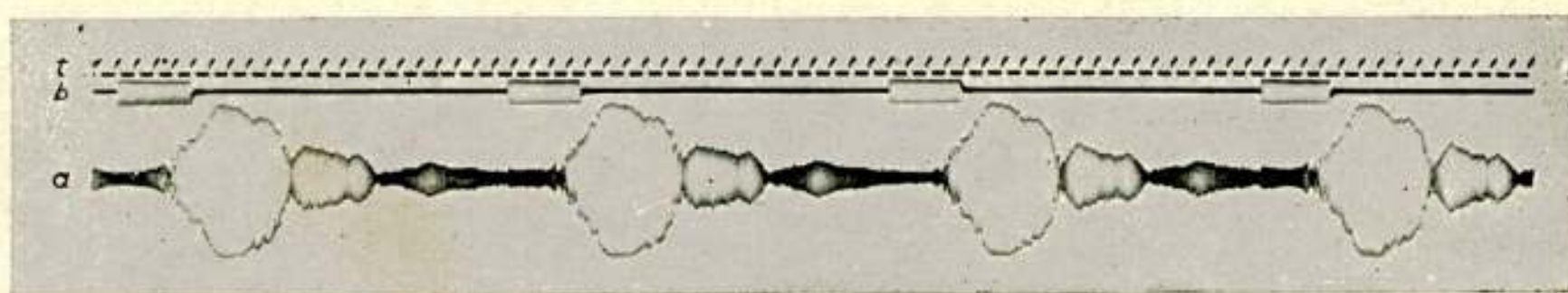
<sup>1)</sup> De tijds-indices boven de krommen komen overeen met  $\frac{1}{32}$  sec.



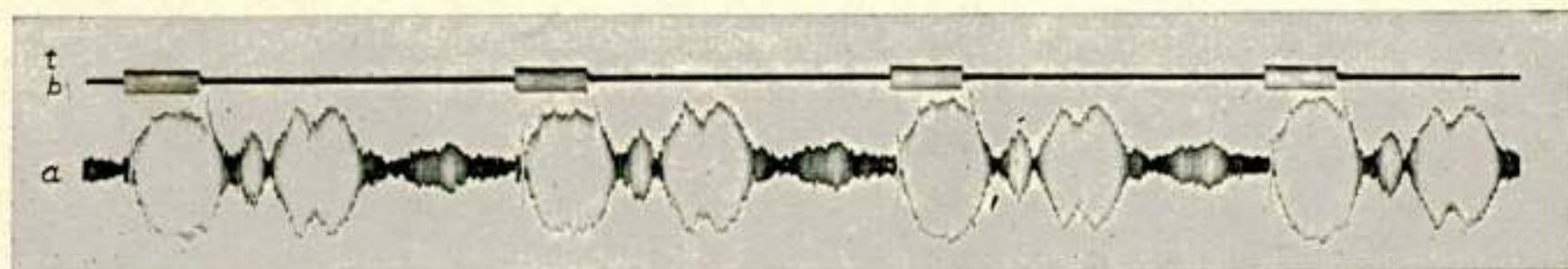
Figuur 3a



Figuur 3b



Figuur 7. 1



Figuur 7. 2

Dit beteekent een nauwkeurigheid van c.a.  $\frac{1}{2}$  M. bij de bepaling van den afstand van een reflecteerend vlak.

Komen meerdere oppervlakken, die op denzelfden afstand gelegen zijn, in aanmerking, dan kan de lengte van de inderdaad reflecteerende vlakken, door gebruik te maken van het tamelijk scherpe richteffect van het pistool, gemakkelijk bepaald worden.

De tweede methode is de „toonproef”. Een lampgenerator met luidspreker en een onderbreker zendt met geregelde intervallen groepen van tonen uit. De opname van de geluidsdrukkromme op een of andere plaats der ruimte geschiedt op dezelfde wijze als bij de stootproef. Fig. 4<sup>1)</sup>, 1a en 2a vertoonen deze opnamen en wel voor respectievelijk een zeer goede en een zeer slechte acoustiek. De krommen 4, 1b en 2b stellen het stroomverloop in den luidspreker als functie van den tijd voor.

Deze opnamen geven ons, indien zij op verschillende plaatsen van de te onderzoeken ruimte en met verschillende frequenties gemaakt worden, een tamelijk goed beeld van de verstaanbaarheid. Zij zijn evenwel niet geschikt, om bij een slechte acoustiek de plaats der reflecteerende vlakken te bepalen.

## II. VOORBEELDEN

Wij zullen aan de hand van een aantal voorbeelden de methoden, de resultaten en de gevolgtrekkingen, die daaruit gemaakt kunnen worden, behandelen.

1. De kromme 1 van fig. 4 is het resultaat van de toonproef, gedaan in de studio van den omroepzender te München. Het oscillogram vertoont ons de goede acoustische eigenschappen van deze ruimte. De geluidsdrukkromme geeft, afgezien van een onmiddellijk na het directe geluid volgende zwakke reflectie, een tamelijk juist beeld van het stroomverloop in den luidspreker en dientengevolge van de directe geluidsgolf.

2. De kromme 2 van fig. 4 werd verkregen in een portaal van de Technische Hoogeschool. In het oscillogram zijn de toongroepen nog maar nauwelijks te onderscheiden. Dit komt ook overeen met de subjectieve ervaring; men hoorde n.l. slechts een algemeenen galm en zoo goed als geen spoor van toongroepen.

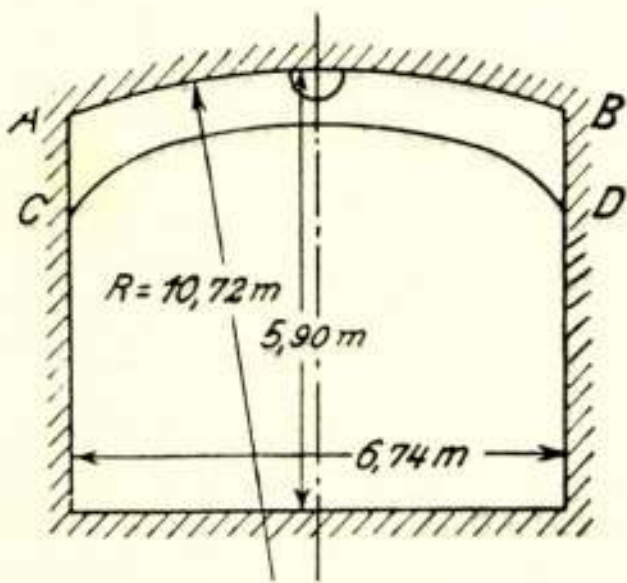
De nagalm duurde meerdere seconden — een teeken, dat zeer zwak gedempte reflecties aanwezig moesten zijn.

De stootproef toonde aan (verg. de doorsnede van fig. 5a), dat in de eerste plaats de reflecties tegen de gewelfde zoldering

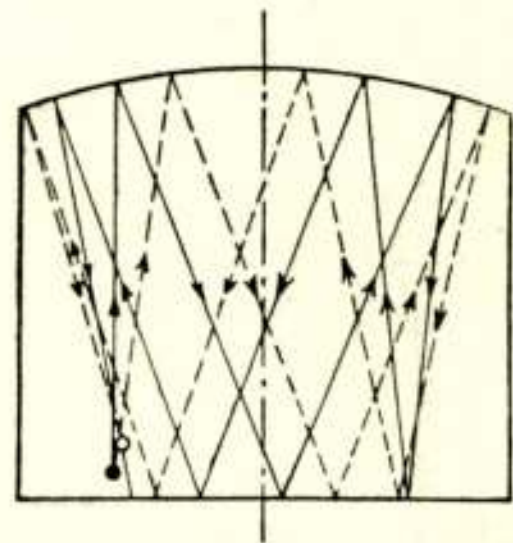
<sup>1)</sup> De t beteekenen tijds intervallen van  $\frac{1}{32}$  sec.

daaraan schuld zijn, maar ten deele ook die tegen de holle lijst, welke bij de verschillende wanden den overgang tusschen deze en den zolder vormt. Verder is de steenen vloer daaraan schuldig, terwijl de zijwanden niet in dezelfde mate een schadelijke werking vertoonen. In werkelijkheid gaan de geluidsgolven gedurende langen tijd tusschen zolder en vloer heen en weer. Nu ligt het voor de hand om dit heen en weer gaan van de geluidsgolven te onderbreken door den vloer met een sterk geluid-absorbeerend materiaal te bedekken.

Wij gebruikten daarvoor een kleed van een goedkoop soort molton. Kromme 3 van fig. 4 vertoont ons het resultaat. De acoustiek is door dezen voorzorgsmaatregel bijna evenzoo goed



Figuur 5a



Figuur 5b

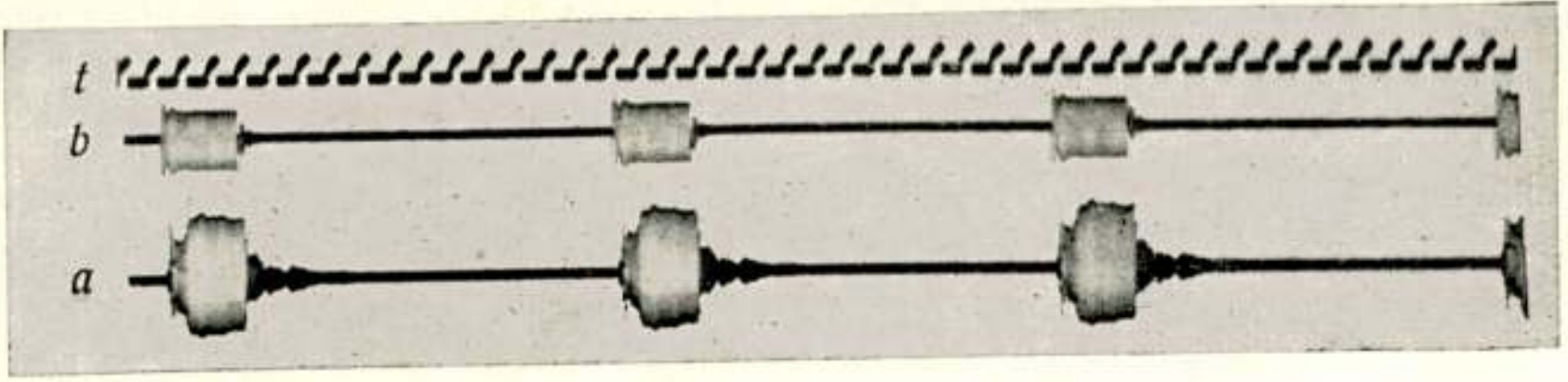
geworden als die van den omroepzender te München (Kromme 1 van fig. 4).

Stelt men den zender op een andere plaats dan het midden van de ruimte op, dan wordt de loop der geluidsgolven welke tegen den zolder gereflecteerd worden als in fig. 5b geteekend. De golven worden dus in een tegenpunt op den vloer geconcentreerd. Bedekt men dit tegenpunt met een stuk molton ten grootte van 2 bij 2 meter, dan is de werking op deze bepaalde plaats van den luidspreker bijna precies dezelfde als op welke onverschillige plaats ook, indien de geheele vloer met molton bedekt zou zijn (verg. Kromme 3 van fig. 4).

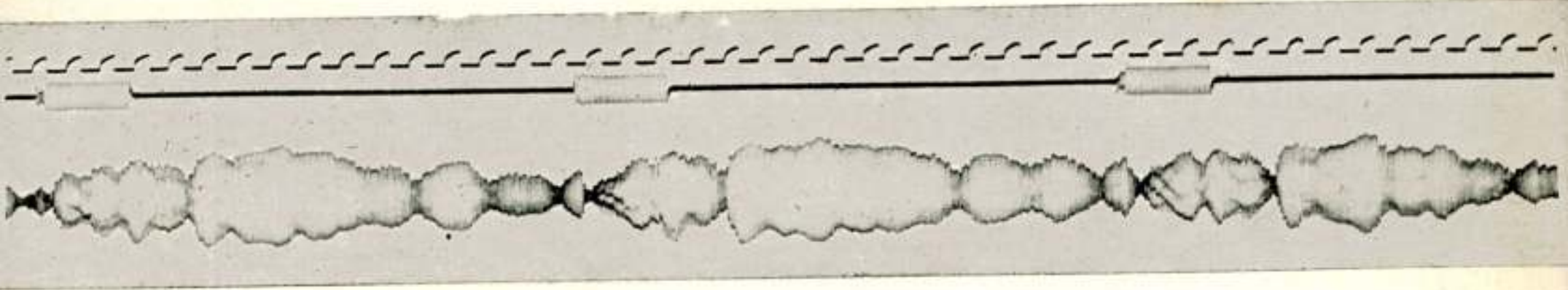
### 3. De Aula in Freiburg.

Een in Duitschland zeer bekend voorbeeld van slechte acoustiek geeft de Aula van de Universiteit in Freiburg, in welke Aula festiviteiten en feestredevoeringen gehouden worden. Fig. 6 vertoont de doorsnede daarvan. De horizontale doorsnede vormt een ellips. Aan de tegenover den spreker liggende zijde (bij e fig. 6) loopt deze zaal uit in een zijgang (f). Achter den

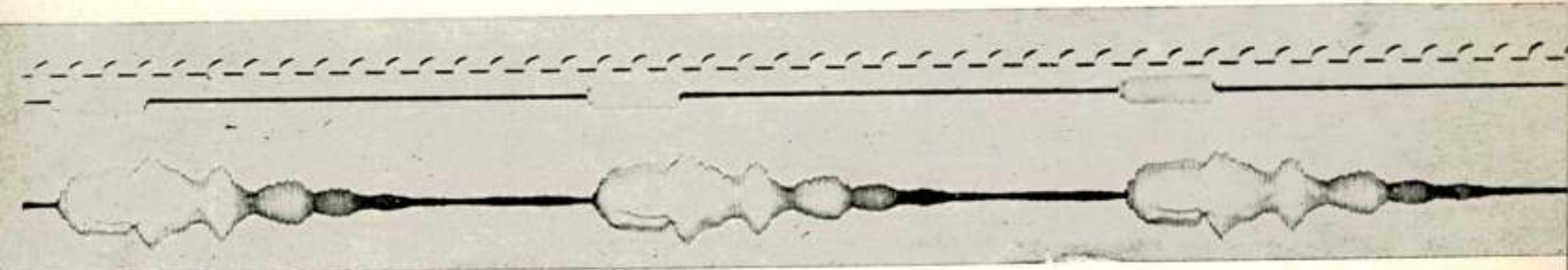




Figuur 4, 1



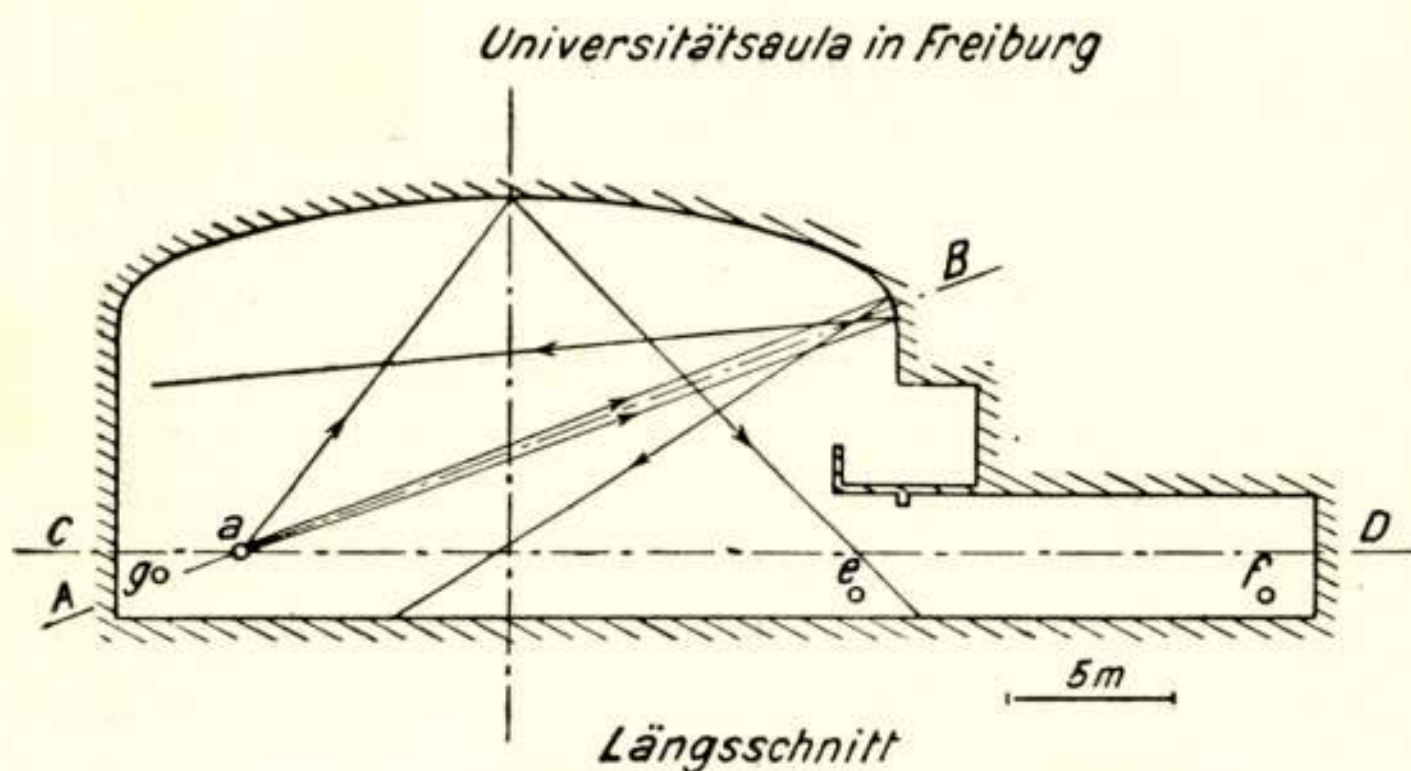
Figuur 4, 2



Figuur 4, 3

spreker (a) zitten bij feestelijke gelegenheden de professoren, vóór hem de eeregasten en nog verder weg de overige toehoorders. Juist op de plaats waar de Professoren en de eeregasten gezeten zijn, wordt de acoustiek door een zeer sterke echo, die een tijdsverschil van ongeveer  $\frac{1}{5}$  sec. heeft, nagenoeg ondragelijk.

Ondanks den korten afstand, tusschen den spreker en deze toehoorders, is de eerste niet te verstaan, terwijl de acoustiek op grooteren afstand behoorlijk is. De kromme 2a van fig. 7 ver- toont het oscillogram op de plaats g van fig. 6 (plaats der Professoren) en kromme 1 fig. 7 het oscillogram dat op de plaats e, d.w.z. aan de vóór den spreker gelegen zijde der zaal, opgenomen werd. Op het eerste ziet men de echo zeer



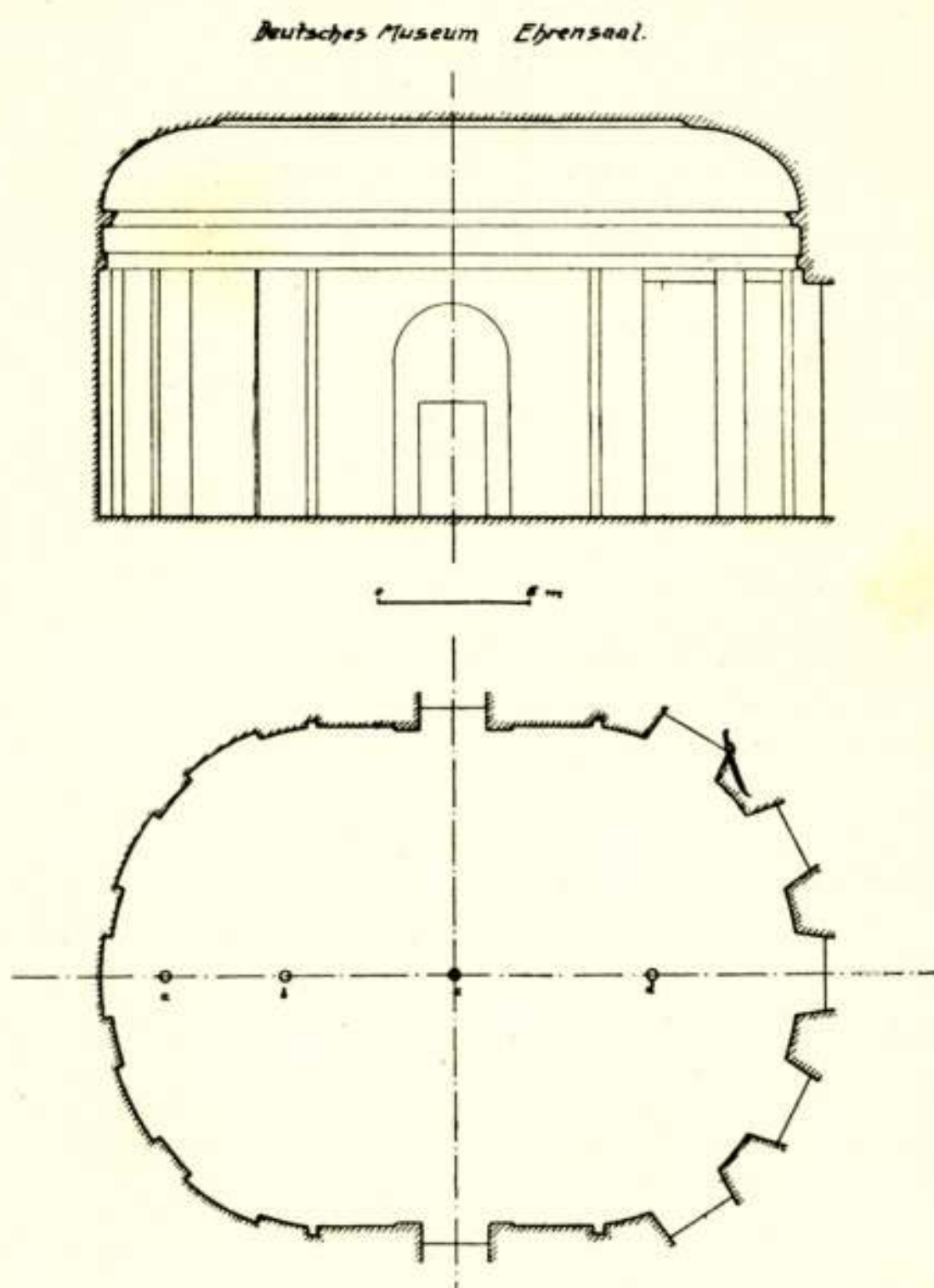
Figuur 6

duidelijk. Uit de stootproef bleek, zonder eenigen twijfel, dat het reflecteerende vlak, dat voor de echo verantwoordelijk was, de tegenover den spreker gelegen holle lijst van fig. 6 is. In fig. 6 zijn de geluidsstralen ingetekend. Het is daaruit, zonder meer, te begrijpen dat het echo-effect tot op een betrekkelijk kleinen sector beperkt is en wel in die waar de professoren en de eeregasten gezeten zijn. Er blijft geen twijfel over dat de acoustiek in deze Aula zich zeer zou laten verbeteren, indien men de holle lijst met een goed absorbeerende stof zou behangen.

#### 4. Eerezaal van het Duitsch Museum.

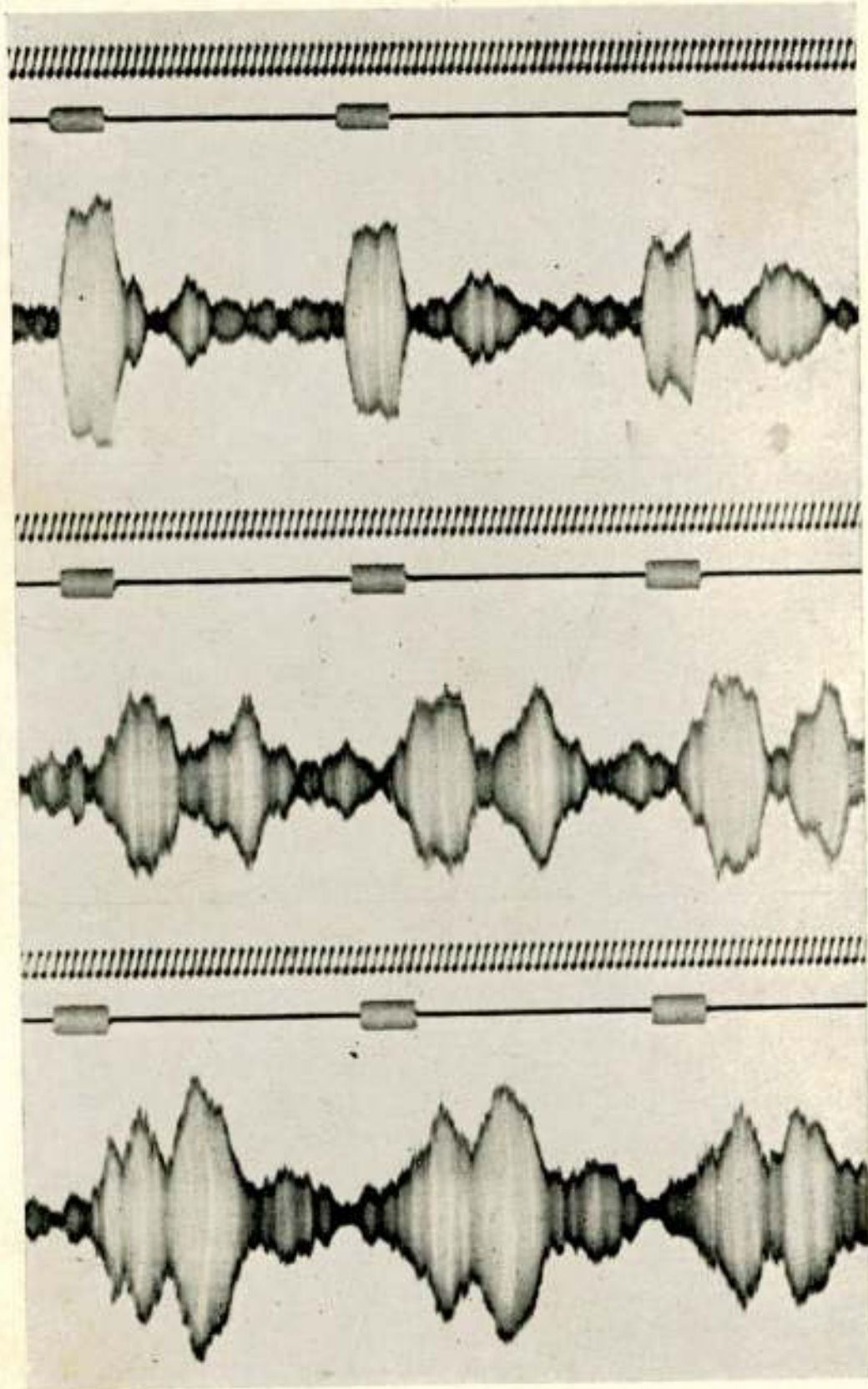
In fig. 8 (z.o.z.) is de plattegrond en de doorsnede van de eerezaal weergegeven. De verhoudingen zijn vrijwel gelijk aan die van de Freiburger Aula. De acoustiek is ook hier slecht, doch — in tegenstelling met het geval te Freiburg — slechts in de eene helft

van de ruimte (ongeveer bij d fig. 8), waar zich de vensters bevinden, en welke tegenover den spreker gelegen is. Ook hier heeft wederom de echo schuld aan de slechte acoustiek van de eene helft der ruimte; hetgeen blijkt uit het oscillogram fig. 9.



Figuur 8

Het echo-effect, is ook in de nabijheid van den spreker bij b (bovenste kromme van fig. 9) aanwezig, doch is zeer zwak in vergelijking met het directe geluid. In het midden van fig. 8 bij c, de middelste kromme van fig. 9, treedt het effect eveneens reeds storend op. De stootproef toont aan dat het vlak, hetwelk de echo veroorzaakt, de wand aan den vensterkant is. Deze werkt voor (van den spreker uitgaande en ook door de zijwanden gereflecteerde) geluidsgolven nagenoeg als een cylinder spiegel. De echo's worden meer storend, naarmate men zich meer van den spreker verwijderd. Het lag voor de hand, deze echo daardoor zooveel mogelijk te verminderen, dat men de



Figuur 9

wanden tusschen de vensters (zooals bij de laatste reeds het geval was) met geluid-absorbeerende stof behing.

Nadat voorloopige proeven, welke met een goedkoop soort molton uitgevoerd waren de doelmatigheid van dezen voorzorgsmaatregel bewezen hadden, werden door het Museumbestuur gordijnen aangebracht, die zoo uitgekozen werden dat zij niet storend werkten op de architectuur van den zaal. De acoustiek is door dezen eenvoudigen voorzorgsmaatregel zoozeer verbeterd dat men nu in de geheele ruimte als het ware ieder woord kan verstaan. Dit geldt natuurlijk slechts voor het geval dat de spreker zich op de normale plaats a in fig. 8 bevindt. Wanneer men bij wijze van proef den spreker zou opstellen op een plaats die ten opzichte van a symmetrisch gelegen is, (tegenover d in fig 8) dan zou de acoustiek (weliswaar hoofdzakelijk in de helft, OB), ook bij gesloten gordijnen, bijna evenzoo slecht blijven als voorheen.

### ALGEMEENE BESCHOUWINGEN

1. Uit het tot dusver aangevoerde zal men tot de conclusie kunnen komen dat slechte acoustiek van ruimten in het algemeen door reflectie veroorzaakt wordt. Dit is dan ook in verreweg de meeste gevallen juist. De acoustiek is niet slecht omdat men te weinig, doch omdat men te veel hoort. Zooals bekend, werken reflecties (Echo's), die met een tijdsverschil van meer dan  $\frac{1}{10}$ — $\frac{1}{5}$  seconde na het directe geluid aankomen, in het algemeen zeer storend. Daarbij is het tamelijk onverschillig, of deze echo's aan een daarvoor gunstig gelegen vlak (10—15 meter), of door meerdere reflecties aan vele dichterbij gelegen, in geringe mate absorbeerende vlakken tot stand komen. Dientengevolge kunnen ook zeer kleine ruimten, als de wanden daarvan zeer weinig absorbeeren, een zeer slechte acoustiek hebben.

Een buitengewone situatie hebben wij in het waterreservoir van het Walchensee-Werk ontdekt en onderzocht. De reflecties zijn aldaar zoo weinig gedempt, dat b.v. de z.g. nagalm 15—20 seconden duurt. Van een gesprek verstaat men zelfs op zeer geringen afstand van den spreker slechts dat gedeelte, dat vòòr het aankomen der eerste reflectie het oor treft (een of twee lettergrepen) en dan verder niets meer. Als men de drie tonen van een drieklank achter elkaar zingt, dan hoort men gedurende c.a. 15—20 sec. het geheele accoord. Het is alsof een mannenzangkoor zingt. Verandert men den toon van een lampgenerator

plotseling een weinig, dan hoort men gedurende 15—20 sec. nog een zweving.

2. Het zou echter onjuist zijn uit den slechten invloed, welke reflecties in vele gevallen hebben, de conclusie te trekken, dat het ideaal een ruimte met volkomen absorbeerende wanden zou zijn. Men moet zich te dien opzichte wel rekenschap geven van het feit, dat men op die wijze in het beste geval een toestand zou bereiken, overeenkomende met die welke men bij het spreken in de openlucht heeft, dus alsof zoowel boven als opzij, reflecteerende wanden totaal afwezig zijn en waar dan de reflectie tegen den bodem voor het publiek praktisch onmerkbaar wordt. Zooals bekend, kan men daar den spreker reeds op betrekkelijk korten afstand moeielijk verstaan. De acoustiek is in dat geval slecht; niet omdat men te veel, maar omdat men te weinig hoort.

Het voordeel der reflecties, wanneer deze met een klein tijdsverschil ten opzichte van het directe geluid het oor treffen (b.v. wanneer de spreker voor een weinig absorbeerenden muur of nis staat,) is, dat dan juist de intensiteit zeer veel versterkt wordt. Bovendien wordt door de reflecties in een zaal, de intensiteits-verdeeling, tenminste in een niet te groote ruimte, veel minder ongelijkvormig als in de vrije ruimte, waar deze in ieder geval met het kwadraat van den afstand afneemt.

Het middel om de reflecties praktisch te vernietigen, en daardoor de verstaanbaarheid zoo goed mogelijk te maken, kan men zich dientengevolge slechts dan veroorloven, als een verlies aan intensiteit geen schade doet; hetgeen in de werkelijkheid bij studio's van omroepstations het geval is.

Een goed hulpmiddel om de acoustiek aan de plaatselijke eischen aan te passen, lijkt op de methode, welke de fotograaf in zijn atelier voor de regeling van het licht toepast. Men brengt n.l. verschuifbare en samentrekbare gordijnen aan, die in ruime mate een regeling van de absorptie-verhoudingen van de wanden veroorloven.

3. Een belangrijk vraagstuk van de ruimte-acoustiek is de verbetering van de verstaanbaarheid in bestaande ruimten. Dit vraagstuk laat zich natuurlijk slechts dan oplossen, indien men bij het onderzoek naar de eventueele slechte verstaanbaarheid tevens de oorzaken daarvan heeft kunnen vaststellen.

Hoe eenvoudig de middelen tot verbetering van de acoustiek kunnen zijn, toonden ons de hierboven genoemde voorbeelden. Helaas is de toepassing van zulke eenvoudige middelen niet

altijd mogelijk. Het vraagstuk wordt in bijna alle gevallen eenvoudiger, wanneer de acoustiek alleen voor een bepaalde plaats van de geluidsbron (den spreker) verbeterd moet worden, (verg. bl. 76).

Praktisch hebben dan ook niet alleen in kerken, doch ook in zalen, waar voordrachten gehouden worden, de sprekers een vaste plaats. Het kan echter ook voorkomen dat reeds een zeer belangrijke verbetering van de acoustiek optreedt, als men de plaats van den spreker gunstiger kiest.

4. Het einddoel van de ruimteacoustiek moet natuurlijk zijn, dat men reeds vooraf uit de bouwplannen kan zeggen, welke acoustische verhoudingen te verwachten zijn, resp. welke veranderingen in het plan moeten gemaakt worden teneinde een goede acoustiek te verkrijgen. Dit vraagstuk is slechts dan op bevredigende wijze op te lossen, als de Architect en de Physicus samenwerken. Voorwaarde is, dat tot den Architect de overtuiging doordringt, dat de acoustiek van een zaal, welke voor redevoeringen bestemd is, minstens van evenveel belang is als het uiterlijk, en dat hij bereid is zijn architectonische opvatting, aan de acoustische eischen te doen aanpassen.

Inderdaad is in deze richting reeds veel tot stand gekomen.

Indien de studie van de ruimte-acoustiek welke vroeger als een hopelooze beschouwd werd, wederom nieuw leven gekregen en tot bruikbare resultaten geleid heeft, dan is dit zeker te danken aan de vele verdiensten welke de draadlooze telegrafie zich ook buiten haar eigen terrein verworven heeft.

# REFLECTIE VAN ELECTROMAGNETISCHE GOLVEN AAN MEDIA MET VERANDERLIJKE DIËLECTRISCHE CONSTANTE

door

G. J. ELIAS en C. Th. F. VAN DER WIJCK

1. We onderstellen, dat de diëlectrische constante in eene bepaalde richting, die we als  $Z$ -as aannemen, verandert, zoodat in vlakken loodrecht op deze as de genoemde grootheid dezelfde waarde heeft. Er zijn nu twee gevallen te onderscheiden, n.l. dat òf de magnetische òf de electriche kracht evenwijdig is aan het  $X Y$ -vlak. Noemen we de richting van deze vectoren telkens de  $X$ -as, dan zijn in

$$\text{geval I: } H_x, F_z, F_y \neq 0$$

$$\text{geval II: } F_x, H_z, H_y \neq 0$$

De componenten van de electriche kracht zijn met  $F_x, F_y, F_z$ , die van de magnetische kracht met  $H_x, H_y, H_z$  aangeduid. Het meest algemeene geval kan altijd als eene superpositie van geval I en geval II beschouwd worden.

De vergelijkingen van Maxwell geven nu voor geval I

$$-\frac{\partial H_x}{\partial y} = \frac{\varepsilon}{c} \frac{\partial F_z}{\partial t} + \frac{4\pi g}{c} F_z = P \cdot F_z, \quad \frac{\partial H_x}{\partial z} = P \cdot F_y$$

$$\text{waarin } P = \frac{4\pi}{c} \left( g + \frac{i\varepsilon\omega}{4\pi} \right).$$

$$\frac{\partial F_z}{\partial y} - \frac{\partial F_y}{\partial z} = Q, H_x, \text{ als } Q = -\frac{i\omega\mu}{c}.$$

Hierin stellen voor:  $\varepsilon$  de diëlectrische constante,  $g$  het geleidingsvermogen,  $\mu$  de permeabiliteit,  $c$  de lichtsnelheid,  $\omega$  de



hoekfrequentie van de verschillende met den tijd veranderlijke grootheden, die evenredig met  $e^{i\omega t}$  zijn ondersteld.

Eliminatie van  $F_y$  en  $F_z$  geeft

$$\frac{\partial}{\partial y} \left( \frac{I}{P} \frac{\partial H_x}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left( \frac{I}{P} \frac{\partial H_x}{\partial z} \right) + Q H_x = 0.$$

Op dezelfde wijze geeft geval II

$$\frac{\partial F_x}{\partial z} = Q \cdot H_y, \quad -\frac{\partial F_x}{\partial y} = Q \cdot H_z$$

$$\frac{\partial H_z}{\partial y} - \frac{\partial H_y}{\partial z} = P \cdot F_x.$$

Eliminatie van  $H_y$  en  $H_z$  geeft

$$\frac{\partial}{\partial y} \left( \frac{I}{Q} \frac{\partial F_x}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left( \frac{I}{Q} \frac{\partial F_x}{\partial z} \right) + P F_x = 0.$$

Onderstellen we, dat  $\mu$  niet verandert met de coördinaten, dan is

$$\frac{\partial^2 F_x}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 F_x}{\partial z^2} + P \cdot Q \cdot F_x = 0.$$

Nemen we aan  $\varepsilon = e^{-kz}$ ,  $g = 0$ ,  $\mu = 1$ . Bij deze veranderlijkheid van  $\varepsilon$  zullen we, teneinde eenigszins in overeenstemming met de werkelijkheid te blijven, het medium begrenzen door het vlak  $z = 0$ , aannemende, dat bovengenoemde waarde van  $\varepsilon$  geldt voor  $z > 0$ , terwijl we voor  $z < 0$  onderstellen  $\varepsilon = 1$ .

2. Voor het eerste geval wordt dan, aangezien

$$P = \frac{i\omega}{c} e^{-kz}, \quad Q = -\frac{i\omega}{c},$$

$$\frac{\partial^2 H_x}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 H_x}{\partial z^2} + k \frac{\partial H_x}{\partial z} + \frac{\omega^2}{c^2} e^{-kz} \cdot H_x = 0$$

Stellen we nu

$$H_x = H_1 e^{-\frac{i\omega}{c} y \sin \varphi_0},$$

welke onderstelling bij de voorstelling van het verschijnsel door middel van „stralen” voor de richting hiervan, in overeenstem-

ming met de brekingswet, een hoek  $\varphi$  met de  $z$ -as geeft, die bepaald is door  $\sin \varphi = \frac{I}{\sqrt{\varepsilon}} \sin \varphi_0$ , waarin  $\varphi_0$  de hoek met de  $z$ -as is voor  $z = 0$ .

Dit invoerende verkrijgen we als vergelijking voor  $H_1$

$$\frac{d^2 H_1}{dz^2} + k \frac{d H_1}{dz} + \frac{\omega^2}{c^2} \left( e^{-kz} - \sin^2 \varphi_0 \right) H_1 = 0.$$

Als nieuwe veranderlijke voeren we in plaats van  $z$  in de grootheid  $e^{-\frac{kz}{2}} = v$ , hetgeen geeft

$$\frac{d^2 H_1}{dv^2} - \frac{1}{v} \frac{d H_1}{dv} + \frac{4 \omega^2}{k^2 c^2} \left( 1 - \frac{\sin^2 \varphi_0}{v^2} \right) H_1 = 0.$$

Voeren we verder in

$$H_1 = v \cdot t, \quad \frac{2 \omega}{k c} v = w, \quad \text{dan komt er}$$

$$\frac{d^2 t}{dw^2} + \frac{1}{w} \frac{dt}{dw} + t \left[ 1 - \frac{1}{w^2} \left( 1 + \frac{4 \omega^2}{k^2 c^2} \sin^2 \varphi_0 \right) \right] = 0,$$

de bekende differentiaalvergelijking van Bessel.

Hiervan is de oplossing

$$t = A_1 I_\nu(w) + B_1 I_{-\nu}(w), \quad \text{waarin } \nu = \sqrt{1 + \frac{4 \omega^2}{k^2 c^2} \sin^2 \varphi_0},$$

zoodat

$$H_1 = A_1 e^{-\frac{kz}{2}} I_\nu \left( \frac{2 \omega}{k c} e^{-\frac{kz}{2}} \right) + B_1 e^{-\frac{kz}{2}} I_{-\nu} \left( \frac{2 \omega}{k c} e^{-\frac{kz}{2}} \right).$$

De constante  $B_1$  moet nul zijn, aangezien de functie

$e^{-\frac{kz}{2}} I_{-\nu} \left( \frac{2 \omega}{k c} e^{-\frac{kz}{2}} \right)$  oneindig groot wordt, wanneer  $z$  onbepaald

toeneemt. Derhalve verkrijgen we

$$H_x = A_1 e^{-\frac{kz}{2}} I_\nu \left( \frac{2 \omega}{k c} e^{-\frac{kz}{2}} \right) \cdot e^{-\frac{i \omega}{c} y \sin \varphi_0}$$

Door differentiatie wordt hieruit verkregen

$$F_y = \frac{c}{i\omega} e^{kz} \frac{\partial H_x}{\partial z} = \frac{ic k}{2\omega} A_1 e^{\frac{kz}{2}} \left[ I_\nu \left( \frac{2\omega}{kc} e^{-\frac{kz}{2}} \right) + \right. \\ \left. + \frac{\omega}{kc} e^{-\frac{kz}{2}} \left\{ I_{\nu-1} \left( \frac{2\omega}{kc} e^{-\frac{kz}{2}} \right) - I_{\nu+1} \left( \frac{2\omega}{kc} e^{-\frac{kz}{2}} \right) \right\} \right] e^{-\frac{i\omega}{c} y \sin \varphi_0}$$

Voor  $z = 0$  wordt

$$H_x = A_1 I_\nu \left( \frac{z\omega}{kc} \right) \cdot e^{-\frac{i\omega}{c} y \sin \varphi_0} \\ F_y = \frac{ic k}{2\omega} \cdot A_1 \left[ I_\nu \left( \frac{2\omega}{kc} \right) + \frac{\omega}{kc} \left\{ I_{\nu-1} \left( \frac{2\omega}{kc} \right) - \right. \right. \\ \left. \left. - I_{\nu+1} \left( \frac{2\omega}{kc} \right) \right\} \right] \cdot e^{-\frac{i\omega}{c} y \sin \varphi_0}$$

Nemen we nu aan, dat het medium voor  $z < 0$  homogeen is met  $\varepsilon = 1$ , dan kunnen we hier stellen

$$H_{xi} = B e^{-iz \frac{\omega}{c} \cos \varphi_0 - iy \frac{\omega}{c} \sin \varphi_0},$$

$$F_{yi} = -B \cos \varphi_0 \cdot e^{-iz \frac{\omega}{c} \cos \varphi_0 - iy \frac{\omega}{c} \sin \varphi_0}$$

$$H_{xr} = C e^{iz \frac{\omega}{c} \cos \varphi_0 - iy \frac{\omega}{c} \sin \varphi_0},$$

$$F_{yr} = C \cos \varphi_0 e^{iz \frac{\omega}{c} \cos \varphi_0 - iy \frac{\omega}{c} \sin \varphi_0}$$

waarbij de indices  $i$  en  $r$  bij de veldcomponenten resp. betrekking hebben op de invallende en de teruggekaatste verstoring. Voor  $z = 0$  moet de som dezer veldcomponenten telkens gelijk zijn aan de overeenkomstige veldcomponent in het eerste medium. Dit geeft als voorwaarden ter bepaling van  $B$  en  $C$

$$B + C = A_1 I_\nu \left( \frac{2\omega}{kc} \right).$$

$$(-B + C) \cos \varphi_0 = \frac{ic k}{2\omega} A_1 \left[ I_\nu \left( \frac{2\omega}{kc} \right) + \frac{\omega}{kc} \left\{ I_{\nu-1} \left( \frac{2\omega}{kc} \right) - \right. \right. \\ \left. \left. - I_{\nu+1} \left( \frac{2\omega}{kc} \right) \right\} \right].$$

Stellen we

$$\frac{I_\nu \left( \frac{2\omega}{kc} \right)}{\frac{ick}{2\omega} \left[ I_\nu \left( \frac{2\omega}{kc} \right) + \frac{\omega}{kc} \left\{ I_{\nu-1} \left( \frac{2\omega}{kc} \right) - I_{\nu+1} \left( \frac{2\omega}{kc} \right) \right\} \right]} = -iN,$$

waarin  $N$  reëel is, dan komt er

$$C = -B \frac{I - iN \cos \varphi_0}{I + iN \cos \varphi_0}, \text{ zoodat } |C| = |B|,$$

de amplitude van de gereflecteerde verstoring is dus gelijk aan die van de invallende. hetgeen ook te verwachten was, aangezien er geen energie gedissipeerd wordt, terwijl voor het phaseverschil van beide verstoringen geldt

$$\operatorname{tg} \psi = - \frac{2N \cos \varphi_0}{I - N^2 \cos^2 \varphi_0}.$$

Het is gemakkelijk in te zien, dat voor  $k = \infty$ , hetgeen zou overeenkomen met eene discontinue verandering van  $\varepsilon$  van  $I$  op  $0$ ,  $N = 0$  wordt en  $C = B$ , dus het phaseverschil gelijk aan  $\pi$ .

3. Voor het tweede geval ( $F_x, H_y, H_z \neq 0$ ) verkrijgen we met  $\varepsilon = e^{-kz}$ ,  $g = 0$ ,  $\mu = I$  de differentiaalvergelijking

$$\frac{\partial^2 F_x}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 F_x}{\partial z^2} + \frac{\omega^2 - kz}{c^2} e^{-kz} \cdot F_x = 0.$$

Stellen wij weer, evenals in het vorige geval

$$F_x = F_1 \cdot e^{-i\gamma \frac{\omega}{c} \sin \varphi_0 z}, \text{ dan komt er}$$

$$\frac{d^2 F_1}{dz^2} + \frac{\omega^2}{c^2} F_1 \left( e^{-kz} - \sin^2 \varphi_0 \right) = 0.$$

Substitueeren wij hierin  $w = \frac{2\omega}{kc} e^{-\frac{kz}{2}}$ , dan komt er

$$\frac{d^2 F_1}{dw^2} + \frac{I}{w} \frac{dF_1}{dw} + F_1 \left( I - \frac{4\omega^2 \sin^2 \varphi_0}{k^2 c^2 w^2} \right) = 0,$$

hetgeen weer de vergelijking van Bessel is. Hieraan voldoet

$$F_1 = A_1 I_\nu \left( \frac{2\omega}{kc} e^{-\frac{kz}{2}} \right) + B_1 I_{-\nu} \left( \frac{2\omega}{kc} e^{-\frac{kz}{2}} \right),$$

waarin  $\nu = \frac{2\omega \sin \varphi_0}{kc}$ .

De constante  $B$  moet nul zijn, daar anders voor  $z = \infty$  de betreffende term oneindig groot zou worden. We verkrijgen dus

$$F_x = A_1 I_\nu \left( \frac{2\omega}{kc} e^{-\frac{kz}{2}} \right) \cdot e^{-\frac{i\omega}{c} y \sin \varphi_0}.$$

Door differentiatie ontstaat hieruit

$$H_y = -\frac{iA_1}{2} e^{-\frac{kz}{2}} \left[ I_{\nu-1} \left( \frac{2\omega}{kc} e^{-\frac{kz}{2}} \right) - I_{\nu+1} \left( \frac{2\omega}{kc} e^{-\frac{kz}{2}} \right) \right] \cdot e^{-\frac{i\omega}{c} y \sin \varphi_0}.$$

Nemen we nu, evenals in het vorige geval, aan, dat voor  $z < 0$  het medium homogeen is met  $\varepsilon = 1$  en onderstellen we hierin weer eene vlakke golfbeweging, waarvoor soortgelijke uitdrukkingen voor de veldcomponenten gelden als boven, namelijk

$$F_{xi} = B \cdot e^{-iz \frac{\omega}{c} \cos \varphi_0 - iy \frac{\omega}{c} \sin \varphi_0},$$

$$H_{yi} = B \cos \varphi_0 \cdot e^{-iz \frac{\omega}{c} \cos \varphi_0 - iy \frac{\omega}{c} \sin \varphi_0}$$

$$F_{xr} = C e^{iz \frac{\omega}{c} \cos \varphi_0 - iy \frac{\omega}{c} \sin \varphi_0},$$

$$H_{yr} = -C \cos \varphi_0 \cdot e^{iz \frac{\omega}{c} \cos \varphi_0 - iy \frac{\omega}{c} \sin \varphi_0},$$

dan volgt uit de continuïteit van  $F_x$  en  $H_y$  voor  $z = 0$

$$B + C = A_1 I_\nu \left( \frac{2\omega}{kc} \right)$$

$$(B - C) \cos \varphi_0 = -\frac{i}{2} A_1 \left[ I_{\nu-1} \left( \frac{2\omega}{kc} \right) - I_{\nu+1} \left( \frac{2\omega}{kc} \right) \right].$$

Hieruit wordt verkregen

$$C = B \frac{\cos \varphi_0 + i N}{\cos \varphi_0 - i N}, \text{ waarin } N = \frac{I_{\nu - 1} \left( \frac{2 \omega}{k c} \right) - I_{\nu + 1} \left( \frac{2 \omega}{k c} \right)}{2 I_{\nu} \left( \frac{2 \omega}{k c} \right)},$$

dus eene reële grootheid. Derhalve geldt weer  $|C| = |B|$ , hetgeen ook weer duidelijk is, aangezien er geen absorptie plaats heeft.

Voor  $k = \infty$  wordt  $C = B$ , daar dan  $N = 0$  wordt.

# REFLECTIE VAN ELECTROMAGNETISCHE GOLVEN AAN MEDIA MET VERANDERLIJK GELEIDINGSVER- MOGEN EN DIËLECTRISCHE CONSTATE

door

G. J. ELIAS <sup>1)</sup>

1. Evenals in de hieraan voorafgaande publicatie van G. J. Elias en C. Th. F. van der Wyck nemen we aan, dat de electriche constanten in de richting van de  $Z$ -as veranderlijk zijn. We kunnen weer twee gevallen onderscheiden, die we resp. als geval I ( $H_x, F_y, F_z \neq 0$ ) en geval II ( $F_x, H_y, H_z \neq 0$ ) zullen aanduiden.

Beschouwen we eerst geval I, waarbij we onderstellen

$$\varepsilon = \mu = 1, g = \frac{\omega}{4\pi} e^{kz}$$

Dan wordt  $P = \frac{\omega}{c} (e^{kz} + i)$ ,  $Q = -\frac{i\omega}{c}$  en verkrijgen we als differentiaalvergelijking voor  $H_x$  (zie boven bladz. 80).

$$\frac{\partial^2 H_x}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 H_x}{\partial z^2} - \frac{k e^{kz}}{e + i} \frac{\partial H_x}{\partial z} - \frac{i\omega^2}{c^2} (e^{kz} + i) H_x = 0.$$

---

<sup>1)</sup> Eerst na voltooiing van deze publicatie kwamen enkele publicaties, die zich met gelijksoortige problemen bezighouden, te mijner kennis, n.l.: Behrens, Math. Ann. **76**, p. 380, 1915; Jaffè en Dailidé. Ann. d. Phys. **2** p. 1, 1829; Hartree, Proc. Cambr. Philos. Soc. **25** p. 97, 1929. Echter verschilt het hier volgende zoowel in opzet als in wijze van behandeling aanzienlijk van de geciteerde publicaties, ofschoon, met name wat de publicatie van Behrens betreft, in sommige opzichten de probleemstelling veel algemeener is.

Stellen we weer

$$H_x = H_1 e^{-\frac{i\omega}{c} y \sin \varphi_0}, \text{ dan wordt verkregen}$$

$$\frac{d^2 H_1}{dz^2} - \frac{d H_1}{dz} \frac{k}{1 + i e^{-kz}} + \frac{\omega^2}{c^2} (\cos^2 \varphi_0 - i e^{kz}) H_1 = 0.$$

Stellen we hierin  $v^2 = -i e^{kz}$ , dan wordt de vergelijking

$$v^2 (1 + v^2) \frac{d^2 H_1}{dv^2} + v (1 - v^2) \frac{d H_1}{dv} + H_1 \cdot \frac{4 \omega^2}{c^2 k^2} (1 + v^2) \cdot (v^2 + \cos^2 \varphi_0) = 0.$$

Deze vergelijking bezit vier singuliere punten, n.l.  $0$ ,  $\infty$  en  $\pm i$ , waarvan  $0$  en  $\pm i$  regulair en  $\infty$  irregulair is. In  $0$  zijn de exponenten  $\pm \frac{2\omega i}{ck} \cos \varphi_0$ , in  $\pm i$   $0$  en  $2$ . We hebben eene oplossing noodig op de lijn van  $0$  naar  $(1-i)\infty$ , dus buiten de singuliere punten  $\pm i$ . Op deze lijn liggen dezelfde singuliere punten als die van de vergelijking van Bessel. n.l.  $0$  en  $\infty$ .

We trachten nu aan de vergelijking te voldoen door de reeks van Bessel'sche functies

$$H_1 = \sum_{q=0}^{\infty} \left[ a_{2q} I_{2q+a}(w) + b_{2q} I_{2q-a}(w) \right],$$

$$\text{waarin } w = \frac{2\omega}{ck} \cdot v, \text{ terwijl } a = \frac{2\omega i}{ck} \cos \varphi_0.$$

Bij invoering van de veranderlijke  $w$  wordt de vergelijking

$$w^2 \left( 1 + \frac{w^2}{p^2} \right) \frac{d^2 H_1}{dw^2} + w \left( 1 - \frac{w^2}{p^2} \right) \frac{d H_1}{dw} + \left( 1 + \frac{w^2}{p^2} \right) (w^2 - a^2) H_1 = 0,$$

$$\text{waarin } p = \frac{2\omega}{ck}.$$

In deze vergelijking voeren we bovenstaande reeks in, hetgeen geeft

$$\sum_{q=0}^{\infty} \left[ a_{2q} \left\{ w^2 \left( 1 + \frac{w^2}{p^2} \right) I''_{2q+a}(w) + w \left( 1 - \frac{w^2}{p^2} \right) I'_{2q+a}(w) + \left( 1 + \frac{w^2}{p^2} \right) \cdot (w^2 - a^2) I_{2q+a}(w) \right\} \right] = 0$$



voor de functies  $I_{2q+a}$  terwijl we voor de reeks met de functies  $I_{2q-a}$  eene dergelijke vergelijking verkrijgen.

Wordt in deze vergelijking gesubstitueerd uit de differentiaalvergelijking van Bessel

$$I''_{2q+a}(w) = -\frac{I}{w} I'_{2q+a}(w) - \left\{ 1 - \frac{(2q+a)^2}{w^2} \right\} I_{2q+a}(w),$$

vervolgens gedeeld door  $w^3$  en heeft daarna substitutie plaats van de recurrente betrekkingen

$$I'_{2q+a}(w) = \frac{I}{2} I_{2q+a-1}(w) - \frac{I}{2} I_{2q+a+1}(w)$$

$$\frac{I}{w} I_{2q+a}(w) = \frac{I}{2(2q+a)} \left[ I_{2q+a-1}(w) + I_{2q+a+1}(w) \right]$$

$$\begin{aligned} \frac{I}{w^3} I_{2q+a}(w) &= \frac{I}{2^3(2q+a)} \left[ \frac{I_{2q+a-3}(w)}{(2q+a-1)(2q+a-2)} + \right. \\ &+ \frac{3I_{2q+a-1}(w)}{(2q+a+1)(2q+a-2)} + \frac{3I_{2q+a+1}(w)}{(2q+a-1)(2q+a+2)} + \\ &\left. + \frac{I_{2q+a+3}(w)}{(2q+a+1)(2q+a+2)} \right], \end{aligned}$$

dan wordt ten slotte verkregen

$$\begin{aligned} \sum_{q=0}^{\infty} a_{2q} &\left[ \frac{I}{2} I_{2q+a+1}(w) - \frac{I}{2} I_{2q+a-1}(w) + \frac{q(q+a)}{2q+a} \left\{ I_{2q+a-1}(w) + \right. \right. \\ &+ \left. \left. I_{2q+a+1}(w) \right\} + \frac{q(q+a)p^2}{2^2(2q+a)} \left\{ \frac{I_{2q+a-3}(w)}{(2q+a-1)(2q+a-2)} + \right. \right. \\ &+ \frac{3I_{2q+a-1}(w)}{(2q+a+1)(2q+a-2)} + \frac{3I_{2q+a+1}(w)}{(2q+a-1)(2q+a+2)} + \\ &\left. \left. + \frac{I_{2q+a+3}(w)}{(2q+a+1)(2q+a+2)} \right\} \right] = 0. \end{aligned}$$

Voor de reeks met de functies  $I(w)$  en de coëfficiënten  $b_{2q}$  verkrijgen we eene dergelijke vergelijking. Aan deze vergelijkingen moet identiek voldaan zijn, hetgeen het geval is, wanneer de coëfficiënten van de Bessel'sche functies van elke orde gelijk nul zijn.

Hieruit volgt eene recurrente betrekking, die voor de coëfficiënten  $a_{2q}$  de volgende gedaante heeft:

$$\begin{aligned} & \frac{1}{2} a_{2q-2} - \frac{1}{2} a_{2q} + a_{2q} \frac{q(q+a)}{2q+a} + a_{2q-2} \frac{(q-1)(q-1+a)}{2q-2+a} + \\ & + a_{2q+2} \frac{(q+1)(q+1+a)p^2}{2^2(2q+2+a)(2q+1+a)(2q+a)} + \\ & + a_{2q} \frac{3q(q+a)p^2}{2^3(2q+a)(2q+a+1)(2q+a-2)} + \\ & + a_{2q-2} \frac{3(q-1)(q-1+a)p^2}{2^3(2q-2+a)(2q-3+a)(2q+a)} + \\ & + a_{2q-4} \frac{(q-2)(q-2+a)p^2}{2^3(2q-4+a)(2q-3+a)(2q-2+a)} = 0. \end{aligned}$$

Voor de coëfficiënten  $b_{2q}$  resulteert eene dergelijke betrekking, waarbij  $a$  door  $-a$  is vervangen.

Door in bovenstaande betrekking  $q$  achtereenvolgens de waarden  $0, 1, 2$  enz. te geven kunnen de coëfficiënten  $a_{2q}$  worden berekend voor  $q > 0$ , aangezien  $a_{-2} = a_{-4} = 0$  is, zoodat  $a_0$  nog de eenige onbekende coëfficiënt is. Op deze wijze wordt verkregen

$$\begin{aligned} a_2 &= a_0 \frac{2a(2+a)}{p^2} \\ a_4 &= -a_0 \frac{(4+a)(3+a)}{p^2} \left\{ \frac{2(3+2a)}{3+a} + \frac{2a^2}{p^2} \right\} \\ a_6 &= a_0 \frac{2^2(6+a)(5+a)(4+a)}{3p^2(3+a)} \left[ \frac{3\{2(3+2a)(4+a) - a(5+a)\}}{2(5+a)(4+a)} + \right. \\ & + \frac{(4+3a)(5+a)(3+a) + 3a^2(3+a)}{p^2(5+a)} - \\ & \left. - \frac{(4+3a)(3+a)a^2}{p^4} \right] \text{ enz.} \end{aligned}$$

Aangezien de quotiënten  $\frac{b_{2q}}{b_0}$  uit de quotiënten  $\frac{a_{2q}}{a_0}$  worden verkregen door  $a$  te veranderen in  $-a$  en  $a$  zuiver imaginair zijn, zoo zullen deze quotiënten onderling geconjugeerd complex zijn. Stellen we derhalve

$$a_{2q} = a_0 \cdot A_{2q} \cdot e^{i\varphi_{2q}}, \text{ zoo zal } b_{2q} = b_0 \cdot A_{2q} \cdot e^{-i\varphi_{2q}} \text{ zijn.}$$

Verder kunnen we uit de recurrente betrekking voor de coëfficiënten  $a_{2q}$  zien, dat, zoolang  $|2q + a| < p$ , de coëfficiënten  $a_{2q}$  van dezelfde orde van grootte zullen zijn, terwijl voor  $|2q + a| > p$  deze coëfficiënten snel in waarde zullen toenemen. Beteekent  $q_1$  een getal  $\gg p$ , dan zal tennaastebij zijn

$$a_{2q_1 + 2m} = (-1)^m \cdot a_{2q_1} \frac{q_1(q_1 + a)}{(q_1 + m)(q_1 + m + a)}.$$

$$\cdot \frac{\Gamma(2q_1 + 2m + a + 1) 2^{2m}}{\Gamma(2q_1 + a + 1) p^{2m}},$$

hetgeen wij vinden uit de overweging, dat voor  $q_1 \gg p$  en tevens  $q \gg 1$  bovenstaande recurrente betrekking tennaastebij zal overgaan in

$$a_{2q_1} \frac{q_1(q_1 + a)}{2q_1 + a} + a_{2q_1 + 2} \frac{(q_1 + a)(q_1 + 1 + a)p^2}{2^2(2q_1 + 2 + a)(2q_1 + 1 + a)(2q_1 + a)} = 0.$$

Andererzijds is voor  $q_1 \gg |w|$  en tevens  $q_1 \gg 1$

$${}_2 I_{2q_1 + a}(w) \sim \frac{e^{2q_1 + a - \frac{\pi i}{4}} \cdot w^{2q_1 + a}}{2^{2q_1 + a} \cdot (2q_1 + a)^{2q_1 + a} \cdot \sqrt{-\frac{\pi i}{2}(2q_1 + a)}}$$

Uit een en ander volgt, dat voor  $|w| \leq p$  de reeks  $\sum_{q=0}^{\infty} a_{2q}$  absoluut convergent is, echter zal voor  $|w| > p$  deze reeks  ${}_2 I_{2q + a}(w)$  divergeeren, doordat vanaf  $2q = p$  de termen onbepaald toenemen, naarmate  $q$  toeneemt. Met behulp van de hierboven gevonden uitdrukkingen vinden we n.l.

$$a_{2q_1+m} I_{2q_1+2m+a}(w) \sim a_{2q_1} \frac{q_1(q_1+a) \cdot w^{2q_1+a}}{2^{2q_1+a} \Gamma(2q_1+a-1)} \cdot \frac{(-1)^m w^{2m}}{(q_1+m)(q_1+m+a) \rho^{2m}}.$$

2. Nemen we nu eerst aan  $\rho > 1$ , waarbij  $\rho$  een willekeurig groot getal kan zijn. We zullen in dit geval in het gebied  $|w| > \rho$  de reeks van Bessel'sche functies voortzetten tot  $|2q_0 + a| \sim \rho$  terwijl we de reeks zullen voltooien met behulp van eene asymptotische ontwikkeling van den vorm

$$F_1(w) = \sum_{n=0}^{\infty} w^{-1/2-n} \left( a'_n e^{iw} + a''_n e^{-iw} \right) \cdot e^{\frac{-ia\pi}{2}}$$

zoodat voor  $|w| > \rho$  de eerste reeks wordt

$$\sum_{q=0}^{q=q_0} a_{2q} I_{2q+a}(w) + \sum_{n=0}^{\infty} w^{-1/2-n} \left( a'_n e^{iw} + a''_n e^{-iw} \right) \cdot e^{\frac{-ia\pi}{2}}.$$

Wordt deze reeks gesubstitueerd in de differentiaalvergelijking voor  $w$  op bldz. 87 en worden de recurrente betrekkingen, waaraan de coëfficiënten  $a_{2q}$  voldoen, in aanmerking genomen, dan blijkt, dat de functie  $F_1(w)$  moet voldoen aan de differentiaalvergelijking voor  $w$  op bldz. 87, waarbij echter in het rechterlid staat de grootheid

$$a_{-1} I_{2q_0+a-1}(w) + a_1 I_{2q_0+a+1}(w) + a_3 I_{2q_0+a+3}(w),$$

waarin de coëfficiënten  $a_{-1}$ ,  $a_1$ ,  $a_3$  van de orde van  $a_0$  zijn.

De coëfficiënten  $a'_n$  en  $a''_n$  verkrijgen we nu door in het rechterlid van de differentiaalvergelijking de asymptotische ontwikkelingen voor  $I_{2q_0+a-1}(w)$ ,  $I_{2q_0+a+1}(w)$ , en  $I_{2q_0+a+3}(w)$  te substitueeren, waarbij echter blijkt, dat de coëfficiënten  $a'_0$  en  $a''_0$  onbepaald blijven, terwijl daarbij tevens de coëfficiënt  $e^{\frac{-ia\pi}{2}}$  optreedt,

om welke reden reeds in de uitdrukking voor  $F_1(w)$  deze factor was ingevoerd. De coëfficiënten  $a'_o$  en  $a''_o$  moeten nu bepaald worden uit de voorwaarde, dat voor  $w = p\sqrt{-i}$  de functie

$F_1(w)$  en  $F_1'(w)$  resp, gelijk zijn aan de reeks  $\sum_{q=q_o+1}^{\infty} a_{2q} I_{2q+\alpha}(w)$

en haar eerste differentiaalquotiënt.

Voor het geval, dat  $p$  zeer groot is, heeft laatstgenoemde reeks vanaf  $q = q_o + 1$  eene zeer kleine waarde in vergelijking met het eerste deel, en kunnen we dan de asymptotische ontwikkeling geheel weglaten.

Op dezelfde wijze kunnen we de reeks met de functies  $I_{2q-\alpha}(w)$  afbreken bij  $q = q_o$ , wanneer  $|w| > p$ , en deze reeks voltooien met eene asymptotische ontwikkeling  $F_2(w)$ , zoodat we verkrijgen

$$\sum_{q=0}^{q=q_o} b_{2q} I_{2q-\alpha}(w) + \sum_{n=0}^{\infty} w^{-1/2-n} (b'_n e^{iw} + b''_n e^{-iw}) e^{\frac{ia\pi}{2}}.$$

Hierin zijn alle coëfficiënten evenredig zijn met  $b_o$ , terwijl weer voor zeer groote waarden van  $p$  de asymptotische ontwikkeling kan worden weggelaten.

In totaal verkrijgen we dus, met inachtneming van de uitdrukkingen voor  $a_{2q}$  en  $b_{2q}$  op blz. 90

$$H_1 = \sum_{q=0}^{q=q_o} A_{2q} \left\{ a_o e^{i\varphi_{2q}} \cdot I_{2q+\alpha}(w) + b_o e^{-i\varphi_{2q}} \cdot I_{2q-\alpha}(w) \right\} +$$

$$+ \sum_{n=0}^{\infty} w^{-1/2-n} \left\{ e^{iw} \left( a'_n e^{-\frac{ia\pi}{2}} + b'_n e^{\frac{ia\pi}{2}} \right) + \right.$$

$$\left. + e^{-iw} \left( a''_n e^{-\frac{ia\pi}{2}} + b''_n e^{\frac{ia\pi}{2}} \right) \right\}.$$

Nu moet voor  $|w| = \infty$  de grootheid  $H_1$  nul worden, aangezien wegens de absorptie geen electromagnetische verstoring tot in het oneindige kan doordringen. De Bessel'sche functies  $I_{2q+\alpha}(w)$

gedragen zich in het oneindige als  $\left(\frac{2}{\pi \tau w}\right)^{1/2} \cdot e^{i\left(\tau w - \frac{1}{2} a \pi - \frac{\pi}{4}\right)}$ , de

functies  $I_{2q-a}(\tau w)$  als  $\left(\frac{2}{\pi \tau w}\right)^{1/2} \cdot e^{i\left(\tau w + \frac{1}{2} a \pi - \frac{\pi}{4}\right)}$ . Verder zullen de

asymptotische ontwikkelingen  $F_1(\tau w)$  en  $F_2(\tau w)$  zich in het oneindige reduceeren tot den eersten term in de ontwikkeling met den factor  $e^{i\tau w}$ . Een en ander invoerende verkrijgen we dan als de voorwaarde tusschen de nog onbepaalde grootheden  $a_0$  en  $b_0$  de vergelijking.

$$e^{-\frac{i a \pi}{2}} \left\{ a_0 \sum_{q=0}^{q=q_0} A_{2q} e^{i \varphi_{2q}} + a_0' \right\} +$$

$$+ e^{\frac{i a \pi}{2}} \left\{ b_0 \sum_{q=0}^{q=q_0} A_{2q} e^{-i \varphi_{2q}} + b_0' \right\} = 0.$$

De vormen tusschen accolades zijn alleen geconjungeerd complex en hebben dus dezelfde absolute waarde, indien  $a_0'$  en  $b_0'$  mogen worden verwaarloosd, hetgeen het geval is voor groote waarde van  $p$ . Hieruit volgt, aangezien  $a = i p \cos \varphi_0$ , dat in dat geval

$$|b_0| = |a_0| e^{\pi p \cos \varphi_0}.$$

Noemen we het argument van de uitdrukkingen

$$\sum_{q=0}^{q=q_0} A_{2q} e^{i \varphi_{2q}} \text{ resp. } \sum_{q=0}^{q=q_0} A_{2q} e^{-i \varphi_{2q}},$$

die geconjungeerd complex zijn, resp.  $\pm \Phi$ , dan komt er bij groote waarde van  $p$

$$b_0 = -a_0 e^{\pi p \cos \varphi_0} \cdot e^{2i\Phi},$$

waarbij het argument  $\Phi$  van de grootte van  $p$  en van  $\cos \varphi_0$  zal afhangen.

Uit de uitdrukkingen op blz. 86 en 87 volgt, dat, wanneer

$z = -\infty$ , het geleidingsvermogen nul is, terwijl  $w$  dan eveneens  $= 0$  wordt.

De uitdrukking voor  $H_1$  reduceert zich dan tot den eersten term, zoodat we verkrijgen

$$H_1 = a_o I_\alpha(w) + b_o I_{-\alpha}(w),$$

en, onder invoering van bovenstaande waarde voor  $b_o$  (waarbij we aannemen, dat  $p$  eene groote waarde heeft),

$$H_1 = a_o \left[ I_\alpha(w) - e^{\pi p \cos \varphi_o} \cdot e^{2i\Phi} \cdot I_{-\alpha}(w) \right],$$

waarvoor we kunnen schrijven voor zeer kleine waarde van  $w$ ,

en onder invoering van  $w = pv = p \cdot e^{-\frac{\pi i}{4} \frac{kz}{z}} \cdot e^{\frac{2i\Phi}{z}}$ ,  $\alpha = \frac{4\pi i}{\lambda k} \cos \varphi_o$ ,

$$\begin{aligned} H_1 &= a_o \left[ \left( \frac{pv}{2} \right)^\alpha - e^{\pi p \cos \varphi_o + 2i\Phi} \left( \frac{pv}{2} \right)^{-\alpha} \right] = \\ &= a_o \left[ \left( \frac{p}{2} \right)^{i p \cos \varphi_o} \cdot e^{\frac{i w}{c} z \cos \varphi_o + \frac{\pi}{4} p \cos \varphi_o} - \left( \frac{p}{2} \right)^{-i p \cos \varphi_o} \times \right. \\ &\quad \left. \times e^{\pi p \cos \varphi_o + 2i\Phi} \cdot e^{-\frac{i w}{c} z \cos \varphi_o - \frac{\pi}{4} p \cos \varphi_o} \right], \end{aligned}$$

zoodat er, onder invoering van eene nieuwe constante, verder wordt verkregen

$$\begin{aligned} H &= A e^{-\frac{i w}{c} y \sin \varphi_o} \left[ e^{-\frac{i w}{c} z \cos \varphi_o} - \left( \frac{p}{2} \right)^{2i p \cos \varphi_o} \times \right. \\ &\quad \left. \times e^{-\frac{\pi}{2} p \cos \varphi_o - 2i\Phi} \cdot e^{\frac{i w}{c} z \cos \varphi_o} \right] \end{aligned}$$

De eerste term binnen de vierkante haken is de invallende amplitudo, de tweede term de teruggekaatste. We komen dus tot de conclusie, dat bij groote waarde van  $p$  de teruggekaatste

amplitudo in de verhouding  $e^{-\frac{\pi}{2} p \cos \varphi_o}$  ten opzichte van de in-

vallende verzwakt is, terwijl de phasehoek er van bedraagt

$$\pi + 2 p \cos \varphi_0 \ln \frac{p}{2} - 2 \Phi$$

Bij oneindig groote waarde van  $p$  zal de hoek  $\Phi$  ook oneindig worden, terwijl de modulus van de gereflecteerde amplitudo nul is, in dat geval wordt de geheele invallende energie geabsorbeerd. Overigens zal, bij eindige waarde van  $p$ , de gereflecteerde amplitudo sterk variëeren met  $\cos \varphi_0$ , welke grootheid in den exponent voorkomt.

3. Voor  $p \leq 1$  bezigen we in het gebied  $|w| \leq p$  dezelfde reeksen van Bessel'sche functies als boven (zie bldz. 87 v.v.), terwijl in het gebied  $|w| \geq p$  eene oplossing kan worden verkregen van de volgende gedaante

$$H_1 = F_0 + p^2 F_2 + p^4 F_4 + \dots,$$

waarin de functies  $F_0, F_2, F_4, \dots$  de veranderlijke  $w$  bevatten en eveneens de grootheid  $\alpha$ ,

Door substitutie van bovenstaande reeks in de differentiaalvergelijking voor  $w$  op bldz. 87 en door vervolgens de termen met gelijke machten van  $p$  te vereenigen verkrijgen we de volgende vergelijkingen voor  $F_0, F_2, F_4, \dots$ :

$$\begin{aligned} \frac{d^2 F_0}{d w^2} - \frac{1}{w} \frac{d F_0}{d w} + \left(1 - \frac{\alpha^2}{w^2}\right) F_0 &= 0. \\ \frac{d^2 F_2}{d w^2} - \frac{1}{w} \frac{d F_2}{d w} + \left(1 - \frac{\alpha^2}{w^2}\right) F_2 &= -\frac{2}{w^3} \frac{d F_2}{d w} \\ \frac{d^2 F_4}{d w^2} - \frac{1}{w} \frac{d F_4}{d w} + \left(1 - \frac{\alpha^2}{w^2}\right) F_4 &= -\frac{2}{w^3} \frac{d F_2}{d w} \\ \text{---} \text{---} \text{---} \text{---} \text{---} \text{---} \text{---} \text{---} \text{---} \text{---} \end{aligned}$$

Aan de vergelijking voor  $F_0$  wordt voldaan door

$$F_0 = w \left[ A I_\nu(w) + B I_{-\nu}(w) \right],$$

waarin  $\nu = \sqrt{1 + \alpha^2}$ , zoodat  $\nu$  in verband met het zoeven onderstelde steeds reëel en  $\geq 0$  is.

Daar de oplossing voor  $|w| = \infty$  verdwijnen moet, stellen we

$$F_0 = C \cdot w \cdot H_\nu^{(2)}(w).$$

Door substitutie hiervan in het rechterlid van de vergelijking voor  $F_2$  vinden we hiervoor



$$R_2 = -\frac{2C}{w^2} \left[ \frac{I}{w} H_\nu^{(2)}(w) + \frac{dH_\nu^{(2)}(w)}{dw} \right].$$

Gebruikmakende van eene bekende methode ter oplossing van eene differentiaalvergelijking van de 2<sup>e</sup> orde met rechterlid vinden we voor  $F_2$  de uitdrukking

$$F_2 = \frac{\pi i w}{2} \left[ I_\nu(w) \int H_\nu^{(2)}(w) \cdot R_2 \cdot dw - H_\nu^{(2)}(w) \int I_\nu(w) \cdot R_2 \cdot dw \right],$$

die kan worden herleid tot

$$F_2 = \frac{\pi w}{2 \sin \nu \pi} \left[ I_{-\nu}(w) \int I_\nu(w) \cdot R_2 \cdot dw - I_\nu(w) \int I_{-\nu}(w) \cdot R_2 \cdot dw \right]$$

Stellen we nu  $\nu = l - \varepsilon$ , waarin  $\varepsilon$  reëel, positief en  $\leq l$  is, dan verkrijgen we <sup>1)</sup>

$$I_\nu(w) = I_{l-\varepsilon}(w) = \left(\frac{w}{2}\right)^{-\varepsilon} \cdot \left[ \frac{I}{\Gamma(2-\varepsilon)} I_1(w) - \frac{\varepsilon \cdot \left(\frac{w}{2}\right)}{l! \Gamma(3-\varepsilon)} I_2(w) - \frac{\varepsilon(l-\varepsilon) \cdot \left(\frac{w}{2}\right)^2}{2! \Gamma(4-\varepsilon)} I_3(w) \dots \right].$$

Voorts is

$$I_{-\nu}(w) = I_{-l+\varepsilon}(w) = -I_{l+\varepsilon}(w) + \frac{2\varepsilon}{w} I_\varepsilon(w),$$

terwijl

$$I_{l+\varepsilon}(w) = \left(\frac{w}{2}\right)^\varepsilon \left[ \frac{I}{\Gamma(2+\varepsilon)} I_l(w) + \frac{\varepsilon \cdot \left(\frac{w}{2}\right)}{l! \Gamma(3+\varepsilon)} I_2(w) + \frac{\varepsilon(l+\varepsilon) \cdot \left(\frac{w}{2}\right)^2}{2! \Gamma(4+\varepsilon)} I_3(w) + \dots \right].$$

Uit een en ander volgt

$$I_{-\nu}(w) = -I_\nu(w) + \frac{2\varepsilon}{w} I_\varepsilon(w) - \left[ \frac{\left(\frac{w}{2}\right)^\varepsilon}{\Gamma(2+\varepsilon)} - \frac{\left(\frac{w}{2}\right)^{-\varepsilon}}{\Gamma(2-\varepsilon)} \right] \cdot I_1(w) - \frac{\varepsilon}{l!} \cdot \frac{w}{2} \cdot \left[ \frac{\left(\frac{w}{2}\right)^\varepsilon}{\Gamma(3+\varepsilon)} + \frac{\left(\frac{w}{2}\right)^{-\varepsilon}}{\Gamma(3-\varepsilon)} \right] \cdot I_2(w) - \dots$$

<sup>1)</sup> Zie o.a. G. N. Watson, Bessel Function Cambridge 1922, bldz. 143.

We kunnen nu stellen

$$I_{-\nu}(zw) = -I_{\nu}(zw) + f(\varepsilon, zw),$$

waarbij uit het bovenstaande volgt, dat  $f(\varepsilon, zw) = 0$  voor  $\varepsilon = 0$ . Invoering hiervan geeft

$$F_2 = \frac{\pi zw}{2 \sin \nu \pi} \left[ f(\varepsilon, zw) \int I_{\nu}(zw) \cdot R_2 \cdot dz - I_{\nu}(zw) \int f(\varepsilon, zw) \cdot R_2 \cdot dz \right].$$

Door invoering hiervan in de differentiaal-vergelijking voor  $F_4$  kunnen we op eene dergelijke wijze eene uitdrukking voor  $F_4$  verkrijgen enz.

Voor  $|zw| \geq \rho$  geldt nu de reeks

$$H_1 = F_0 + \rho^2 F_2 + \rho^4 F_4 + \dots,$$

terwijl voor  $|zw| \leq \rho$  de oplossing geldt

$$H_1 = \sum_{q=0}^{\infty} \left[ a_{2q} I_{2q+a}(zw) + b_{2q} I_{2q-a}(zw) \right].$$

Voor  $zw = \rho \sqrt{-i}$  moet zoowel voor  $H_1$  als voor  $\frac{dH_1}{dz}$  dezelfde waarde volgen. Uit de twee vergelijkingen, die zoodoende verkregen worden, zullen de constanten  $b_0$  en  $C$  bepaald kunnen worden, waarmede het probleem is opgelost.

Zeer eenvoudig wordt deze berekening, wanneer  $\rho \ll 1$ . In dit geval kan, bij verwaarloozing van machten van  $\rho$ , hooger dan de tweede, geschreven worden  $\varepsilon = -\frac{a^2}{2} = \frac{1}{2} \rho^2 \cos^2 \varphi_0$ , terwijl uit de boven gegeven uitdrukkingen volgt, dat in de reeks voor  $H_1$  voor  $|zw| \geq \rho$  alle termen behalve de eerste kunnen worden verwaarloosd. In het gebied  $|zw| \geq \rho$  kunnen we dus stellen

$$H_1 = C zw H_{\nu}^{(2)}(zw).$$

Uit de uitdrukkingen voor de coëfficiënten  $a_2, a_4 \dots$  op bldz. 89 volgt, dat voor het geval, dat we alleen termen met de machten  $0$  en  $1$  van  $\rho$  behouden en die met hoogere machten verwaarloozen, in de reeksontwikkeling in het gebied  $|zw| \leq \rho$  alleen de eerste twee termen overblijven. Volgens het boven opgemerkte zal nu voor  $zw = \rho \sqrt{-i}$  moeten zijn

$$a_0 I_a(w) + a_2 I(w) + b_0 I_{-a}(w) + b_2 I(w) = C w H_v^{(2)}(w)$$

$$a_0 I'_a(w) + a_2 I'(w) + b_0 I'_{-a}(w) + b_2 I'(w) = C \frac{d}{dw} \left\{ w H_v^{(2)}(w) \right\}.$$

Bij invoering van de reeksontwikkelingen voor de cylinderfuncties wordt verkregen onder gebruikmaking van de uitdrukkingen voor  $a_2$  en  $b_2$  van bldz. 89 en 90

$$a_0 \left(\frac{w}{2}\right)^a \left\{ \frac{1}{\Gamma(1+a)} + \frac{4a}{p^2} \frac{\left(\frac{w}{2}\right)^2}{\Gamma(3+a)} \right\} + b_0 \left(\frac{w}{2}\right)^{-a}$$

$$\left\{ \frac{1}{\Gamma(1-a)} - \frac{4a}{p^2} \frac{\left(\frac{w}{2}\right)^2}{\Gamma(3-a)} \right\} = C \frac{2^v \cdot w^{1-v} \cdot i \cdot \Gamma(1+v)}{\pi v}$$

$$\frac{1}{2} a_0 \left(\frac{w}{2}\right)^a \left\{ \frac{a \left(\frac{w}{2}\right)^{-1}}{\Gamma(1+a)} + \frac{4a}{p^2} \frac{(2+a) \cdot \frac{w}{2}}{\Gamma(3+a)} \right\} - \frac{1}{2} b_0 \left(\frac{w}{2}\right)^{-a}$$

$$\left\{ \frac{a \left(\frac{w}{2}\right)^{-1}}{\Gamma(1-a)} + \frac{4a}{p^2} \frac{(2-a) \cdot \frac{w}{2}}{\Gamma(3-a)} \right\} = C \frac{2^v (1-v) \cdot w^{-v} \cdot i \cdot \Gamma(1+v)}{\pi v},$$

waarin  $w = p \sqrt{-i}$  moet worden gesteld.

Uit deze twee vergelijkingen kan  $C$  worden geëlimineerd, waardoor gevonden wordt

$$a_0 \cdot 2^{-a} \cdot p^a \cdot (-i)^{\frac{a}{2}} \cdot \left[ \frac{1-a-v}{\Gamma(1+a)} + \frac{ai(1+v)}{\Gamma(3+a)} \right] + b_0 \cdot 2^a \cdot p^{-a}$$

$$\cdot (-i)^{-\frac{a}{2}} \cdot \left[ \frac{1+a-v}{\Gamma(1-a)} - \frac{ai(1+v)}{\Gamma(3-a)} \right] = 0.$$

Worden de machten van  $a$ , hooger dan de tweede, in deze uitdrukking verwaarloosd, dan verkrijgen we onder invoering van

$$(-i)^{\pm \frac{\alpha}{2}} = \left( e^{-\frac{\pi i}{2}} \right)^{\pm \frac{\alpha}{2}} = e^{\pm \frac{\pi}{4} p \cos \varphi_0}$$

$$b_0 = a_0 \cdot 2^{-2\alpha} \cdot p^{2\alpha} \cdot e^{\frac{\pi}{2} p \cos \varphi_0} \cdot \frac{\Gamma\left(1 + \frac{\alpha}{2}\right) \Gamma\left(3 + \alpha\right)}{\Gamma\left(1 - \frac{\alpha}{2}\right) \Gamma\left(3 + \alpha\right)}$$

Hieruit kunnen amplitudo en phase van  $b_0$  t.o.v.  $a_0$  worden afgeleid, zoodat de gereflecteerde verstoring kan worden berekend op dezelfde wijze als op bladz. 94.

Voor zeer kleine waarde van  $\alpha$  vinden we uit bovenstaande uitdrukking

$$b_0 = a_0 e^{\frac{\pi}{2} p \cos \varphi_0},$$

de phase van de teruggekaatste verstoring is dan gelijk aan die van de invallende, evenals bij reflectie aan het oppervlak van een volkomen geleider. Bij invoering hiervan in de uitdrukking voor  $H_1$  op dezelfde wijze als boven (zie bldz. 94) vinden we, dat er totale reflectie plaats vindt, daar de amplitudines van de invallende en van de teruggekaatste verstoring gelijk worden.

4. Voor geval II verkrijgen we de eenvoudige differentiaalvergelijking

$$\frac{\partial^2 F_x}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 F_x}{\partial z^2} - \frac{i \omega^2}{c^2} \left( e^{kz} + i \right) = 0.$$

Stellen we, analoog aan de in I gemaakte onderstelling,

$$F_x = F_1 e^{-\frac{i \omega}{c} y \sin \varphi_0},$$

dan verkrijgen we

$$\frac{d^2 F_1}{dz^2} + \frac{\omega^2}{c^2} \left( \cos^2 \varphi_0 - i \cdot e^{kz} \right) F_1 = 0.$$

Voeren we nu weer, evenals op bldz. 4 en 5, de veranderlijke  $w$  in, dan blijkt, dat aan deze vergelijking voldaan wordt door

$$F_1 = a \cdot I_a(w) + b I_{-a}(w).$$

Aangezien  $F_1$  voor  $w = \infty$  nul moet zijn, volgt de voorwaarde

$$a \cdot e^{-\frac{1}{2} i a \pi} + b e^{\frac{1}{2} i a \pi} = 0.$$

Bij invoering hiervan in de uitdrukking van  $F_1$  vinden we, dat de modulus van de gereflecteerde golf in de verhouding

$e^{-\frac{\pi}{2} p \cos \varphi_0}$  ten opzichte van die van de invallende golf verzwakt is, terwijl het phaseverschil bedraagt

$$\pi + 2 p \cos \varphi_0 \cdot \ln \frac{p}{2}.$$

Voor  $p = 0$  heeft er dus totale reflectie plaats, terwijl het phaseverschil  $\pi$  bedraagt, zooals ook voor de electriche kracht te verwachten was bij discontinue verandering van het geleidingsvermogen van nul tot oneindig.

5. Beschouwen wij thans het geval, dat zoowel  $\varepsilon$  als  $g$  veranderlijk is en stellen we

$$g = \omega e^{kz}, \quad \varepsilon = 1 - \eta \cdot e^{kz}$$

Het zal van de waarde van  $\eta$  afhangen, welken invloed het geleidingsvermogen heeft. Voor  $\eta \ll 1$  zal  $g$  groote waarden kunnen bereiken, terwijl  $\varepsilon$  nog eene positieve grootheid is, terwijl voor  $\eta \gg 1$  het geleidingsvermogen zeer klein zal blijven, zoolang  $\varepsilon$  positief is.

Nu is

$$P = \frac{\omega}{c} \left\{ e^{kz} (1 - i\eta) + i \right\}, \quad Q = -\frac{i\omega}{c},$$

zoodat, wanneer weer gesteld wordt

$$H = H_1 \cdot e^{-\frac{i\omega}{2} y \sin \varphi_0},$$

in geval I de volgende differentiaalvergelijking voor  $H_1$  verkregen wordt

$$\frac{d^2 H_1}{dz^2} - \frac{d H_1}{dz} \frac{k(1 - i\eta)}{1 - i\eta + i e^{-kz}} - \frac{i\omega^2}{c^2} H_1 \left\{ e^{kz} (1 - i\eta) + i \cos^2 \varphi_0 \right\} = 0.$$

Stellen we nu

$$v^2 = -e^{kz} (\eta + i) = e^{kz} \cdot \sqrt{1 + \eta^2} \cdot e^{-i\beta}, \text{ waarbij } \operatorname{tg} \beta = -\frac{1}{\eta},$$

dan verkrijgen we voor  $v$  de differentiaalvergelijking

$$\frac{d^2 H_1}{dv^2} + \frac{1}{v} \frac{1-v^2}{1+v^2} \frac{dH_1}{dv} + p^2 \left( 1 + \frac{\cos^2 \varphi_0}{v^2} \right) = 0,$$

waarin  $p = \frac{2\omega}{ck}$ , welke vergelijking dezelfde is als in het vorige geval. Waar nu ook weer de oplossing in het oneindige moet verdwijnen, kunnen we dezelfde oplossingen bezigen als in het vorige geval. Voor  $|w| \leq p$  kunnen we dan weer stellen

$$H_1 = \sum_{q=0}^{\infty} \left[ a \begin{matrix} I(w) \\ 2q \end{matrix} + b \begin{matrix} I(w) \\ 2q - \alpha \end{matrix} \right],$$

terwijl in het geval  $p \geq 1$  in het gebied  $|w| \geq p$  deze reeks kan worden voortgezet tot  $q = q_0$ , waarbij  $2q_0 < p < 2q_0 + 2$  en verder worden voltooid door eene asymptotische ontwikkeling (zie boven bldz. 91 en 92). De voorwaarde, dat  $H_1 = 0$  moet zijn voor  $z = \infty$ , geeft dan weer eene betrekking tusschen  $a_0$  en  $b_0$ .

Is  $p \gg 1$ , dan kan, evenals in het vorige geval, de asymptotische ontwikkeling worden weggelaten en verkrijgen we

$$b_0 = -a_0 \cdot e^{\pi p \cos \varphi_0} \cdot e^{2i\Phi} \quad (\text{zie bldz. 93}).$$

Voor zeer kleine waarde van  $w$  verkrijgen we weer

$$H_1 = a_0 \left[ \left( \frac{w}{2} \right)^\alpha - e^{\pi p \cos \varphi_0 + 2i\Phi} \left( \frac{w}{2} \right)^{-\alpha} \right],$$

waarin thans echter moet worden gesteld

$$w = p \left( 1 + \frac{1}{\eta^2} \right)^{1/4} \cdot e^{-\frac{i\beta}{2}}, \text{ waarbij } \operatorname{tg} \beta = -\frac{1}{\eta}.$$

Dientengevolge wordt verkregen

$$H_1 = a_0 \left[ 2^{-\alpha} \cdot p^\alpha \cdot (1 + \eta^2)^{\frac{\alpha}{4}} \cdot e^{\frac{kza}{2}} \cdot e^{-\frac{i\beta\alpha}{2}} - e^{\pi p \cos \varphi_0 + 2i\Phi} \right].$$

$$\cdot 2^a \cdot p^{-a} \cdot (1 + \eta^2)^{-\frac{a}{4}} \cdot e^{-\frac{kza}{z}} \cdot e^{\frac{i\beta a}{z}} \Big].$$

Uit deze uitdrukking volgt het resultaat, dat de modulus van de gereflecteerde amplitudo in verhouding tot dien van de invallende amplitudo bedraagt  $e^{-(\pi - \beta) p \cos \varphi_0}$ .

In het sub 2 behandelde geval verkregen we voor deze ver-

houding  $e^{-\frac{\pi}{2} p \cos \varphi_0}$ , dit kan beschouwd worden als grensgeval van het hier behandelde, wanneer  $\eta$  tot nul nadert, waardoor  $\beta$  de waarde  $\frac{\pi}{2}$  verkrijgt.

Is omgekeerd  $\eta \gg 1$  — het geval, dat zich zeer waarschijnlijk bij de voortplanting van korte golven voordoet —, dan is tenaastebij  $\beta = \pi - \frac{1}{\eta}$  en bedraagt de modulus van de gereflec-

teerde amplitudo  $e^{-\frac{p \cos \varphi_0}{\eta}}$ . Wordt  $\eta = \infty$ , dan is deze grootheid gelijk aan de eenheid en heeft totale reflectie plaats, het geleidingsvermogen heeft dan geen invloed meer.

Aangezien de uitdrukking  $e^{-\frac{p \cos \varphi_0}{\eta}}$  sterk afneemt, naarmate  $\varphi_0$ , de hoek van de invallende stralen met de  $z$ -as, afneemt, ligt in deze uitdrukking het verschijnsel opgesloten, bekend onder den naam van „skipped distance”.

6. Voor het geval  $p \leq 1$  kunnen we gebruikmaken van de op bldz. 95 v.v. besproken reeksontwikkeling in het gebied  $|w| \geq p$ . Door de keuze van de functies van Hankel is ook weer voldaan aan de voorwaarde, dat  $H_1 = 0$  moet zijn voor  $z = \infty$ .

Voor  $p \ll 1$  wordt het verband tusschen de constanten  $a_0$  en  $b_0$  verkregen door in de vergelijkingen op bldz. 98, die de continuïteit uitdrukken van  $H_1$  en  $\frac{dH_1}{dz}$  voor  $|w| = p$ , thans te sub-

stitueeren  $w = p e^{-\frac{i\beta}{z}}$ , waardoor wordt verkregen de vergelijking

$$a_0 \cdot 2^{-a} \cdot p^a \cdot e^{-\frac{i\beta a}{z}} \cdot \left[ \frac{1 - a - \nu}{\Gamma(1 + a)} + \frac{a i (1 + \nu)}{\Gamma(3 + a)} \right] + b_0 \cdot 2^a \cdot p^{-a}.$$

$$e^{\frac{i\beta a}{2}} \left[ \frac{1+a-\nu}{\Gamma(1-a)} - \frac{ai(1+\nu)}{\Gamma(3-a)} \right] = 0,$$

waaruit het verband tusschen  $a_0$  en  $b_0$  kan worden afgeleid.

Voor zeer kleine waarde van  $a$  wordt hieruit verkregen

$$b_0 = a_0 e^{\beta p \cos \varphi_0}.$$

Bij invoering hiervan in de uitdrukking voor  $H_1$  op dezelfde wijze als op bldz. 94, waarbij is ingevoerd, evenals sub 5,

$$w = p \left( 1 + \frac{1}{\eta^2} \right)^{1/4} \cdot e^{-\frac{i\beta}{2}},$$

wordt verkregen, dat in dit geval, dus wanneer  $p$  zeer klein is, totale reflectie plaats heeft, waarbij de phase van de teruggekaatste verstoring gelijk is aan die van de invallende.

7. Ten slotte verkrijgen we, wanneer zoowel  $\varepsilon$  als  $g$  veranderlijk is, in geval II eene veel eenvoudiger differentiaalvergelijking met de oplossing

$$F_1 = a I_a(w) + b I_{-a}(w),$$

die voor  $w = \infty$  nul moet worden. Hieruit volgt de betrekking

$$a \cdot e^{-\frac{ia\pi}{2}} + b e^{\frac{ia\pi}{2}} = 0,$$

hetgeen tot resultaat heeft, dat de modulus van de gereflecteerde golf wordt, in verhouding tot die van de invallende,  $e^{-(\pi-\beta)p \cos \varphi_0}$ ,

waarin  $\operatorname{tg} \beta = -\frac{1}{\eta}$ . Hieruit kunnen dezelfde conclusies worden getrokken als boven sub 5.

Is  $p$  zeer klein, dan heeft er totale reflectie plaats, waarbij de phase van de electriche kracht wordt omgekeerd.



## ERRATA

bldz. 83 r. 12 v. b. staat:  $C - = B$ , lees:  $C = - B$ .

bldz. 83 r. 15 v. b. staat:  $\frac{\partial^2 F_x}{\partial \gamma^2}$ , lees:  $\frac{\partial^2 F_x}{\partial y^2}$ .

bldz. 84 r. 3 v. b. staat:  $B$ , lees:  $B_1$ .

bldz. 86 r. 5 v. o. staat: 1829, lees: 1929.

bldz. 87 r. 5 v. b. staat:  $\frac{d H_1}{d z}$ , lees:  $\frac{d H_1}{d v}$ .

bldz. 89 r. 11 v. b. staat:  $\frac{3(q-1)(q-1+a)p^2}{2^2(2q-2+a)2q-3+a(2q+a)}$ ,

lees:  $\frac{3(q-1)(q-1+a)p^2}{2^2(2q-2+a)(2q-3+a)(2q+a)}$ .

bldz. 90 r. 2 v. b. staat: zijn, lees: is.

bldz. 94 r. 10 v. o. staat:  $e^{\frac{i\omega}{c}z \cos \varphi_0 + \frac{\pi}{4}p \cos \varphi_0}$ ,

lees:  $e^{\frac{i\omega}{c}z \cos \varphi_0 + \frac{\pi}{4}p \cos \varphi_0}$ .

bldz. 94 r. 9 v. o. staat:  $e^{-\frac{i\omega}{c}z \cos \varphi_0 - \frac{\pi}{4}p \cos \varphi_0}$ ,

lees:  $e^{-\frac{i\omega}{c}z \cos \varphi_0 - \frac{\pi}{4}p \cos \varphi_0}$ .

bldz. 94 r. 6 v. o. staat:  $e^{-\frac{i\omega}{c}y \sin \varphi_0} \left[ e^{-\frac{i\omega}{c}z \cos \varphi_0} \dots \dots \right]$

lees:  $e^{-\frac{i\omega}{c}y \sin \varphi_0} \left[ e^{-\frac{i\omega}{c}z \cos \varphi_0} \dots \dots \right]$

bldz. 94 r. 5 v. o. staat:  $e^{\frac{i\omega}{c}z \cos \varphi_0}$ , lees:  $e^{\frac{i\omega}{c}z \cos \varphi_0}$ .

# HET TECHNISCH ASPECT VAN DEN OMROEP IN NEDERLAND

door

Dr. BALTH. VAN DER POL

## § 1. *Inleiding.*

Wanneer wij afzien van het station *Scheveningen*, dat de „zakelijke omroep” verzorgt, zijn er thans in Holland werkzaam de volgende omroepstations:

Hilversum I,	$\lambda = 299$ m <sup>1)</sup>	(1004 kp/sec)
Hilversum II,	$\lambda = 1071$ m	( 280 kp/sec)
Huizen,	$\lambda = 1875$ m	( 160 kp/sec)

Hiervan werkt Hilversum II als regel alleen 's avonds, omdat diens golflengte ( $\lambda = 1071$  m), die volgens de Conventie van *Washington* officieel buiten het „aanbevolen” omroepgebied valt, overdag door *Scheveningen* gebruikt wordt, zoodat gedurende de daguren *Hilversum I* werkt met de golf  $\lambda = 299$  m.

In het volgende zal: 1<sup>o</sup>, worden afgeleid de theorie van de voortplanting van electromagnetische golven rondom een zender met inachtneming van het eindige geleidingsvermogen van den grond; 2<sup>o</sup>, aan de hand van die theorie en van uitvoerige metingen worden aangetoond, dat de tegenwoordige zenders niet aan moderne eischen voldoen, en 3<sup>o</sup>, een technisch ontwerp voor een goeden omroep in Holland met de beschikbare golflengten worden gegeven.

## § 2. *Theoretische berekening van de veldsterkten om een zender.*

De uitbreiding van electromagnetische golven rond een op de aarde geplaatsten zender werd mathematisch het eerst in eenige

---

<sup>1)</sup> Gewoonlijk wordt de golflengte opgegeven als 298 m. In werkelijkheid is deze 298,8 m. en we gebruiken dus beter de afkorting 299 m.

klassieke publicaties bezien door A. Sommerfeld<sup>2)</sup>, welke het veld in de lucht berekent uit een potentiaal functie  $\Pi$ , die in *Lorentz-Heaviside* eenheden gegeven is door de gecompliceerde integraal:

$$\frac{\Pi(r, z)}{k_2^2} = \int_0^{\infty} \frac{J_0(\lambda r) \cdot e^{-\sqrt{\lambda^2 - k_1^2} \cdot z} \lambda d\lambda}{k_1^2 \sqrt{\lambda^2 - k_2^2} + k_2^2 \sqrt{\lambda^2 - k_1^2}} \quad (1)$$

waarin:

$$k_1^2 = \frac{\omega^2}{c^2}$$

$$k_2^2 = \frac{\varepsilon_2 \omega^2 + j \omega \sigma_2}{c^2}$$

$c$  = lichtsnelheid,

$\varepsilon_2$  = diëlectrische constante van den bodem,

$\sigma_2$  = geleidingsvermogen van den bodem,

$\omega$  = hoekfrequentie,

$J_0$  = Besselfunctie van de nulde orde,

$r$  = horizontale afstand van den zender,

$z$  = verticale afstand boven den grond.

De magnetische permeabiliteit van de lucht en van den bodem zijn hierbij gelijk de eenheid genomen. De veldsterkten  $E_z$  en  $H$  worden uit  $\Pi(r, z)$  door differentiatie als volgt gevonden:

$$\left. \begin{aligned} E_z &= -\frac{r}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( r \frac{\partial \Pi}{\partial r} \right), \\ H &= -j k_1 \frac{\partial \Pi}{\partial r}. \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

Voor omroepdoeleinden interesseert in de eerste plaats het veld aan de aardoppervlakte ( $z = 0$ ), hetwelk dus volgens (1) gegeven is door:

$$\frac{\Pi(r)}{k_2^2} = \int_0^{\infty} \frac{J_0(\lambda r) \cdot \lambda d\lambda}{k_1^2 \sqrt{\lambda^2 - k_2^2} + k_2^2 \sqrt{\lambda^2 - k_1^2}}, \quad (3)$$

welke integraal ik voor eenigen tijd in samenwerking met Dr. K. F. Niessen met behulp van de operatoren methode heb omgevormd tot de strenge uitdrukking:

<sup>1)</sup> A. Sommerfeld. Ann. d. Phys. **28**, 665, 1909 en **81**, 1135, 1926.

$$\frac{\Pi(r)}{k_2^2} = \frac{I}{k_1^4 - k_2^4} \cdot \int_{u=\frac{k_1}{h}}^{u=\frac{k_2}{h}} e^{jhr u} \cdot d(u^2 - I)^{-\frac{1}{2}}, \quad (4)$$

waarin thans de Besselfunctie niet meer voorkomt, en waarin  $k$  gedefinieerd is door

$$h^2 = \frac{k_1^2 k_2^2}{k_1^2 + k_2^2}.$$

Wanneer voorts  $|k_2^4| \gg |k_1^4|$ , een conditie, waaraan voor golven langer dan 200 meter en de Hollandsche bodemeenschappen zeker voldaan is, en wanneer wij ons bepalen tot afstanden  $r$  van den zender grooter dan eenige golflengten in lucht ( $k_1 r \gg I$ ), dan kan (4) worden benaderd tot:

$$\Pi(r) = \frac{e^{j k_1 r}}{r} \cdot y(\varrho), \quad (5)$$

waarin  $y(\varrho)$  een functie voorstelt van de door Sommerfeld gedefinieerde „numerische afstand”  $\varrho$ , welke gegeven is door:

$$\varrho = (k_1 - li) j r \approx \frac{I k_1^3}{2 k_2^2} j r$$

voor niet al te slecht geleidende grond en al te korte golflengten, zoodat voldaan is aan

$$\sigma_2 \gg \varepsilon_2 \omega$$

d.w.z.: voor frequenties- en geleidingsvermogen zoodanig, dat de grond nog als een geleider kan worden opgevat (geleidingsstroom  $\gg$  verplaatsingsstroom)<sup>1)</sup>, wordt  $\varrho$  reëel en men verkrijgt eenvoudig

$$\varrho = \frac{I \omega^2 r}{2 \sigma_2 c}$$

of, wanneer het geleidingsvermogen  $\sigma_2$  gemeten wordt in C. G. S. eenheden ( $\sigma$ )

$$\varrho = \frac{\pi}{2 \sigma \lambda c} \cdot \frac{r}{\lambda},$$

waarin  $\lambda$  en  $r$  in cm. zijn gemeten, en  $c = 3.10^{10}$  cm./sec. In praktische eenheden wordt dus

<sup>1)</sup> Balth. van der Pol, De Ingenieur, No. 38, 1925.

$$\varrho = \frac{\pi}{6 \cdot 10^{15} \sigma \lambda_{km}} \cdot \frac{r_{km}}{\lambda_{km}}. \quad (6)$$

$\varrho$  is een onbenoemd getal.

De functie  $y(\varrho)$  uit (5) kan verder geschreven worden als

$$y(\varrho) = e^{-\varrho} \int_1^{\infty} e^{\varrho v} \cdot \frac{dv}{v^2}.$$

De modulus van deze functie is voorgesteld in fig. 1 en in Tabel I.

TABEL I <sup>1)</sup>

$\varrho$ .	$y(\varrho)$ .	$\delta$ .	$y(\delta)$ .
0	1	11	0.0539
0.05	0.979	12	0.0485
0.10	0.958	13	0.0441
0.25	0.899	14	0.0405
0.50	0.808	15	0.0374
1	0.656	16	0.0348
2	0.440	17	0.0325
2.5	0.363	18	0.0305
3	0.303	19	0.0287
4	0.215	20	0.0272
5	0.159	25	0.0213
6	0.123	30	0.0176
7	0.098	40	0.0130
8	0.082	50	0.0103
9	0.070		
10	0.061		

Een empirische formule, die deze functie binnen enkele procenten over het geheele gebied weergeeft, is:

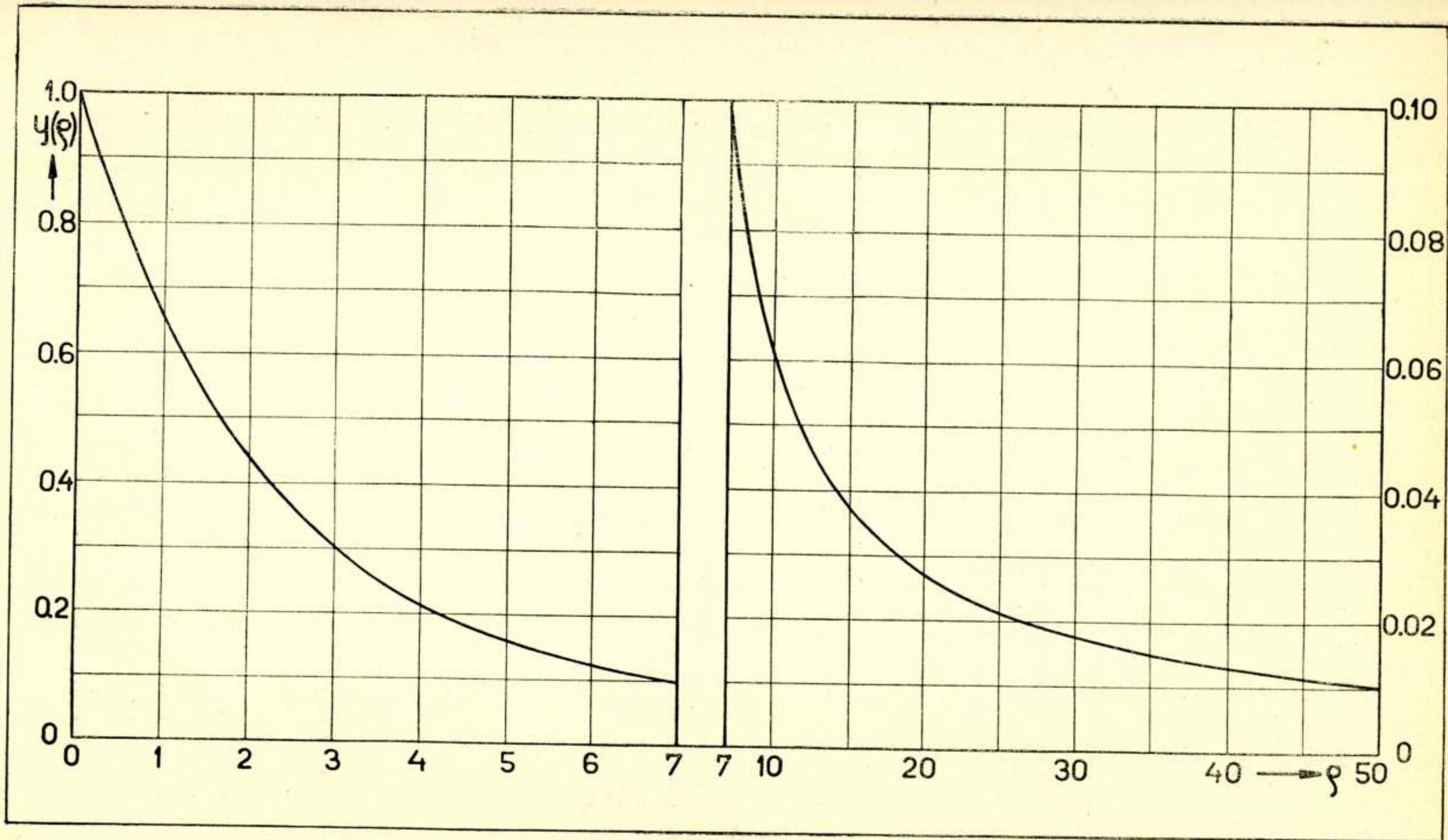
$$|y(\varrho)| = \frac{2 + 0.3\varrho}{2 + \varrho + 0.6\varrho^2}.$$

Voor groote waarden van  $\varrho$  ( $\varrho > 20$ ) is bij benadering

$$|y(\varrho)| = \frac{1}{2\varrho}.$$

<sup>1)</sup> Ontleend aan:

B. Rolf. Handlingar ingenjörs Vetenskaps Akademien No. 96, Stockholm 1929.



Figuur 1

Daar verder in (5)  $y(\varrho) \cdot r^{-1}$  langzaam met  $r$  verandert vergeleken met de factor  $e^{jk_1 r}$ , kunnen wij ter berekening van de veldsterkten  $E_z$  en  $H$  slechts de factor  $e^{jk_1 r}$  differentieëren, waaruit volgt:

$$E_z = H = k_1^2 \frac{e^{jk_1 r}}{r} \cdot y(\varrho),$$

of

$$|E_z| = |H| = \frac{k_1^2}{r} \cdot |y(\varrho)|.$$

Voor oneindig goed geleidende grond wordt  $\varrho = 0$  en  $y(\varrho) = 1$ . Hiervoor geldt de bekende uitdrukking, die direct aan de berekening van Hertz ontleend is:

$$|E_z| = |H| = 120 \pi \frac{\alpha h J_{amp}}{\lambda r_{km}} \quad mV/meter^1)$$

Volgens het voorgaande heeft men derhalve voor een eindig geleidingsvermogen (met weglating der modulusteekeus):

$$E = H = 120 \pi \frac{\alpha h}{\lambda} \cdot \frac{J_{amp}}{r_{km}} y(\varrho) \quad mV/meter \quad (7)$$

waarin  $E$  de effectieve waarde van  $E_z$ ,  $H$  de effectieve waarde van de magnetische veldsterkte,  $\alpha h$  de effectieve hoogte van de antenne en  $J_{amp}$  de effectieve waarde van den antennestroom is. Voorts is, wanneer de antenne kort is vergeleken met één golflengte, het uitgestraalde vermogen  $W$  bij benadering gegeven door

$$W_{watt} = 160 \pi^2 \left( \frac{\alpha h}{\lambda} \right)^2 \cdot J_{amp}^2, \quad (8)$$

waaruit wij met behulp van (7) afleiden:

$$E = H = 3 \sqrt{10} \sqrt{W_{watt}} \cdot \frac{1}{r_{km}} \cdot y(\varrho) \quad mV/meter,$$

zoodat wij als Technische eindformule verkrijgen:

$$\boxed{E = H = 300 \sqrt{W_{km}} \cdot \frac{y(\varrho)}{r_{km}} \quad mV/meter} \quad (9)$$

of bij benadering met een empirische uitdrukking die overal  $y(\varrho)$  tot op eenige procenten benadert:

<sup>1)</sup> Zie bv.: Zenneck, Lehrb. d. drahtl. Telegr. 3e Aufl. pag. 296.

$$E = H = 300 \sqrt{W_{kw}} \cdot \frac{I}{r_{km}} \cdot \frac{2 + 0.3 \varrho}{2 + \varrho + 0.6 \varrho^2} \quad mV/meter \quad (9a)$$

welke de effectieve waarden  $E$  en  $H$  van de veldsterkten aan het aardoppervlak weergeeft als functie 1° van de totale uitgestraalde energie  $W_{kw}$  in  $kw$ , 2° de afstand  $r_{km}$  in  $km$  en  $\varrho$  de numerische afstand, die van het geleidingsvermogen  $\sigma$  en de werkelijke afstand  $r_{km}$  afhangt volgens boven reeds gegeven uitdrukking:

$$\varrho = \frac{\pi 10^{-15}}{6 \sigma} \cdot \frac{r_{km}}{\lambda^2_{km}} \quad (6)$$

terwijl de functie  $y(\varrho)$  gegeven is door Tabel I of fig. I.<sup>1)</sup>

Bij de beschouwde berekening is de invloed van de bolvormigheid der aarde en van de Kennelly-Heaviside-laag verwaarloosd. Bij niet te groote afstanden zijn deze benaderingen volkomen geoorloofd. Uit metingen van Prof. E. V. Appleton en van Capt. P. P. Eckersley<sup>2)</sup> volgt, dat de veldsterkte  $E'$  aan den grond, die te danken is aan den invloed van genoemde laag voor alle afstanden tusschen  $r = 30 km$  en  $r = 1000 km$  en voor alle in den omroep gebruikte golflengten, voor  $1 kw$  gestraalde enerhie bij benadering bedraagt  $0.1 mV/meter$  of:

$$E' = 0.1 \sqrt{W_{kw}} \quad mV/meter \quad (10)$$

Deze indirecte straal  $E'$  zal, willen wij „fading” voorkomen, steeds zwakker moeten zijn dan de directe straal  $E$ . Nemen wij als practisch uiterste limiet  $E' < \frac{I}{3} E$ , dan volgt direct uit (9) en (10) dat men slechts een goede ontvangst kan verwachten op afstanden  $r_{km}$  waarvoor geldt

$$r_{km} < 10^3 \cdot y(\varrho) \quad (11)$$

<sup>1)</sup> De hier gegeven theorie wijkt in enkele opzichten af van de krommen zooals die gepubliceerd zijn door P. P. Eckersley, *The service area of broadcasting stations*, Londen 1929; in het bijzonder levert onze beschouwing op grooten afstand grootere velden, dan door Eckersley berekend. Ontegenzeggelijk leidt een juiste theoretische beschouwing tot veldsterkten op grooten numerischen afstand omgekeerd evenredig met het kwadraat van dien afstand.

<sup>2)</sup> P. P. Eckersley, loc. cit. pag 11.



Tevens volgt:

$$E > 0,3 \sqrt{W_{kzw}},$$

of met andere woorden: Een station met 1 *kzw* stralingsenergie zal slechts fadingvrij zijn te ontvangen tot op die afstand waar de veldsterkte 0,3 *mV/meter* bedraagt.

§ 3. *Tegenwoordige situatie van den omroep in Holland, veldmetingen en theoretische beschouwingen.*

a. *Hilversum I. ( $\lambda = 299$  meter).*

Een uitgebreide serie veldmetingen werden in Oct. 1929 verricht. Als object daarvoor werd gekozen *Hilversum I* ( $\lambda = 299$  m), nadat gebleken was, dat in de uithoeken van het land overdag het veld van dezen zender vrijwel constant was en zich dus geen fading voordeed. In overeenstemming hiermede werd slechts gedurende den dag gemeten. Daartoe werd een auto (fig. 2 en 3) voorzien van een houten carrosserie, waarin een door den heer D. Koffyberg ontworpen en uitgevoerde veldmeter werd gemonteerd. Op een rondrit door Nederland, die ongeveer 2½ week duurde, werden door de heeren Ir. R. Veldhuyzen en D. Koffyberg ca. 200 metingen verricht, over het geheele land verspreid. Al dezen tijd zond Hilversum zijn draaggolf uit. Groote zorg was bij deze metingen noodzakelijk in de keuze van de plaatsen, omdat metalen bruggen, hoogspanningsleidingen, bosschen, enz. het veld ernstig kunnen storen. Interessante gebieden werden vervolgens speciaal onderzocht. Daarop kon een kaart worden geteekend (fig. 4) waarop door interpolatie alle punten van gelijke effectieve veldsterkte door lijnen werden verbonden. De nummers bij deze lijnen geven de effectieve veldsterkten aan in *microVolt/meter*. De plaatsen, waar waarnemingen werden verricht, zijn door ronde punten aangeduid. Beschouwen wij thans deze kaart iets nader.

Het eerst zien wij vlak om *Hilversum* (*H*) een eenigszins van den cirkelvorm afwijkende lijn van de veldsterkte 15000  $\mu V/m$ . Daaromheen loopt de kromme van 5000  $\mu V/m$  met een groote uitbocht in de *Zuiderzee* en een indeuking aan de ZuidOost kant. Vervolgens heeft de lijn van 2000  $\mu V/m$  wederom een groote uitbocht over de *Zuiderzee*, een diepe scherpe indeuking vóór *Amsterdam* om en wederom, evenals de vorige lijn, een indeuking in het Zuidoosten. Op soortgelijke wijze verloopt ook de kromme voor 1500  $\mu V/m$ . De kromme 1000  $\mu V/m$  ver-



Figuur 2  
Auto voorzien van veldmeter.



Figuur 3  
Inwendige van auto.

toont achter *Amsterdam* en in het Zuidoosten weder diepe indeukingen. De  $600 \mu V/m$  loopt bij *Den Helder* de *Noordzee* in, vertoont verder over de *Zuiderzee* weder de uitbulting en ook de diepe indeuking in het Zuidoosten vinden wij weer terug, terwijl het onderste uiteinde van deze kromme bij *Schouwen* in de *Noordzee* loopt. Een soortgelijk verloop vertoont ook de krommen voor  $500$  en  $400 \mu V/m$ ; de  $300 \mu V/m$  kromme vertoont twee eilanden, één ten Zuiden van *Rhenen* in de *Beluwe*, en één op de *Veluwe*, tusschen *Apeldoorn* en *Deventer* (wij komen hier nog nader op terug). De  $200$  en  $100 \mu V/m$  krommen verlopen met flauwe bochten om de vorige krommen heen. Tenslotte vinden wij in *Noord Limburg* de veldsterkte  $50 \mu V/m$  en in *Zuid Limburg*  $25 \mu V/m$ , waaruit volgt, dat *Limburg* de slechtst bedeelde provincie is. Uit het detailkaartje van de omstreken van *Amsterdam* zien wij verder nog, dat aan de N.W.kant van deze stad zich nog een eiland van de lijn  $1000 \mu V/m$  voordoet. Uit de definitie van de niveau-lijnen volgt dat, wanneer de opvolgende lijnen dicht bij elkaar verlopen, het veld een snelle afname met den afstand ondergaat. De snelste afname komt derhalve voor aan de Z.W.kant van de stad *Amsterdam*, op de *Utrechtsche heuvelrug* en op de *Veluwe*. Dit alles komt nog duidelijker uit, wanneer wij de veldsterkten op de doorsneden HA, HB, HC, HD, HE en HF bezien (fig. 4). Deze loopen door *Hilversum* en resp. *Groningen*, *Deventer*, *Venlo*, *Breda*, *Sluis* en *Amsterdam*. Zij zijn afzonderlijk op logaritmische schaal weergegeven in fig. 5, waar de getrokken lijnen deze veldsterkten voorstellen als functie van den afstand van *Hilversum*, terwijl de gestippelde lijnen de veldsterkten weergeven, die bestaan zouden, indien de grond niet absorbeerde.

Wij zien uit fig. 5 (*Hilversum-Groningen*) hoe het veld over de *Zuiderzee* slechts langzaam afneemt, terwijl, zoodra het traject over het land gaat verlopen, dit sneller gaat vallen. De doorsnede *Hilversum-Deventer* verloopt eerst over de *Veluwe* en daar ondergaan de golven een snelle absorptie. Even voor *Deventer* neemt het veld met een afstand een oogenblik toe, overeenkomstig het „eiland” van de  $300 \mu V/m$  lijn op de kaart. Ongetwijfeld, zoo leert een verdere theoretische beschouwing, is dit tijdelijk oploopen van de veldsterkte te danken aan de instraling van boven, die de absorptie op de *Veluwe* direct daarachter een weinig compenseert. De doorsnede *Hilversum-Venlo* begint met een onverwacht groot absorptiegebied ter hoogte van de *Utrechtsche heuvelrug*, met een kleine restauratie direct daarop,

wanneer de golven over de *Betuwe* loopen. *Hilversum-Breda* verloopt eerst over de goed geleidende klei van de provincie Utrecht en de veldsterkten zijn daar maar weinig beneden de ideale voor oneindig goed geleidende grond. De zandgronden van N. Brabant doen in de buurt van *Breda* een grootere absorptie ontstaan. Het geheele traject *Hilversum-Sluis*, dat over de natte, goed geleidende klei en de riviermonden verloopt vertoont een veldsterkte, die maar weinig verschilt van die er zou zijn voor een oneindig goed geleidende aarde (gestippelde kromme). Het traject *Hilversum-Amsterdam* toont ons een zeer groote absorptie in een heel klein gebied, over *de stad Amsterdam*, terwijl achter Amsterdam, door instraling (misschien ook zijdelingsche) het veld zich wederom een weinig herstelt. Tenslotte geeft de laatste kromme van fig. 5, de doorsnede  $PQ$  van fig. 4 weer, die loopt: *Zeeuwsch-Vlaanderen—Friesland*, dus achter *Amsterdam* om. Fraai toont deze kromme, hoe de absorptie over *Zuid-Hollandische* en *Zeeuwsche eilanden* en *Zeeuwsch-Vlaanderen* slechts gering is, terwijl de absorptie merkbaar grooter is aan de andere zijde over de *Zuiderzee*, *Friesland* en de *Waddenzee*. Achter *Amsterdam* vertoont zich echter een diepe schaduw, die te danken is aan de groote absorptie door de hoofdstad. Die schaduw komt ook goed uit in het detailkaartje van fig. 4. *Amsterdam* werd in dit opzicht speciaal onderzocht; andere groote steden als *Den Haag*, *Rotterdam* en *Utrecht* werden in dit opzicht niet aan een speciaal onderzoek onderworpen.

Zooals reeds vermeld, stellen de gestippelde krommen van fig. 5 de veldsterkten voor, die zouden bestaan, wanneer de grond niet absorbeerde. Uit de formules (9) en (9a) volgt dat voor  $\varrho \ll 1$ , en dus  $y(\varrho) = 1$ , deze veldsterkte gegeven is door de formule

$$E = 300 \sqrt{W_{km}} \cdot \frac{I}{r_{km}} \quad mV/m, \quad (12)$$

welke formule geldig is onder de conditie  $k, r \gg 1$ , d.w.z. op afstanden, grooter dan eenige golflengten. De beide condities, waaronder (12) geldt, zijn dus:

$$\varrho \ll 1 \ll k, r, \quad (12a)$$

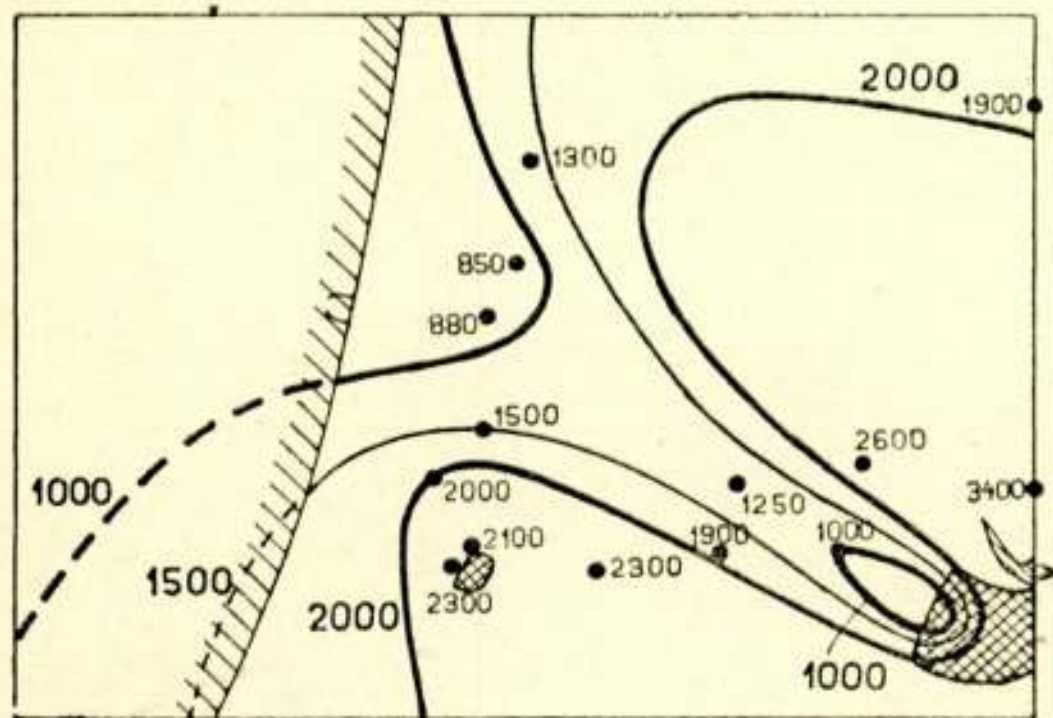
of bij benadering

$$\left. \begin{aligned} r_{km} &\ll 2 \cdot 10^{15} \sigma \lambda_{km}^2, \\ r_{km} &\gg 0.15 \lambda_{km}. \end{aligned} \right\} \quad (12b)$$

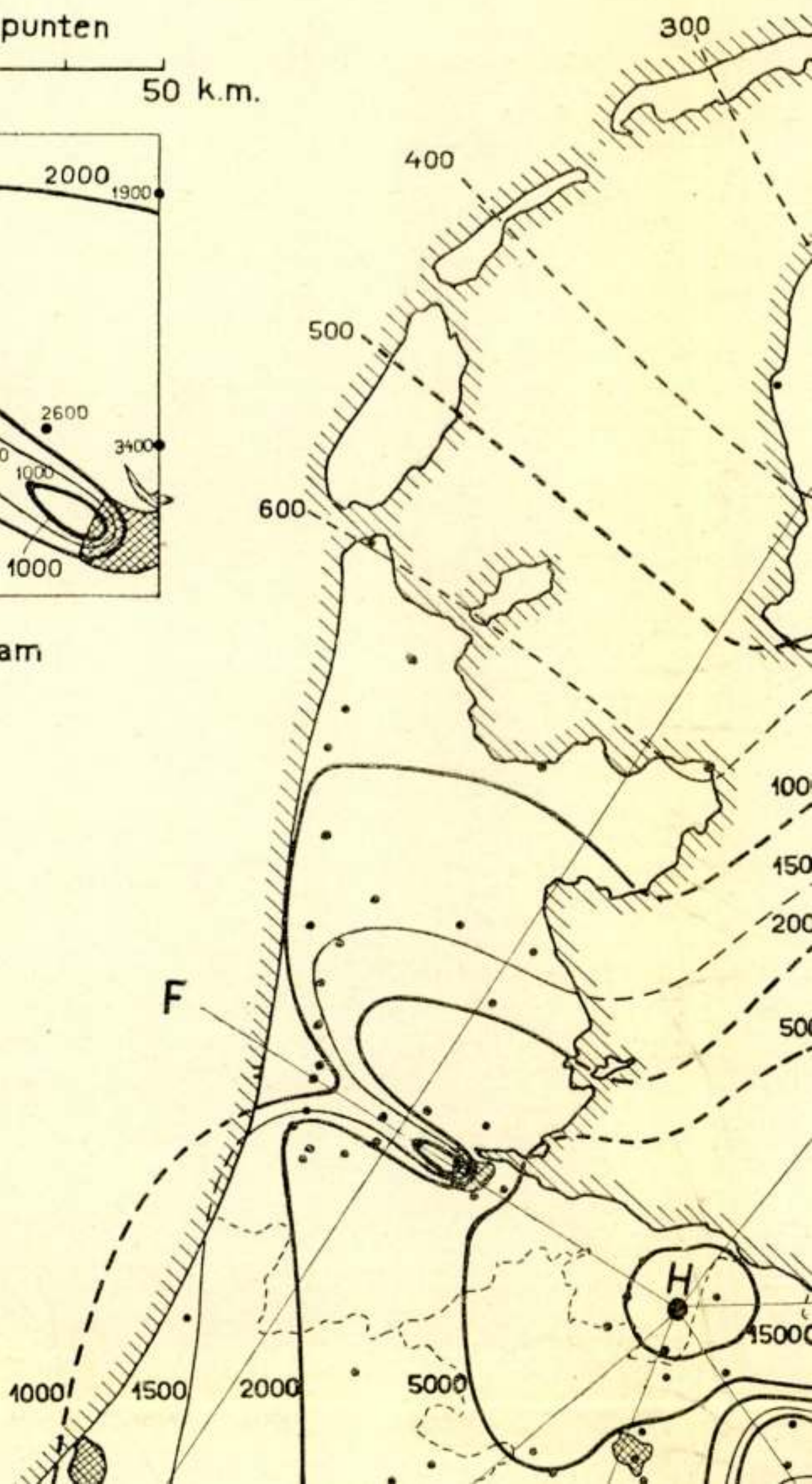
# Veldsterkten van Hilversum [ $\lambda = 298.8 \text{ m.}$ ] in $\mu$

• = gemeten punten

Schaal: 0 50 k.m.



Schaduw achter Amsterdam



Daar, zooals wij verder zullen zien, het geleidingsvermogen  $\sigma$  (afgezien van de zee) in Holland zich beweegt rond  $\sigma = 10^{-13}$ , is aan de condities (12b) voor  $\lambda = 299 \text{ m}$  zeker voldaan door een afstand  $r = 3 \text{ à } 6 \text{ km}$ . Op dezen afstand van den zender werden ter bepaling van het moment  $a/h \cdot J$  van den zender eenige metingen verricht, waarvan wij de resultaten hieronder laten volgen.

TABEL II

*Hilversum I* ( $\lambda = 292 \text{ m.}$ )

Plaats	$r$	$E$	$E \cdot r$
Holl. Rading . . . .	5,5 km	19 mV/m	104
's Graveland . . . .	5,8	16	93
Bussum . . . . .	4,7	18	85
Eemnes . . . . .	4,1	25	102
Weg Hilv. Baarn . .	3,4	35	119
		Gemiddeld:	100

en hieruit volgt:

$$W_{kw} = 0,11 \text{ kilowatt.}$$

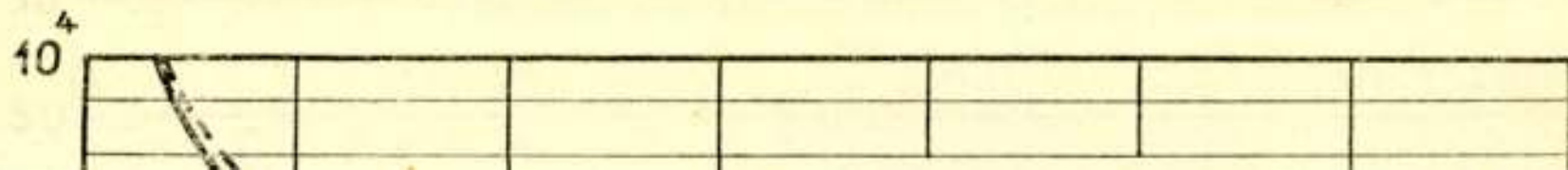
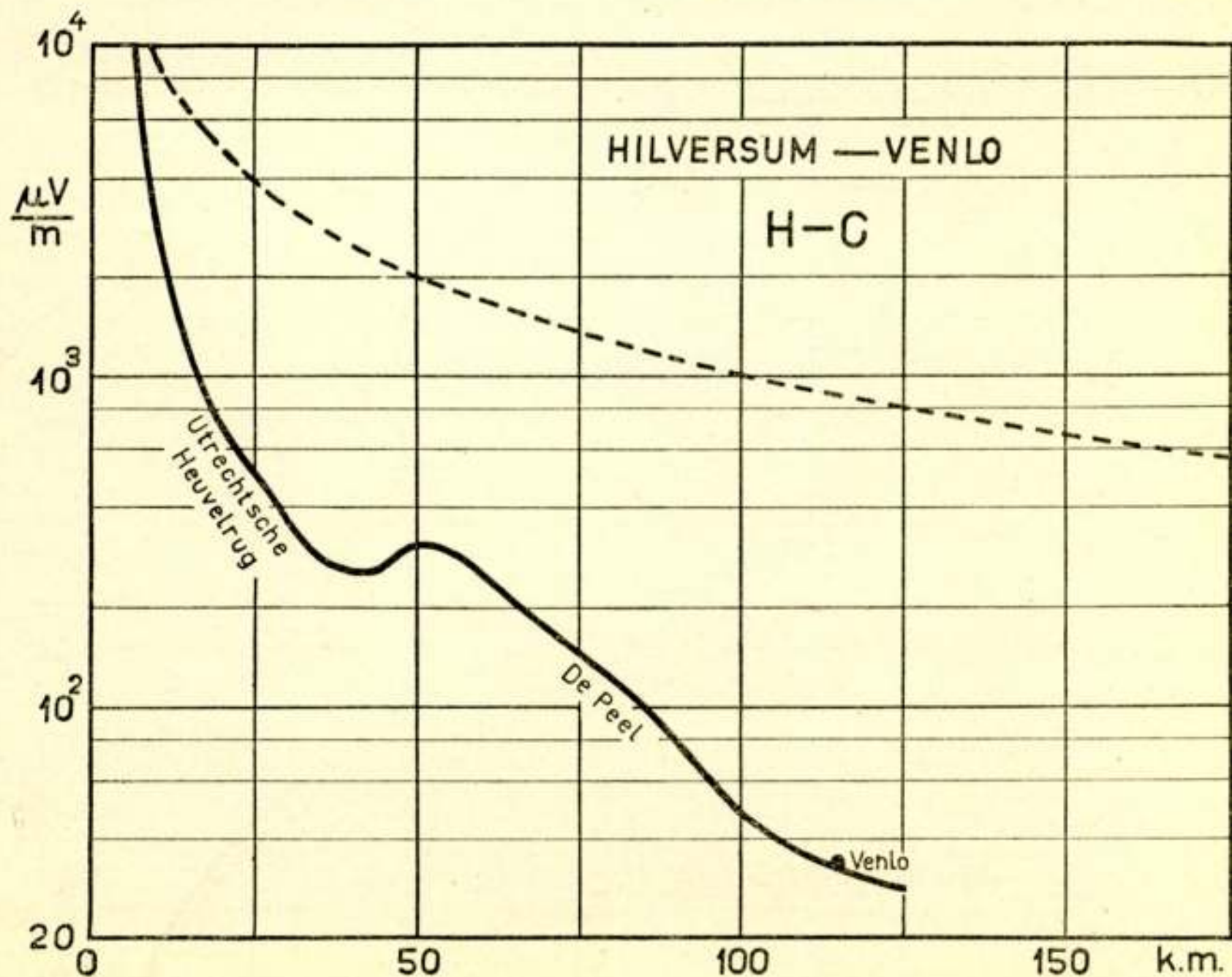
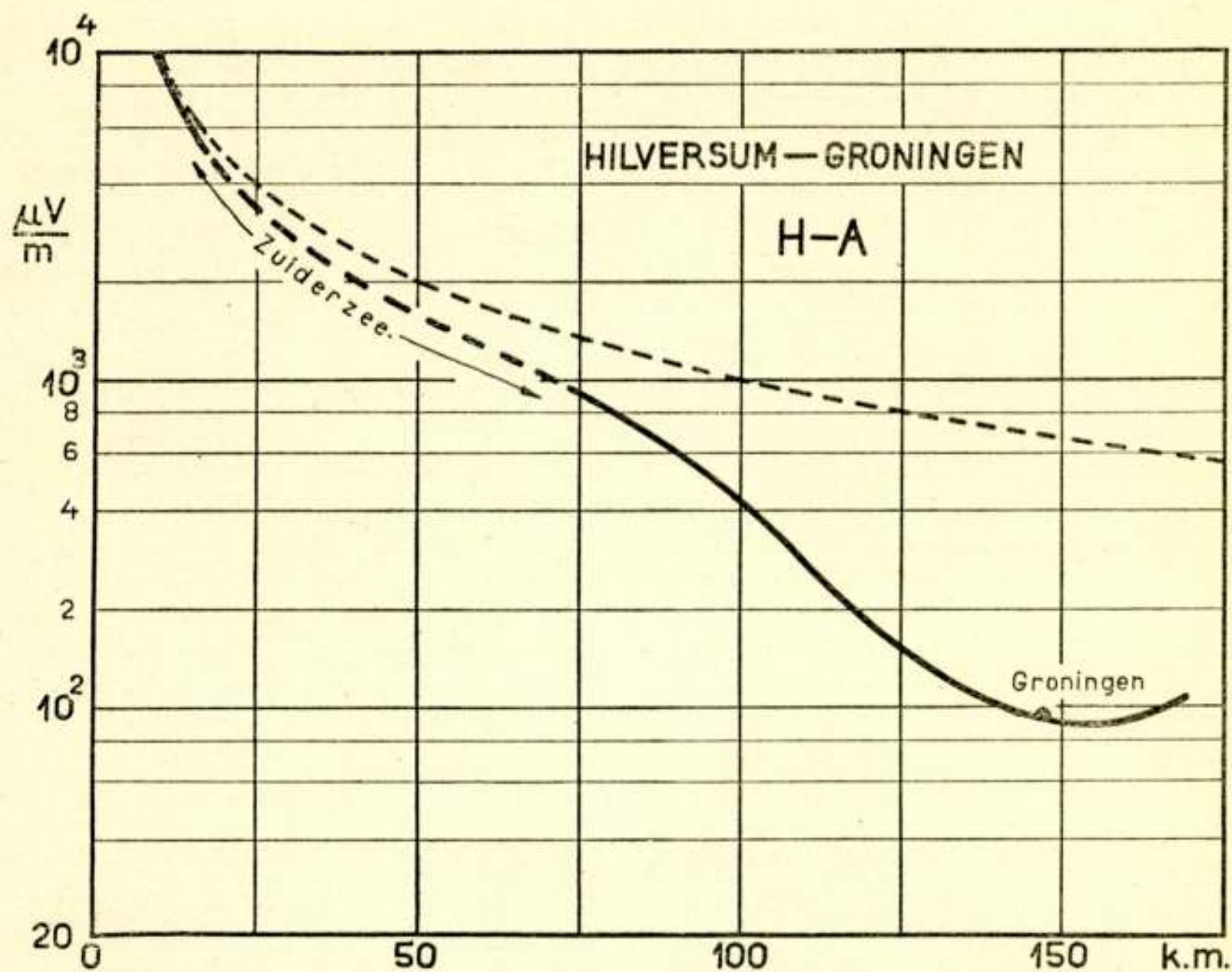
Wij kunnen als een goede benadering concludeeren, dat Hilversum I ( $\lambda = 299 \text{ meter}$ ) totaal dus slechts *ca.* 110 Watt nuttig uitstraalt. De oorzaak van dit onverwacht kleine bedrag moet waarschijnlijk gezocht worden in de absorptie in de onmiddellijke omgeving van den zender door masten en fabrieksgebouwen. Het tegenwicht loopt over de N. S. F. fabriek, waardoor ook de effectieve stralingshoogte  $a/h$  aanzienlijk verkleind wordt. De aldus gemeten totale straling werd tot basis genomen van de gestippelde krommen van fig. 5, waarbij de goede aansluiting op kleinen afstand van den zender van de absorptievrije krommen met de waargenomen waarden opvalt.

Absorptie op het beschouwde traject van eenige  $\text{km}$  zou de waarde van  $E r$  iets groter kunnen doen uitvallen. Men kan zich echter met behulp van de functie  $y(\varrho)$  gemakkelijk overtuigen dat de boven gegeven waarde althans de juiste grootteorde weergeeft.<sup>1)</sup>

<sup>1)</sup> Nam men voor de omgeving van den zender het kleinste geleidingsvermogen aan dat in Holland gemeten werd ( $\sigma = 2,5 \cdot 10^{-14}$ ), dan zou daardoor worden  $E r = 150$ .

Welke veldsterkte waarborgt nu een goede luidspreker-ontvangst? Het antwoord op deze vraag hangt van verschillende factoren af. In de eerste plaats van het ontvangtoestel, verder van de temperatuur der gloeidraden, die het „Schrot“-effect bepalen en met de selectiviteit daarmee het hoorbare geruis in den luidspreker bij afwezigheid van muziek; ook van de golflengte omdat de „gevoeligheid“ van een ontvanger een functie is van de golflengte (deze gevoeligheid geldt echter zoowel voor de signalen als voor de storingen); verder van de veldsterkte van in frequentie weinig verschillende eventueel storende andere stations; voorts van de met het jaargetijde wisselende atmosferische storingen; tenslotte zal voor het platteland, waar geen tramstoringen of motorstoringen voorkomen, met een kleinere veldsterkte genoeg genomen worden dan in de steden, waar die storingen veel talrijker en sterker zijn. Verschillende luisteraars deelden mij mede, dat ze de ontvangst van Hilversum I ( $\lambda = 299$  meter) in *Eindhoven* juist voldoende vonden; anderen zijn van opinie, dat de ontvangst te *Eindhoven* veel te zwak was voor een goede storingsvrije weergave. Het persoonlijke element komt dus hierin ook naar voren. Nu is de veldsterkte van *Hilversum I* te *Eindhoven* ca.  $150 \mu V/m$ . O.i. is deze veldsterkte verre onvoldoende. Alles te zamen genomen komt het ons voor dat men voor een golf van 299 m in de praktijk rekenen moet als onderste grens voor een goede ontvangst ca.  $2,5 mV/m$  voor de groote steden met tramstoringen, en  $10 mV/m$  voor het platteland.

Op deze basis zou men derhalve kunnen zeggen dat, zooals de toestand nu is, *Hilversum I* ( $\lambda = 299$  meter) de steden *Amsterdam* en *Utrecht* voldoende sterkte geeft, *Rotterdam* en *Den Haag* juist onvoldoende. De grens van het goede ontvangstgebied op het platteland vindt men uit fig. 4, wanneer men de lijn  $1000 \mu V/m$  volgt, die ongeveer als volgt loopt: *Schoorl*, *Hoorn*, over de *Zuiderzee* naar *Kampen*, midden over de *Veluwe*, *Veenendaal*, *Woudenberg*, *Wijk-bij-Duurstede*, *Heusden*, *Langstraat*, *Beierland*, *Putten*, *Voorne* en verder langs de *Noordzee-kust* terug naar *Schoorl*. Alle plaatsen op het platteland binnen deze lijn worden voldoende bediend, alle plaatsen daarbuiten onvoldoende. De diepe inbocht bij *Woudenberg* is, zooals gemeld, te danken aan de onverwacht groote absorptie door de *Utrechtsche heuvelrug*, waardoor het veld in *Zeeuwsch-Vlaanderen* evengroot is als dat in de buurt van *Doorn*, terwijl de afstanden tot Hilversum van deze plaatsen zich verhouden als 5:1.





Probeeren wij thans uit deze metingen eenige gegevens te verkrijgen over het geleidingsvermogen van de verschillende deelen van het land. De kennis van deze waarden is van belang voor het vooruit bepalen met behulp van onze formule (9) van het gedrag van golven van een andere lengte. De theoretische beschouwing van § 2 was echter gegrond op de aanwezigheid van een homogene bodem. De metingen hebben reeds doen zien, dat de absorptie in verschillende deelen van ons land sterk varieert en er dus van een homogene bodem geen sprake is. Desalniettemin kunnen eenige ruwe conclusies over het geleidingsvermogen van den grond zeker wel uit de gegeven waarnemingen worden getrokken. Nemen wij als voorbeeld het traject *Hilversum-Sluis*, dat volgens fig. 4 en fig. 5 een gladde absorptie vertoont. De afstand *Hilversum-Sluis* bedraagt  $r = 160 \text{ km}$ , Daar  $W_{kw} = 0.110 \text{ kw}$  en de veldsterkte in *Sluis* volgens fig. 4  $0,36 \text{ m V/m}$  bedraagt, vinden wij uit (9)

$$0.36 = 300 \sqrt{0.11} \cdot \frac{y(\varrho)}{160},$$

waaruit

$$y(\varrho) = 0.58;$$

uit fig. 1 vinden wij, dat hierbij behoort

$$\varrho = 1,25$$

en, daar  $\lambda_{km} = 0,299$ , vinden wij direct uit (6)

$$\sigma = 7,5 \cdot 10^{-13},$$

voor het gemiddelde geleidingsvermogen van het traject *Hilversum-Sluis*, hetgeen een zeer plausibele waarde is.

Uit een waarneming dicht bij *Doorn* ( $E = 0.55 \text{ m V/m}$ ) op een afstand van  $r = 24,5$  volgt met de genoemde methode  $y(\varrho) = 0.135$ ,  $\varrho = 5,7$  en hieruit

$$\sigma = 2,5 \cdot 10^{-14}$$

dat is  $1/30$  van het geleidingsvermogen over het traject naar *Sluis*.

Voor *Kuinre* ( $r = 77 \text{ km}$ ,  $E = 0.95$ ) vinden wij  $y(\varrho) = 0.73$ ,  $\varrho = 0.75$  en  $\sigma = 6 \cdot 10^{-13}$ . Deze laatste waarde is veel kleiner dan een vroeger door mij gemeten geleidingsvermogen van zee-water<sup>1)</sup> afkomstig van *Hastings*, toen  $\sigma = 3,77 \cdot 10^{-11}$  gevonden werd (bij  $12^{\circ}5 \text{ C}$ )

De verklaring van dit verschil moet waarschijnlijk gezocht

<sup>1)</sup> Phil. Mag. 36, 88, 1918.

worden in het feit, dat de golven van Hilversum tot de kust reeds een zekere absorptie hebben ondergaan vóór dat zij de zee bereiken en voorts is het niet onmogelijk, dat het geleidingsvermogen van het water van de Zuiderzee, waarin verschillende rivieren uitstroomen, niet onbelangrijk afwijkt van dat van de Noordzee.<sup>1)</sup> Bovendien is bij deze relatief kleine waarde van  $\varrho$  de berekening zeer gevoelig voor kleine waarnemingsfouten in de veldsterkte. Was deze, zoo toont een eenvoudige berekening, niet  $E = 0.95$  doch  $E = 1.1$  geweest, een verschil dus van 15%, dan zou men reeds het dubbele geleidingsvermogen hebben gevonden. En fouten van deze orde zijn volstrekt niet uitgesloten.

Past men dezelfde berekening toe op het traject *Hilversum-Apeldoorn*, met  $r = 54$  km,  $E = 0.28$  m V/m, dan vindt men:  $y(\varrho) = 0.15$ ,  $\varrho = 5.2$  en  $\sigma = 6.10^{-14}$ , een waarde van dezelfde orde als de *Utrechtsche heuvelrug* bij het traject naar *Doorn* vertoont.

Op dezelfde wijze hebben wij ook de waarden voor  $y(\varrho)$ ,  $\varrho$  en  $\sigma$  berekend voor de trajecten naar *Eindhoven*, *Roermond*, *Maastricht* en *de Dollart*. In deze gevallen moet de theorie, die voor een homogene aarde was opgezet, wel eenigszins geforceerd worden, omdat de trajecten over verschillende grondsoorten en zelfs gedeeltelijk over zee loopen. Toch gelooven wij, dat de toegepaste methode althans de juiste grootte-orde aldus wel geeft. Samenvattend vinden wij:

TABEL III

*Hilversum I* ( $\lambda = 299$  m.),  $W = 0.11$  kw ( $Er = 100$ )

	Sluis	Doorn	Apeldoorn	Eindhoven	Roermond	Maastricht	Dollart
$r$ km =	160	24.5	54	91	130	156	170
$E$ m V/m =	0.36	0.55	0.28	0.15	0.030	0.020	0.10
$y(\varrho)$ =	0.58	0.135	0.15	0.14	0.039	0.031	0.17
$\varrho$ =	1.25	5.7	5.2	5.5	14	18	4.7
$\sigma$ =	$7.5 \cdot 10^{-13}$	$2.5 \cdot 10^{-14}$	$6.0 \cdot 10^{-14}$	$9.6 \cdot 10^{-14}$	$5.4 \cdot 10^{-14}$	$5.0 \cdot 10^{-14}$	$2.1 \cdot 10^{-13}$

De gevonden waarden van het geleidingsvermogen variëren

<sup>1)</sup> Uit eenige gegevens, mij welwillend verstrekt door den Directeur v. h. Rijksinst. voor Hydrogr. Visscherijonderzoek Dr. F. Liebert, blijkt dat het zoutgehalte en daarmee het geleidingsvermogen van het Zuiderwater één derde is van dat van het Noordzeewater. Voor het water der Zuiderzee (bij *Urk* en *Marken*) geldt bij benadering voor de gemiddelde jaartemperatuur ( $t = 10^\circ$  C):  $\sigma = 1.2 \cdot 10^{-11}$ .

derhalve van  $2,5 \cdot 10^{-14}$  tot  $75 \cdot 10^{-14}$ . De verhouding van deze uiterste waarden is 30 : 1. Merkwaardig is verder, dat de *Utrechtsche heuvelrug* met  $\sigma = 2,5 \cdot 10^{-14}$  nog kleiner waarde vertoont dan de *Veluwe* (Apeldoorn met  $\sigma = 6,0 \cdot 10^{-14}$ ). Onverwacht is ook, dat het berekende effectieve geleidingsvermogen van het traject *Hilversum—Dollart* ( $\sigma = 2,1 \cdot 10^{-13}$ ) hetwelk voor iets minder dan de helft over de Zuiderzee loopt, *kleiner* is dan de effectieve waarde van het geleidingsvermogen van het traject *Hilversum—Sluis*. Het komt ons voor, dat een asymmetrie in het stralingsdiagram van den zender hiervoor niet aansprakelijk kan worden gesteld.

b. *Hilversum II* ( $\lambda = 1071 \text{ m}$ ).

De veldsterkten van *Hilversum II* ( $\lambda = 1071 \text{ m}$ ) werden veel minder uitvoerig gemeten dan die van *Hilversum I*, omdat, zooals een omslag rekening vooruit reeds deed zien, de invloed van het geleidingsvermogen van den grond op de voortplanting dezer langere golven veel geringer is.

Ter bepaling van het totale uitgestraalde vermogen werden wederom veldmetingen gedaan in de directe omgeving van den zender. Een samenstelling daarvan volgt hieronder:

TABEL IV

*Hilversum II* ( $\lambda = 1071 \text{ m}$ ).

	$r$	$E$	$Er$
Gooische Boer . . . . .	4.9 km	46 mV/m	226
Tol te 's Graveland . . . . .	5.5	32	176
's Graveland . . . . .	4.7	48	226
Omgeving Oud Loosdrecht . .	5.9	34	200
Sanatorium „Zonnestraal” . .	4.9	46	226
Omgeving Holl. Rading . . .	7.5	24	180
		Gemiddeld:	206

Uit de gemiddelde waarde van  $Er = 206$  volgt direct voor het uitgestraalde vermogen  $W_{kw}$  met behulp van (12)

$$W = 0.47 \text{ kilowatt}$$

een waarde, die ook vrij klein is, waarschijnlijk wederom als gevolg van de absorptie in de directe omgeving van den zender door de gebouwen der N. S. F.

Wij laten thans eenige waarden volgen van de velden van *Hilversum II* ( $\lambda = 1071\text{ m}$ ), gemeten in enkele uithoeken van het land.

TABEL V

*Hilversum II* ( $\lambda = 1071\text{ m}$ )

	$r$	$E$
Omgeving <i>Delfzijl</i> .	150 km.	0.76 mV/m
<i>Eindhoven</i> . . . . .	91	1.5
<i>Sluis</i> . . . . .	160	1.0
<i>Valkenberg</i> . . . . .	165	0.41
<i>Susteren</i> . . . . .	145	0.53

Uit deze waarnemingen blijkt, dat het traject naar *Groningen*, dat voor een groot deel over de *Zuiderzee* loopt, evenals wij vonden bij de golf  $\lambda = 299\text{ m}$ , wederom een grootere absorptie vertoont dan het traject naar *Zeeuwsch Vlaanderen* (*Delfzijl* met een velsterkte 0.76 en *Sluis* met 1.0 mV/m), ofschoon de verhouding hier dichter bij de eenheid ligt. *Zuid-Limburg* is er hier ook wederom het slechtst aan toe (*Valkenberg* met  $E = 0.41\text{ mV/m}$ ).

Een eenvoudige berekening laat verder zien, dat, zooals de theorie ook doet verwachten, voor de thans beschouwde golf de absorptie veel kleiner is dan voor de golf  $\lambda = 299\text{ m}$ .

Opgemerkt moge verder nog worden, dat, hadden wij met behulp van de in Tabel III gevonden waarden van  $\sigma$ , de veldsterkten van *Hilversum II* berekend, wij waarden zouden gevonden hebben, die niet ver af liggen van de in Tabel V gegeven gemeten waarden.

c. *Huizen* ( $\lambda = 1875\text{ m}$ ).

Evenals dit voor de andere stations geschied is, werden hier ter bepaling van het moment van den zender weder metingen in de dichte omgeving van *Huizen* verricht.

Tabel VI (zie volgende bladz.), geeft daarvan de uitkomsten weer:

TABEL VI

*Huizen* ( $\lambda = 1875$  m).

	$r$	$E$	$Er$
Wegkruising ten Zuiden van Laren . . . . .	6.5 km	46 mV/m	299
Driesprong Bunschoten . . . . .	12	21	252
Eembrugge—Bunschoten . . . . .	11	23	253
Ten W. van Baarn . . . . .	9.5	32	304
Kruising ten Z. van Laren . . . . .	6.8	49	333
Kruispunt Crailoo . . . . .	4.9	54	265
Ten Z. van Naarden . . . . .	4.9	53	260
		Gemiddeld:	281

Uit de gemiddelde waarde van  $Er = 281$  volgt direct op de bovenaangegeven wijze

$$W = 0.88 \text{ kilowatt.}$$

Deze waarde is niettegenstaande de langere golf, waardoor de stralingsweerstand kleiner wordt, aanmerkelijk groter dan in de beide te voren beschouwde gevallen. De zender staat dan ook geheel vrij.

Ook van *Huizen* werd het veld gemeten op verschillende verder afgelegen plaatsen, speciaal in de uithoeken van het land. Eenige gemeten waarden laten wij volgen in

TABEL VII

*Huizen* ( $\lambda = 1875$  m).

	$r$	$E$
Omgeving <i>Delfzijl</i> . . . . .	150 km	1.3 mV/m
<i>Eindhoven</i> . . . . .	91	2.3
<i>Sluis</i> . . . . .	160	1.4
Omgeving <i>Bergen-op-Zoom</i> . . . . .	118	1.8
<i>Gorinchem</i> . . . . .	56	4.2
Omgeving <i>Zwolle</i> . . . . .	68	3.0
Omgeving <i>Nijmegen</i> . . . . .	65	3.1
Omgeving <i>Susteren</i> . . . . .	145	1.2
<i>Valkenberg</i> . . . . .	165	1.0

Uit deze metingen volgt, dat voor deze golflengte *Groningen* en *Zeeuwsch Vlaanderen* thans vrijwel dezelfde veldsterkten hebben, en dat *Zuid Limburg* weder de kleinste veldsterkte heeft. Het verschil van het veld in *Zuid Limburg* en *Groningen* of *Zeeuwsch Vlaanderen* is hier, zooals de theorie laat verwachten, nog minder dan bij de golf  $\lambda = 1071$  meter. De absorptie door het eindige geleidingsvermogen van den grond wordt bij de thans beschouwde golflengte zeer klein en als ruwe eerste benadering kunnen wij voor deze lange golf een uitbreidingswet

$$\frac{I}{r}$$

aannemen, hetgeen in overeenstemming is met de theorie.

Ook hier wijken de met in Tabel III gegeven waarden van  $\sigma$ , voor deze golf berekende veldsterkten niet ver af van de gemeten waarden. Wij vinden dus een bevredigende overeenstemming met de in § 2 gegeven theorie. Een groote nauwkeurigheid kan natuurlijk niet worden verwacht, daar de theorie op een homogene aarde gebaseerd was.

#### § 4. *Nieuw technisch ontwerp voor een verbeterde omroep in Holland.*

Beschouwen wij eerst de verbetering van *Hilversum I* ( $\lambda = 299$  m). Voor het tegenwoordig uitgestraalde vermogen hebben wij hier bij benadering overal een veldsterkte  $E'$ , die te danken is aan de straling over de *Kennelly-Heavisidelaag*, welke met behulp van (10) berekend kan worden. Men vindt aldus

$$E' = 0.1 \sqrt{W_{kw}} = 0.1 \sqrt{0.11} = 0.033 \text{ m V/m.}$$

Nemen wij, zooals in § 2 werd uiteengezet, als grens voor een goede fadingvrije ontvangst aan, die plaatsen, waar de directe veldsterkte  $E = 3 E'$ , dan geeft derhalve de lijn, waarop de veldsterkte  $E = 0.10 \text{ m V/m} = 100 \mu\text{V/m}$  de grens van het gebied aan, waarbinnen fadingvrije ontvangst mogelijk is. Volgens onze kaart van fig. 4 loopt deze kromme over de grens *Groningen—Drente*, vervolgens langs de *Duitsche grens* tot *Limburg* en daarna over de grens *Limburg—N. Brabant*. Er zou dus afgesneden worden de provincie *Groningen* en de provincie *Limburg*. De gemeten veldsterkten in de provincie *Groningen* loopen echter niet veel uiteen, in de westhelft werden de punten gemeten:  $E = 100, 90$  en  $160 \mu\text{V/m}$  en in de oosthelft:  $E = 116, 97, 90, 68$  en  $95 \mu\text{V/m}$ . Het veldsterkteverval is over *Groningen* dan ook over het algemeen zeer gering, hetgeen reeds blijkt uit de groote

bocht, die de lijn  $E = 100 \mu V/m$  over deze provincie maakt. Wij mogen daarom wel concludeeren, dat de provincie *Groningen* praktisch nog fadingvrij zal zijn. Dit is daarom van veel belang, omdat deze absolute fadingcondities natuurlijk afhankelijk zijn van het gebezigde vermogen van den zender. Daarnaast echter hebben wij de physiologische eigenschap, dat een sterker geluid zonder hinder eerder tot bijv. de helft van de intensiteit kan zakken dan een zwak geluid. Wij concludeeren daarom, dat een versterking van den zender de provincie *Groningen* een goede ontvangst kan geven. Voor de provincie *Limburg* is dit echter uitgesloten.

Uit de metingen en genoemde beschouwingen concludeeren wij verder, dat de veldsterkten overal *vertienvoudig* dienen te worden, waaruit volgt, dat het uitgestraalde vermogen *honderdmaal* moet worden vergroot. Het uitgestraalde vermogen van *Hilversum I* ( $\lambda = 299 m$ ) zou derhalve moeten worden gebracht op  $100 \times 0.11 kw$  of rond op  $10 kw$  een waarde, die met een goede antenne op een open terrein, zooals bijv. bij de *Huizer Meent* zeer wel bereikbaar is. Met een dergelijken zender zouden dus alle provincies, behalve *Limburg*, met de beschikbare golf van  $\lambda = 299 m$  van een goeden omroep kunnen worden voorzien.

Bij het ontwerpen van dezen nieuwen zender zou speciaal veel aandacht moeten worden gegeven aan de hoogte van de masten en aan de stroomverdeeling over de antenne. Zooals uit een oud onderzoek van den schrijver volgt <sup>1)</sup>, zal bij een antenne-hoogte gelijk aan de halve golflengte en een stroomknoop aan de basis, de schuin omhooggerichte straling relatief geringer zijn dan bij een kortere antenne van bijv.  $\frac{1}{8} \lambda$ . Daardoor zal, zooals ook P. P. Eckersley <sup>2)</sup> opmerkt, minder fading op grooten afstand zich voordoen. Eén kleinere zender met een „onde commune” bijv. in *Sillart* of *Susteren* geplaatst, zou tegelijkertijd *Limburg* hetzelfde programma kunnen geven.

Een vergrooting van het vermogen van den zender brengt echter gevaren met zich mede, daar de veldsterkten in de onmiddellijke omgeving van den zender zoo groot worden, dat de ontvangst van andere zenders daardoor zou worden bemoeilijkt. Bezien wij dit punt iets nader, speciaal in verband met de steden *Amsterdam* en *Utrecht*. Het veld in *Amsterdam* is aan

<sup>1)</sup> Balth. van der Pol. On the wavelength and radiation of loaded antennae, Phys. Soc. Proc. **29**, 269, 1917.

<sup>2)</sup> P. P. Eckersley, loc. cit.

de westzijde zeer verschillend van dat aan de oostzijde wegens de absorptie door de stad zelf. Als gemiddelde waarde kunnen wij echter zeggen, dat het veld in *Amsterdam* thans van de orde is van  $3 \text{ mV/m}$ . Dit zou dus worden  $30 \text{ mV/m}$ . Bij overplaatsing van den zender *Hilversum I* naar *Huizen* komt het station iets verder van de stad *Utrecht* af, zoodat wij in deze stad na versterking van den zender ook kunnen rekenen met een veld van de orde van  $30 \text{ mV/m}$ . Dit veld zal in de steden *Amsterdam* en *Utrecht* natuurlijk een uitstekende ontvangst van *Hilversum I* waarborgen. Het is echter vrij sterk, zoodat met weinig selectieve ontvangers eenige moeilijkheid bij het ontvangen van in frequentie weinig verschillende buitenlandsche stations niet uitgesloten is. Evenwel zal zelfs met de allereenvoudigste toestellen, *Huizen* en *Hilversum* steeds ieder afzonderlijk goed te ontvangen zijn. Met een moderne goede ontvanger blijven in *Amsterdam* en *Utrecht* alle belangrijke buitenlandsche stations geheel vrij van *Hilversum I* uitstekend neembaar. Het veld in *Amsterdam* en *Utrecht* zou volgens het nieuwe projekt zelfs nog vrij wat zwakker zijn dan het veld van den plaatselijken zender te Londen.

Wat *Hilversum II* betreft zou, wanneer diens golflengte voor *Holland* kon worden behouden, een verdubbeling van het zendermoment overal in het land een veld geven grooter dan ongeveer  $1.0 \text{ mV/m}$ . Daar *Hilversum II* gewoonlijk onderaan de condensatorschaal wordt ontvangen, waar de meeste toestellen gevoeligler zijn dan bovenaan de schaal, zouden wij dus na verdubbeling van het moment overal een uitstekende ontvangst kunnen verkrijgen.

*Huizen* ligt bij de meeste toestellen aan den bovenrand van de condensatorschaal. Om de juist genoemde reden (zie ook blz. 115) is een ca. tweemaal grooter veld voor *Huizen* gewenscht dan voor *Hilversum II*, d. w. z. een minimum veld van  $2.0 \text{ mV/m}$ . Op deze basis zou dus ook het moment van den *Huizerzender* moeten worden verdubbeld, om over het geheele land een goede ontvangst te waarborgen, daar in *Zuid-Limburg* het veld van den *Huizerzender* thans  $1.0 \text{ mV/m}$  bedraagt.

Tenslotten laten wij ter vergelijking nog een tabel volgen (zie volgende blz.) van de velden van verschillende andere stations, zooals die *overdag* te Eindhoven werden gemeten.



## TABEL VIII

*Velden, gemeten te Eindhoven.*

Station	Golflengte	Veldsterkte E
Huizen . . . . .	1875 m.	2.3 mV/m
Radio Paris . . . . .	1724	0.87
Zeesen . . . . .	1635	0.60
Daventry . . . . .	1554	1.4 <sup>1)</sup>
Kalundborg . . . . .	1154	0.14
Hilversum II . . . . .	1071	1.5
Daventry . . . . .	479	0.11
Langenberg . . . . .	472	0.80
London . . . . .	356	0.16
Hilversum I . . . . .	299	0.15
London . . . . .	261	0.06

*Samenvatting.*

Uit de beschreven metingen van *Hilversum I* ( $\lambda = 299$  m) valt het volgende te constateeren: de nuttig uitgestraalde energie van *Hilversum I* ( $\lambda = 299$  m) is van de orde van 110 Watt, welke kleine waarde waarschijnlijk te danken is aan de absorptie in de onmiddellijke omgeving van den zender, die zich op het emplacement van de N. S. F. bevindt. Een groote absorptie doet zich voor op de *Utrechtsche heuvelrug*, waardoor de omgeving van *Doorn* en *Zeeuwsch Vlaanderen* dezelfde veldsterkte verkrijgen ( $400 \mu V/m$ ). Verder absorbeert de *Veluwe* de golf  $\lambda = 299$  meter aanmerkelijk, waardoor bijv. *Apeldoorn* dezelfde veldsterkte heeft als *Harlingen* en *Zeeuws Vlaanderen* ( $300 \mu V/m$ ). De  $100 \mu V/m$  lijn loopt in groote trekken langs de Oostgrens van Nederland en snijdt vervolgens juist nog de provincie *Limburg* in het Noorden af. Deze laatste provincie is er verreweg het slechtst aan toe met in het Zuiden veldsterkten van  $25 \mu V/m$ . Verder vertoont *Amsterdam* een zeer geprononceerde schaduw. De onderste grens van een goede ontvangst op het platteland loopt langs de lijn *Schoorl, Hoorn*, over de *Zuiderzee* naar *Kampen*, midden over de *Veluwe, Veenendaal, Woudenberg, Wijk-bij-Duurstede, Heusden, de Langstraat, Beierland, Pullen, Voorne* en verder

<sup>1)</sup> In goede overeenstemming met door ons voor 4 jaar hier te lande verrichte veldmetingen aan *Daventry*; zie *Radio Luistergids* 8 Jan. 1926.

langs de *Noordzeekust* terug naar *Schoorl.* Daarbuiten moet de veldsterkte als onvoldoende worden beschouwd. De steden *Amsterdam* en *Utrecht* verkrijgen voldoende veldsterkte. *Rotterdam* en *Den Haag* juist onvoldoende.

Voorgesteld wordt, het moment van den zender (met golflengte  $\lambda = 299 \text{ meter}$ ) te vertienvoudigen, waardoor overal in het land met uitzondering van de provincie *Limburg*, een veld zal ontstaan, grooter dan ca.  $1.0 \text{ mV/m}$ . hetwelk voor het platteland en voor de beschouwde golflengte een goede ontvangst waarborgt. Daarbij krijgen de groote steden ook een ruim voldoende veldsterkte. Om dit te bereiken zou op een juist gekozen plaats bijv. de *Huizer Meent*, een zender moeten worden opgesteld van ongeveer  $10 \text{ kW}$ , uitgestraald vermogen. Ter verkrijging van dit vermogen moet een hooge antenne, van de orde van een halve golflengte, worden gebouwd, terwijl het aan de laatste trap toegevoerd gelijkstroomvermogen ca.  $50 \text{ kW}$ . zal dienen te bedragen. Op deze basis kan overal in Nederland een goede ontvangst verwacht worden, daar de fading condities door het gebruik van deze hooge antenne overal gunstig zullen worden met uitzondering van de provincie *Limburg*. Voorgesteld wordt verder dat in de omgeving van *Susteren* of *Sittard* een kleine hulpzender op een „onde commune” wordt geplaatst, die hetzelfde programma uitzendt, met een vermogen van de orde van  $0.5 \text{ kw}$ . ter bestrijking van *Limburg*.

Verder wordt voorgesteld, op grond van metingen en een algemeene theorie, ontwikkeld in § 2, indien de golf  $\lambda = 1071 \text{ m}$ , die buiten het door de Washington Conventie aan den omroep in Europa „aanbevolen” gebied valt, het moment van een evtl. nieuw te bouwen zender op deze golflengte tweemaal dat te maken van het tegenwoordige *Hilversum II* ( $\lambda = 1071 \text{ m}$ ). Met dit nieuwe station zou overal in het land, *Limburg* inbegrepen, het veld grooter worden dan ca.  $1.0 \text{ mV/m}$ , hetgeen voor deze golflengte en het platteland voldoende wordt geacht, mede in band met het feit, dat de meeste ontvangtoestellen onderaan de condensatorschaal, alwaar *Hilversum II* wordt ontvangen, gevoeliger zijn dan voor grootere golflengten.

Wat de *Huizer*-zender ( $\lambda = 1875 \text{ m}$ ) betreft, voorgesteld wordt ook het moment van dezen zender te verdubbelen. Hoogere masten zullen daarbij noodzakelijk blijken en in het voordeel van een goede kwaliteit muziek omdat door de kleine stralingsweerstand de totale antenneweerstand thans zoo laag is, dat

bij de zender reeds deelen van de zijbanden worden afgesneden. Door verhooging van de masten neemt de stralingsweerstand in dit geval ongeveer quadratisch toe. Verdubbeling van het zendermoment zal overal in Holland, *Limburg* inbegrepen, een veld doen ontstaan, dat grooter is dan  $2.0 \text{ mV/m}$ , een waarde, die voor de beschouwde golflengte een goede ontvangst waarborgt.

Tenslotte moge worden opgemerkt, dat het hier voorgestelde ontwerp in alle deelen gemakkelijk valt binnen de tegenwoordige technische mogelijkheden.

Wij willen niet verzuimen, hier de heeren J. van der Mark, Ir. R. Veldhuyzen, D. Koffyberg en D. Pasma onzen dank te zeggen voor de hulp, die ze ons gegeven hebben bij dit onderzoek.

*Eindhoven, Mei 1950.*

# OVER HET Z.G. „MICROFONISCH” EFFECT” BIJ VERSTERKERS

door

E. KAUPA

## *Inleiding.*

Wanneer door een stoot of onder den invloed van geluidsgolven de electroden van een triode in beweging komen, dan zal de van de anode naar de kathode vloeiende stroom aan wisselingen onderhevig zijn, en als gevolg hiervan de anodespanning. Dit noemen wij „microfonisch effect”. De door dit effect veroorzaakte anodewisselspanning is zoo klein dat zij rechtstreeks niet aangetoond kan worden. Wordt zij echter door de volgende lampen van een versterker versterkt, dan kan zij aanleiding geven tot een uitermate onaangename storing.

Wordt die storing veroorzaakt door een hoorbaar geluid, dan zal — bij een laagfrequentversterker — de anodewisselspanning uit componenten bestaan met frequenties van de orde van de geluidsfrequenties. Bij een laagfrequentversterker, die gewoonlijk zoo gedimensioneerd is dat de componenten van de spanning met frequenties liggende tusschen 50 en 10000/sec. in de oorspronkelijke verhouding worden versterkt, zal de microfonische storing zeer hevig zijn.

De selectieve hoogfrequentversterker zal natuurlijk spanningen met lage frequenties niet doorlaten, maar spanningen met frequenties tusschen  $\omega_0 + \omega$  en  $\omega_0 - \omega$  vrijwel volledig versterken.

Hierbij is  $\omega_0$  de frequentie van de draaggolf en  $\omega$  b.v.  $20000 \pi$ . Het is nu een feit dat bij den hoogfrequentversterker de microfonische storing *niet* optreedt. Stelt men zich voor dat de acoustische inwerking aanleiding geeft alleen tot laagfrequente wisselspanning in den hoogfrequentversterker, dan is dit feit verklaard. Het is echter waarschijnlijk dat er door het m. e. ook modulatie van den hoogfrequenten „draaggolf” optreedt, en in dit geval wordt de storing wel versterkt.

*De theorie.*

Wij zullen nu trachten aan te toonen dat de microfonische storing in den hoogfrequentversterker veel kleiner is dan in den laagfrequentversterker.

De theorie willen wij baseeren op de algemeene vergelijking van de karakteristiek van de triode en wel in den vorm

$$(1) \dots I_a = f (B_a V_a + B_g V_g)$$

$I_a$  anodestroom

$V_a$  anodespanning

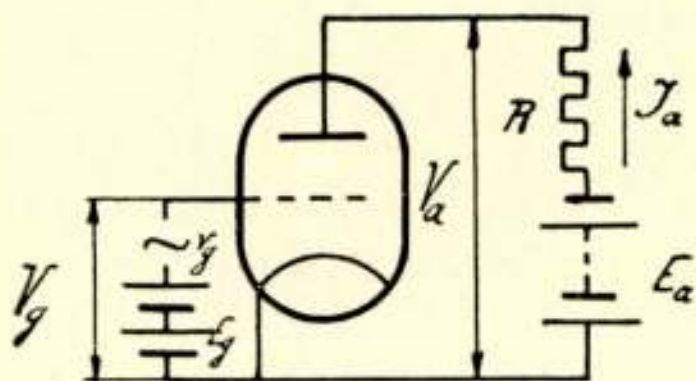
$V_g$  roosterspanning

$B_a$  coëfficiënt van electrostatische inductie anode-kathode

$B_g$  idem rooster-kathode

Wij noemen gewoonlijk  $\frac{B_a}{B_g}$  „Durchgriff”

$\frac{B_g}{B_a}$  versterkingsfactor.



Figuur 1

Hierin zijn  $B_a$  en  $B_g$  de eenige grootheden die de geometrische configuratie van de triode voorstellen. Verandering van deze configuratie uit zich derhalve in een verandering van  $B_a$  en  $B_g$ .

Wij zullen den laagfrequent weerstandsversterker en den selectieven hoogfrequentversterker nader beschouwen.

Volgens fig. 1 geldt:

$$V_a = E_a - I_a R$$

$$V_g = E_g + v_g$$

$$I_a = f \{ B_a (E_a - I_a R) + B_g (E_g + v_g) \}$$

$$I_a = i_{a0} + i_a \quad i_{a0} \text{ constant deel van } I_a$$

$$i_a \text{ veranderlijk deel van } I_a$$

$$i_{a0} + i_a = f \{ B_a (E_a - i_{a0} R) + B_g E_g - B_a i_a R + B_g v_g \}$$

Deze functie kunnen wij volgens Mac Laurin in een reeks ontbinden.

Is  $B_a, B_g$  constant, dan volgt  $i_{ao}$  uit

$$i_{ao} = f \{ B_a (E_a - i_{ao} R) + B_g E_g \}$$

$$\text{en } i_a = (-B_a i_a R + B_g v_g) f' (Q_o)$$

$$\text{waarbij } Q_o = B_a (E_a - i_{ao} R) + B_g E_g.$$

De hooger afgeleiden mogen worden verwaarloosd. Nu is

$$(2) \dots \frac{\partial I_a}{\partial V_a} = \frac{I}{R_i} = f' (Q_o) B_a.$$

$R_i$  is de inwendige weerstand van de triode.

$$i_a = (-B_a i_a R + B_g v_g) \frac{I}{R_i B_a}$$

$$i_a (R_i + R) = \frac{B_g}{B_a} v_g = g v_g$$

en daar  $\frac{R}{R_i} \gg 1$  is, wordt

$$(3) \dots i_a R = g v_g.$$

Is echter  $B_g, B_a$  veranderlijk, dan stellen wij

$$B_a = b_{ao} + b_a, \quad B_g = b_{go} + b_g$$

$$I_a = f \{ (b_{ao} + b_a) (E_a + v_a) + (b_{go} + b_g) (E_g + v_g) \}$$

$i_a, b_a, b_g, V_a, v_g$  zijn de veranderlijke deelen van de onderscheidenlijke grootheden. Nu is

$$i_a = f' (Q_o') \{ E_a b_a + v_a b_{ao} + v_a b_a + E_g b_g + v_g (b_{go} + b_g) \}$$

waarbij

$$Q_o' = b_{ao} E_a + b_{go} E_g \text{ is.}$$

Daar

$$f' (Q_o') = \frac{I}{R_i b_{ao}} \text{ is, is}$$

$$i_a R_i = E_a \frac{b_a}{b_{ao}} + v_a \left( 1 + \frac{b_a}{b_{ao}} \right) + E_g \frac{b_g}{b_{ao}} + v_g \left( \frac{b_{go}}{b_{ao}} + \frac{b_g}{b_{ao}} \right)$$

Daar  $b_a/b_{ao} \ll 1$  mag worden gesteld, geldt

$$(4) \quad i_a R_i = v_a + E_a \delta + E_g \gamma + (g + \gamma) v_g$$

$$(5) \quad \delta = \frac{b_a}{b_{ao}}, \quad \gamma = \frac{b_g}{b_{ao}}, \quad g = \frac{b_{go}}{b_{ao}}$$

(4) toegepast op den weerstandsversterker fig. 1

$$i_a = -\frac{v_a}{R}$$

$$-v_a \left( \frac{R_i}{R} + 1 \right) = E_a \delta + E_g \gamma + (g + \gamma) v_g$$

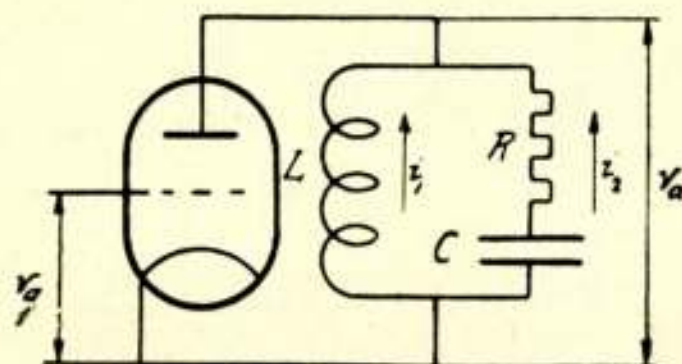
waaruit bij benadering volgt

$$(6) \quad -v_a = E_a \delta + E_g \gamma + (g + \gamma) v_g$$

Op dien uitkomst zullen wij straks terugkomen.

Beschouwen wij nu den selectieven hoogfrequent versterker:

fig. 2.



Figuur 2

$$(7) \quad i_a = i_1 + i_2$$

$$(8) \quad L \frac{di_1}{dt} = Ri_2 + \frac{1}{C} \int i_2 dt = -v_a$$

$$(7a) \quad \frac{di_a}{dt} = \frac{di_1}{dt} + \frac{di_2}{dt}$$

$$(8a) \quad \frac{i_2}{C} + R \frac{di_2}{dt} = -\frac{dv_a}{dt}$$

$$(8b) \quad \frac{i_2}{C} = -\frac{dv_a}{dt} - R \frac{di_2}{dt}$$

$$(8c) \quad = -\frac{d}{dt} (v_a + Ri_2)$$

voer (7) in: (8d)  $\frac{i_2}{C} = -\frac{d}{dt} (v_a + Ri_a - Ri_1)$

voer (8) in: (8e)  $\frac{i_2}{C} = -\frac{d}{dt} (v_a + Ri_a) - \frac{R}{L} v_a$

$$(8f) \quad \frac{di_1}{dt} = -\frac{v_a}{L}$$

$$(8g) \quad \frac{d i_2}{d t} = \frac{d^2}{d t^2} C (v_a + R i_a) - \frac{C R}{L} \frac{d v_a}{d t}$$

volgens (4)

$$(4a) \quad \frac{d i_a}{d t} = \frac{I}{R_i} \frac{d}{d t} \left\{ E_a \delta + E_g \gamma + v_a + (g + \gamma) v_g \right\}$$

Combineer (7a), (8f) en (8g)

$$\frac{d i_a}{d t} = - \frac{d^2}{d t^2} C (v_a + R i_a) - \frac{C R}{L} \frac{d v_a}{d t} - \frac{v_a}{L}$$

Meestal is  $v_a \gg R i_a$ . Laten wij verder den index van  $v_a$  weg, dan volgt

$$(9) \quad L \ddot{v} + \left( R + \frac{L}{C R_i} \right) \dot{v} + \frac{v}{C} = - \frac{L}{C R_i} \frac{d}{d t} \left[ E_a \delta + E_g \gamma + (g + \gamma) v_g \right]$$

Wij stellen nu  $\delta = \delta_m \sin (\omega t + \varphi_1)$

$$(10) \quad \begin{aligned} \gamma &= \gamma_m \sin (\omega t + \varphi_2) \text{ laagfrequent} \\ v_g &= v_{gm} \sin \omega_o t \quad \text{hoogfrequent.} \end{aligned}$$

$$\omega_o = \frac{I}{L C}$$

Formeel kunnen we (9) beschouwen als afkomstig te zijn van de keten fig. 3. De in deze keten werkende E. M. K.  $e$  is

$$(11) \quad e = - \frac{L}{C R_i} \left[ E_a \delta + E_g \gamma + (g + \gamma) v_g \right].$$

$$- \frac{L}{C R_i} g v_g \text{ is de term}$$

dien wij zouden verwachten zonder microfonische storing. De termen

$$(12) \quad E_a \delta + E_g \gamma$$

zijn van laagfrequenten aard en zullen dus niet worden versterkt.

De uitdrukking

$$(13) \quad v_g (g + \gamma) = v_{gm} \sin \omega_o t \left\{ g + \gamma_m \sin (\omega t + \varphi_2) \right\}$$

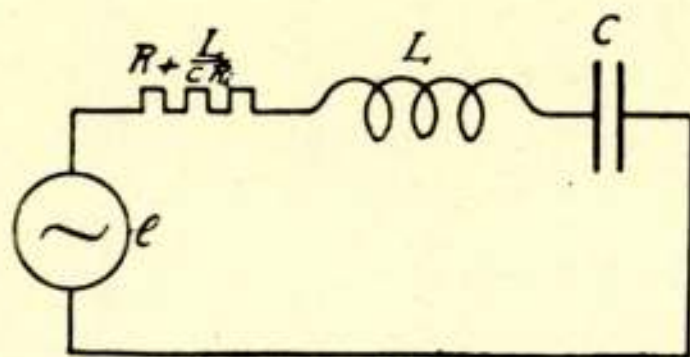
geeft modulatie en derhalve principieel aanleiding tot storing.

Wij schrijven

$$v_g (g + \gamma) = v_{gm} g \sin \omega_o t + v_{gm} \gamma_m \sin \omega_o t \sin (\omega t + \varphi_2)$$



$$= v_{gm} g \sin \omega_o t + \frac{v_{gm} \gamma_m}{2} \cos [(\omega - \omega_o) t - \varphi_2] - \frac{v_{gm} \gamma_m}{2} \cos [(\omega_o + \omega) t + \varphi_2]$$



Figuur 3

De oplossing van (9) is

$$(14) \quad v = - \frac{\frac{L}{C R_i}}{R + \frac{L}{C R_i}} g v_{gm} \sin \omega_o t -$$

$$- \frac{\frac{L}{C R_i} \frac{v_{gm} \gamma_m}{2} \cos [(\omega_o + \omega) t + \varphi_2 - \varphi_3]}{\sqrt{\left(R + \frac{L}{C R_i}\right)^2 + \left\{(\omega_o - \omega) L - \frac{I}{(\omega_o - \omega) C}\right\}^2}} -$$

$$- \frac{\frac{L}{C R_i} \frac{v_{gm} \gamma_m}{2} \cos [(\omega_o + \omega) t + \varphi_2 - \varphi_4]}{\sqrt{\left(R + \frac{L}{C R_i}\right)^2 + \left\{(\omega_o + \omega) L - \frac{I}{(\omega_o + \omega) C}\right\}^2}}$$

waarbij  $\operatorname{tg} \varphi_3 = \frac{(\omega_o - \omega) L - \frac{I}{(\omega_o - \omega) C}}{R + \frac{L}{C R_i}}$  en

$$\operatorname{tg} \varphi_4 = \frac{(\omega_o + \omega) L - \frac{I}{(\omega_o + \omega) C}}{R + \frac{L}{C R_i}}$$

Wanneer  $\omega \ll \omega_o$  is en de selectiviteit van de keten fig. 3 niet te hoog dan mogen wij stellen

$$(\omega_o \pm \omega) L - \frac{I}{(\omega_o \pm \omega) C} = 0, \quad \operatorname{tg} \varphi_3 = 0, \quad \operatorname{tg} \varphi_4 = 0$$

$$(14a) \quad v = -\frac{\frac{L}{CR}}{R_i + \frac{L}{CR}} \left\{ g v_{gm} \sin \omega_o t + \right. \\ \left. + \frac{v_{gm} \gamma_m}{2} \cos [(\omega_o - \omega) t - \varphi_2] - \frac{v_{gm} \gamma_m}{2} \cos [(\omega_o + \omega) t + \varphi_2] \right\}$$

Verder mogen wij (14a) benaderen door

$$v = - [g v_{gm} \sin \omega_o t + v_{gm} \gamma_m \sin \omega_o t \sin (\omega t + \varphi)]$$

daar  $R_i \ll \frac{L}{CR}$  is. Wij vinden

$$(15) \dots v = - (g + \gamma) v_{g1}$$

Tot nu toe hebben wij de storing in één lamp met verschillende schakelingen bekeken, nu willen wij den versterker beschouwen, die opgebouwd is uit  $n$  lampen van hetzelfde type.

a) *de laagfrequentversterker*

Eén lamp leverde op

$$(6) \quad -v_{a1} = (E_a \delta + E_g \gamma) + (g + \gamma) v_{g1}$$

Wij willen nu aannemen dat roosterkathode van de eerste lamp kortgesloten is. Dus  $v_{g1} = 0$ . De versterker wordt nu alleen microfonisch beïnvloed.

$$(6a) \quad v_{a1} = - (E_a \delta + E_g \gamma)$$

Verder geldt

$$(16) \quad v_{a1} = v_{g2}$$

$$(17) \quad v_{a2} = - [E_a \delta + E_g \gamma + (g + \gamma) v_{g2}]$$

$$v_{a(n-1)} = v_{gn}$$

$$v_{an} = - \{ E_a \delta + E_g \gamma + (g + \gamma) v_{gn} \}$$

Voor de anodewisselspanning van de  $n^e$  lamp vinden wij

$$(18) \dots v_{an} = (-1)^n (E_a \delta + E_g \gamma) \{ (g + \gamma)^{n-1} - (g + \gamma)^{n-2} \\ + \dots + 1 \}$$

Daar  $\frac{\gamma}{g} \ll 1$  en zelfs  $g^{-1} \ll 1$  mogen wij (18) benaderen door

$$(18a) \quad |v_{an}| = (E_a \delta + E_g \gamma) g^{n-1} \\ = \left( E_a \frac{\delta}{g} + E_g \frac{\gamma}{g} \right) g^n$$

b) de selectieve hoogfrequentversterker.

De term  $v_g(g + \gamma)$  in vergelijking (15) mag niet wegvallen omdat  $v_g$  de draaggolf voorstelt en een hoogfrequentversterker zonder draaggolf geen betekenis heeft.

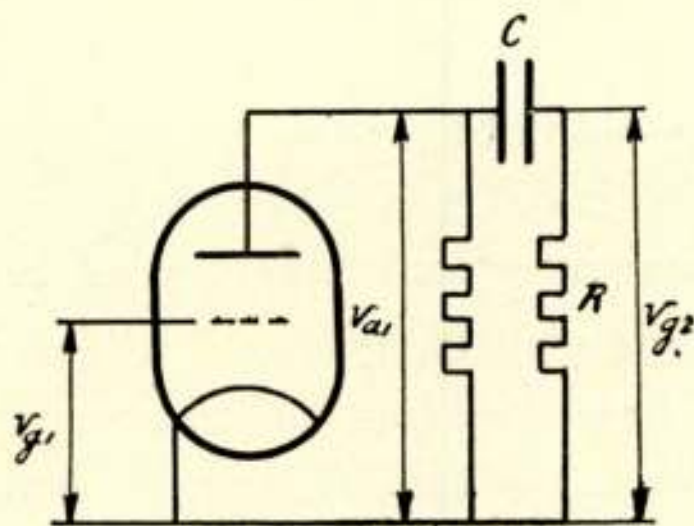
$n$  trappen geven

$$v_{an} = v_{g1} (g + \gamma)^n = v_{g1} (g^n + n g^{n-1} \gamma + \dots)$$

en bij benadering

$$(19) \quad v_{an} = v_{g1} g^n \left( 1 + n \frac{\gamma}{g} \right)$$

Na van elk van de twee groepen versterkers, laagfrequent en hoogfrequent versterkers een voorbeeld te hebben gegeven, n.l. de gevallen a) en b), willen wij nog even aanstippen dat de laagfrequent smoorspoel- of transformatorversterker een uitkomst geeft, geheel overeenkomstig (18a).



Figuur 4

Bij den hoogfrequent weerstandsversterker waarvan de volledige versterkertrap in fig. 4 geteekend is, zijn de condensator  $C$  en de weerstand  $R$  zoo gekozen dat de lage frequenties niet en de hooge wel worden versterkt. Voor de lage frequenties  $\omega_l$  geldt

$$\frac{v_{g2}}{v_{a1}} = \frac{I}{\sqrt{I + \frac{I}{\omega_l^2 C^2 R^2}}} \ll I$$

voor de hooge  $\omega_h$

$$\frac{v_{g2}}{v_{a1}} = \frac{I}{\sqrt{I + \frac{I}{\omega_h^2 C^2 R^2}}} \rightarrow I.$$

In de uitdrukking (6) zijn de termen

$$E_a \delta + E_g \gamma$$

van laagfrequenten aard en worden dus volkomen onderdrukt. Bestaan blijft de term

$$v_{g1} (g + \gamma)$$

Bij  $n$  lampen is, evenals bij den selectieven hoogfrequentversterker

$$(19) \quad v_{an} = V_{g1} g^n \left( 1 + n \frac{\gamma}{g} \right)$$

Alle storing hebben wij derhalve in aanmerking te nemen:

a) laagfrequent

$$(20) \quad V_{sl} = \left( E_a \frac{\delta}{g} + E_g \frac{\gamma}{g} \right) g^n$$

b) hoogfrequent

$$(21) \quad V_{sh} = n V_{g1} \frac{\gamma}{g} g^n$$

Men zou nu een oogenblik kunnen meenen, dat de storingspanning  $V_{sh}$  in den hoogfrequentversterker grooter is dan  $V_{sl}$  in den laagfrequentversterker. Men moet echter het volgende bedenken: De anodewisselspanning van de  $n^e$  lamp van den hoogfrequentversterker zou, indien er geen modulatie en geen microfonische storing aanwezig waren, bedragen

$$V_{g1} g^n$$

Deze spanning mag een zeker bedrag  $V_m$  niet te boven gaan omdat de karakteristiek nog ruimte moet kunnen bieden aan de modulatie. Hieruit volgt

$$(22) \quad V_{g1} g^n = V_m$$

$$(21a) \quad V_{sh} = n V_m \frac{\gamma}{g}$$

Daar wij kunnen aannemen dat  $n V_m$  en  $E_g + E_a \frac{\delta}{\gamma}$  in orde van grootte niet zeer sterk uiteenloopen, geldt dat de microfonische storing in den laagfrequentversterker in hoofdzaak

$$g^n \text{ (b v. } 10^5 \text{)}$$

maal zoo groot is als in den hoogfrequentversterker.

Uit het feit dat de storing  $V_{sh}$  slechts evenredig is met het aantal trappen  $n$ , volgt wel dadelijk dat zij, niet alleen in ver-

houding tot de storing  $V_{sb}$ , maar ook absoluut te verwaarloozen klein is.

Wij willen ons nu de volgende vraag stellen. Op welke wijze kunnen wij het storende microfonisch effect in den laagfrequentversterker verminderen? In mechanisch opzicht is het antwoord althans principieel eenvoudig. Door de electroden stijf te maken (stevig materiaal, stijve constructie) en hun groote mechanische demping te geven, wordt de storing verminderd.

Maar er zijn misschien ook in electricch opzicht verbeteringen te verkrijgen.

In formule (20) treden twee termen op, wier onderlinge verhouding zeer uiteen loopen kan. Bij gegeven mechanische constructie en acoustische beïnvloeding zijn  $\delta$  en  $\gamma$  afhankelijk van de geometrische configuratie. Wij willen nu nagaan hoe  $\delta$  en  $\gamma$  zich onderling verhouden bij bepaalden bouw van de lamp en verder hoe deze grootheden veranderen wanneer wij den bouw van de lamp veranderen. Wij moeten dus onderscheiden tusschen beweging van de electroden ( $\delta$ ,  $\gamma$ ,  $g$  bepaald) en verandering van afstand der electroden, en spreken dan van  $\Delta \delta$ ,  $\Delta \gamma$ ,  $\Delta g$ .

Bij beweging van de anode alleen zal  $\gamma$  zeer klein zijn. Bij beweging van kathode (en (of) rooster) zal  $\gamma$  veel grooter zijn dan  $\delta$ . Ook bij beweging van alle drie electroden is het wel aannemelijk dat

$$\gamma \gg \delta$$

is.

Verminderen wij den afstand rooster kathode dan zal

$$(23) \quad \begin{array}{ll} \gamma \rightarrow \gamma + \Delta \gamma & \Delta \gamma > 0 \\ \delta \rightarrow \delta + \Delta \delta & \Delta \delta < 0 \\ g \rightarrow g + \Delta g & \Delta g > 0 \end{array}$$

Geheel analoge gevolgen heeft vergrooting van den afstand anode-kathode.

De verhouding  $\frac{\gamma}{g}$  wordt

$$\frac{\gamma + \Delta \gamma}{g + \Delta g} = \frac{\gamma}{g} \frac{\left(1 + \frac{\Delta \gamma}{\gamma}\right)}{\left(1 + \frac{\Delta g}{g}\right)} > \frac{\gamma}{g}$$

omdat de relatieve verandering  $\frac{\Delta \gamma}{\gamma}$  zeker grooter is dan  $\frac{\Delta g}{g}$

Wij zien dus: de term  $E_a \frac{\delta}{g}$  wordt kleiner, de term  $E_g \frac{\gamma}{g}$  echter groter. Wanneer wij nu  $E_g = 0$  konden maken, zou die term verdwijnen en de storing alleen door  $E_a \frac{\delta}{g}$  bepaald zijn. Om als arbeidspunt op de karakteristiek  $E_g = 0$  te mogen gebruiken, is het noodig dat de roosterstroomen pas bij gering positieve spanning beginnen te loopen. Onder  $E_g = 0$  verstaan wij dat tusschen rooster en kathode, d.w.z. elk punt van de kathode geen spanningsverschil bestaat. Dit is te bereiken door indirecte verhitting toe te passen (dit is ook de reden waarom wij de uitdrukking gloeidraad hebben vermeden). Het is misschien niet onbelangrijk de kathode een kleinen weerstand te geven omdat hierdoor het spanningsverval van den anodestroom zeer klein wordt.

Wanneer de versterker in werking is, is  $v_{g1} \neq 0$ . Het is gemakkelijk te bewijzen dat de storing, veroorzaakt door het optreden van  $v_{g1}$ , absoluut te verwaarloozen is.

Wij meenen dus te kunnen zeggen, dat bij een lamp met grooten versterkingsfactor en met het arbeidspunt op de karakteristiek  $E_g = 0$  en met toepassing van indirecte verhitting het microfonisch effect minder zal zijn.

Mogen wij de storingsspanning voorstellen door

$$E_a \frac{\delta}{g} g^n = V_{st}$$

dan volgt dat bij bepaalde totale versterking  $g^n = \Gamma$  de storing geringer is, wanneer wij lampen gebruiken met groote versterking en dus weinig trappen toepassen.

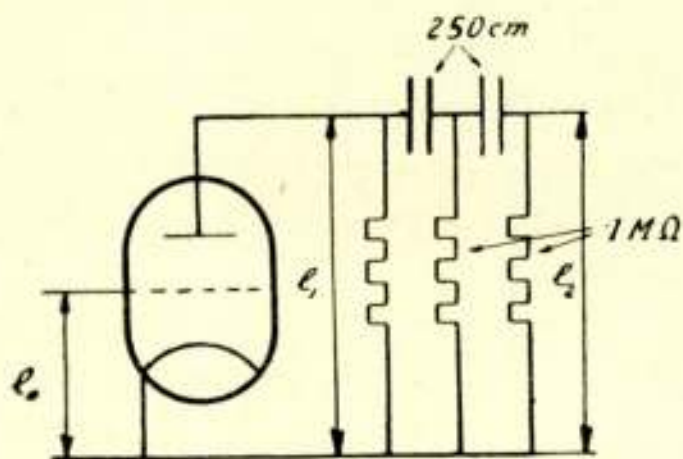
Bij gebruik van vier- en meerelectrodenlampen verschijnt in de theorie de term

$$E_{g2} \frac{\gamma_2}{g}$$

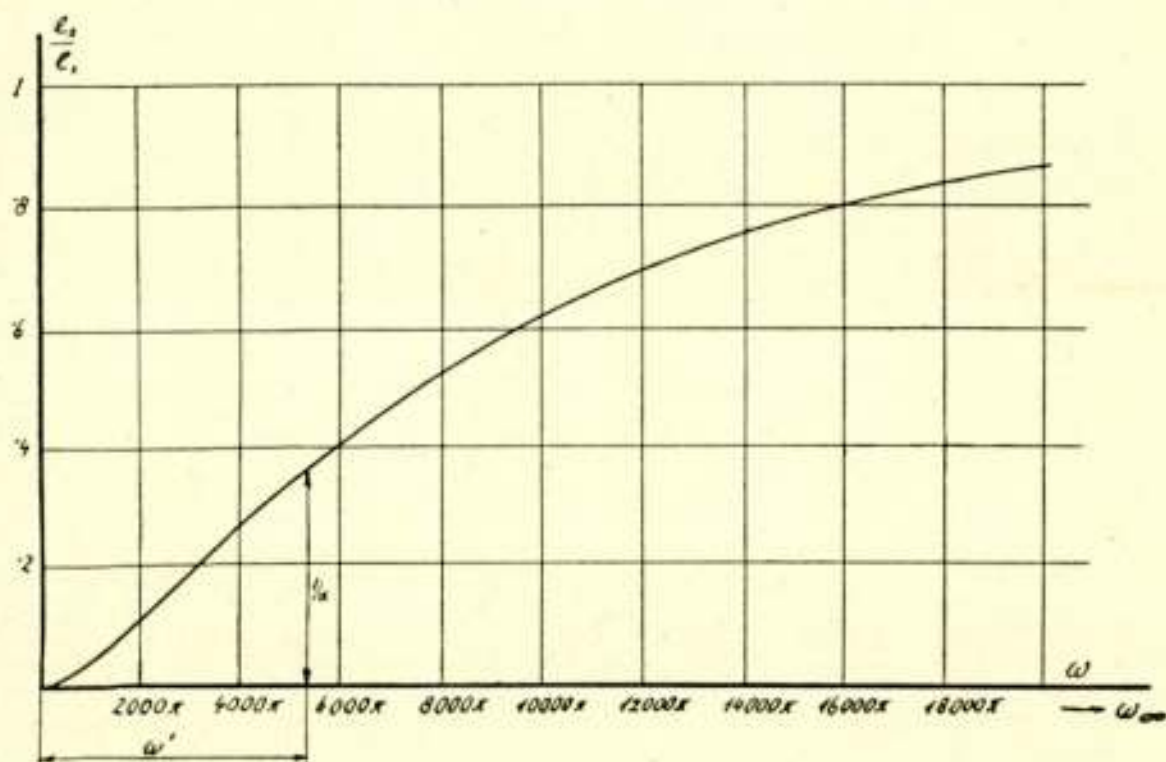
waarbij  $\gamma_2$  een grootheid is geheel overeenkomstig  $\gamma$  of  $\delta$  en  $E_{g2}$  de spanning van het tweede rooster t.o.v. de kathode. Bij gebruik in den hoogfrequentversterker verdwijnt deze term, evenals vroeger de termen  $E_a \frac{\delta}{g} + E_g \frac{\gamma}{g}$ . In een laagfrequent versterker zal hij zijn storenden invloed wel voelbaar maken. Ook hier is vermoedelijk vermindering van de storing te bereiken door den afstand rooster-kathode klein te maken, waar-

door  $\gamma_2$  en  $\delta$  klein worden. De invloed van  $\gamma$  kan verder door  $E_g = 0$  te stellen geëlimineerd worden.

Bijzondere schakelmethoden stellen ons in staat de storing te verminderen. Het kan voorkomen dat de versterker slechts hoge tonen heeft te versterken. De storing kan met behulp van de eenvoudige schakeling fig. 5 zeer goed gereduceerd worden, mits het storende geluid uit componenten bestaat met hoofdzakelijk lage frequenties. Volgens fig. 6 bedraagt  $\frac{e_2}{e_1}$  voor



Figuur 5



Figuur 6

frequentie  $50000 \text{ sec}^{-1} \cdot 0.8$ . Wanneer de versterkte spanning  $e_1 = a e_0$  en  $e_1 = a e_2$  is voor de bepaalde frequentie  $\omega'$  dan is  $e_0 = e_2$ , dus beneden  $\omega'$  treedt geen versterking op. Het spectrum, zoover het stoort, loopt dan van  $\omega_\infty$  tot  $\omega'$ . Wordt  $a$  kleiner, dan wordt  $\omega'$  grooter en het spectrum kleiner. Hebben wij een bepaalde totale versterking nodig, dan is het in dit geval gunstig veel trappen te gebruiken, per trap een kleine versterking toe te passen.

Ik wil de gelegenheid niet onbenut voorbij laten gaan, prof. G. J. Elias te danken voor zijn interesse voor mijn werk in het laboratorium te Delft en de vele hieruit voortvloeiende nuttige wenken.

---

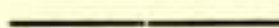


## SUMMARY

In this article is tried to give a theory of the „microphonic effect” and to show with the aid of this theory that there is no disturbance by this effect in the high frequency amplifier. The disturbance may generally be very impeding in the low frequency amplifier.

Further some indications how to diminish the effect are given.

The theory is extended to the valve with more than 3 electrodes. For a particular case the author has given a simple connection for diminishing the influence of a particular part of the disturbing spectrum.



## DIËLECTRISCHE VERLIEZEN

door

Ir. Th. J. WEYERS

Zet men een wisselspanning op een condensator, dan verbruikt de condensator energie. Het diëlectricum wordt warm; stroom en spanning zijn niet precies  $90^\circ$  in phase verschoven; een wattmeter geeft energieverbruik aan; maakt de condensator deel uit van een trillingskring, dan is de demping van deze kring grooter dan bij het gebruik van een luchtcondensator van dezelfde capaciteit. De optredende verliezen, die men diëlectrische verliezen noemt, zijn veel grooter dan zou overeenkomen met het geleidingsvermogen van het diëlectricum, zooals men dit met gelijkspanning meet.

Zet men gelijkspanning op een condensator, dan treden er verschijnselen op, die men diëlectrische nawerking noemt. Terstond na het sluiten van den keten krijgt men een zeer sterke laadstroom, die snel tot een zeer kleine waarde daalt. Doch daarna neemt de stroom slechts zeer langzaam af. Het duurt soms uren. voor de stroom zijn definitieve, zeer kleine waarde bereikt heeft. Ontlaadt men daarna den condensator over een meter, dan krijgt men eerst een vonk of een sterke ontlaadstroom van zeer korten duur, vervolgens een langzaam tot nul naderende kleine stroom. Verbreekt men de kortsluiting, dan blijkt na eenigen tijd de condensator weer geladen te zijn en kan men opnieuw een ontladingsvonk krijgen. Dit kan men soms vele malen herhalen. Is een groote condensator voor hooge spanning eenmaal ontladen, dan is het nog gevaarlijk, de klemmen aan te raken: de nalading is soms weinig minder dan de oorspronkelijke lading.

Vroeger sprak men wel over diëlectrische hysteresis, en meende analogie te vinden met magnetische hysteresis. Doch uit de latere litteratuur is deze naam vrijwel verdwenen, daar

men tot het inzicht gekomen is, dat men te doen heeft met verschijnselen van geheel anderen aard.

Diëlectrische verliezen en diëlectrische nawerking hebben dezelfde oorzaken, zooals we zullen zien. Ter verklaring van deze verschijnselen zijn verschillende theorieën opgesteld, die geen van alle volledig zijn, en voor een groot deel in meerdere of mindere mate onjuist. Zeer veel experimenteele gegevens zijn gepubliceerd, doch deze vormen meerendeels een groote verzameling brokstukken, waarmee geen geordend geheel is op te bouwen. Telkens is slechts een beperkt gebied van het uitgestrekte terrein onderzocht en daarop zijn conclusies gebaseerd, die bij verschillende schrijvers niet altijd overeenstemmen.

Om een nader inzicht te krijgen in de verschijnselen hebben we verschillende diëlectrica onderzocht in een vrij groot frequentiegebied, n.l. van 500 tot 1.500.000 hertz en nagegaan, in hoeverre deze experimenteele resultaten met de bestaande theorieën in overeenstemming zijn.

De verschillende theorieën kan men in twee groepen verdeelen:

- 1) de macroscopische beschouwingen, die berusten op inhomogeniteit van het diëlectricum, waarbij men alleen de geleidingsstroom en de verschuivingsstroom beschouwt,
- 2) de microscopische beschouwing over de beweging van moleculen, atomen en ionen.

De diëlectrische verschijnselen treden het sterkst op bij inhomogene diëlectrica. Dit bracht Maxwell <sup>1)</sup> er toe, de diëlectrische verschijnselen te verklaren uit de inhomogeniteit. Enkele verschijnselen schenen echter met deze theorie van Maxwell in strijd. Bovendien treden ook diëlectrische verliezen op in diëlectrica, waarbij men moeilijk inhomogeniteit kan aannemen; doch deze zijn zoo klein, dat men deze in de techniek als regel verwaarloozen kan. De experimenteel gevonden verliezen in inhomogene diëlectrica zijn kwantitatief zoo groot, als volgens de inhomogeniteitstheorie plausibel is. Daarom zullen we deze eerst nader beschouwen en zien, in hoeverre er overeenstemming is met het experiment.

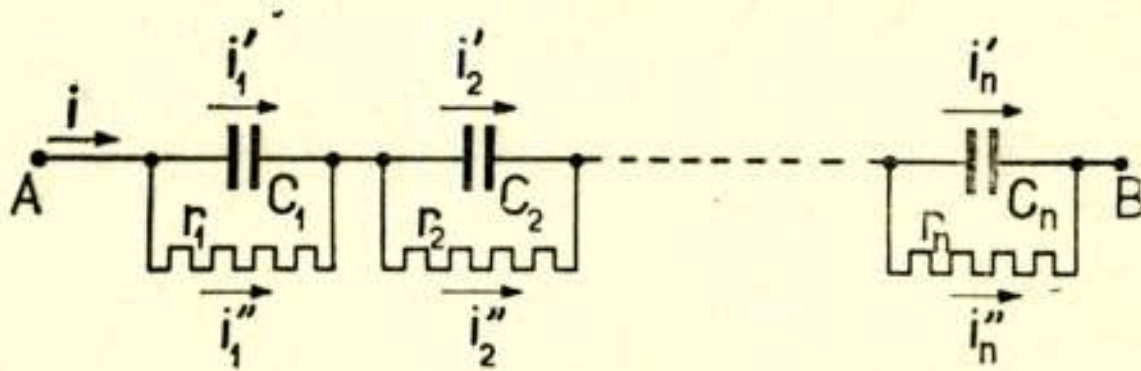
Een condensator met verliezen kan men opvatten als een serieschakeling van een verliesvrije condensator met een capaciteit  $C_s$  en een weerstand  $R_s$ . De impedantie hiervan is  $R_s - \frac{j}{\omega C_s}$ . Men noemt het complement van de phasehoek  $\varphi$  de verlieshoek  $\delta$ .

<sup>1)</sup> Zie litteratuuropgave op pag. 164.

$\operatorname{tg} \delta = R_s \omega C_s$ . Ook kan men den condensator opvatten als een parallelschakeling van een verliesvrije condensator met een capaciteit  $C_p$  en een weerstand  $R_p$ . Dan is  $\operatorname{tg} \delta = \frac{I}{R_p \omega C_p}$ . Het zal blijken, dat  $\operatorname{tg} \delta$ ,  $R_s$ ,  $C_s$ ,  $R_p$  en  $C_p$  alle functies van  $\omega$  zijn.

### Inhomogeniteitstheorie.

Maxwell beschouwt een diëlectricum met een gelaagde structuur, en denkt den condensator vervangen door een serie-schakeling van eenige verliesvrije condensatoren met de capaciteiten  $C_1, C_2, \dots, C_n$ , ieder met een weerstand  $R_1, R_2, \dots, R_n$  parallel (fig. 1). Bij een spanning  $E$  tusschen de klemmen vindt



Figuur 1.

hij voor de stroom  $u$  door dezen condensator de vergelijking:

$$E = \left\{ a_1 \left( \frac{I}{r_1} + \frac{I}{4\pi k_1} \frac{d}{dt} \right)^{-I} + a_2 \left( \frac{I}{r_2} + \frac{I}{4\pi k_2} \frac{d}{dt} \right)^{-I} + \dots \right\} u$$

Deze vergelijking, die door zijn ongewoon uiterlijk misschien enkelen heeft afgeschrikt, is een lineaire differentiaalvergelijking met constante coëfficiënten, en geeft dus als oplossing een som van  $\epsilon$ -functies plus een constante term. Verder maakt Maxwell de opmerking, dat men bij een inhomogeen dielectricum, dat geen gelaagde structuur heeft, tot hetzelfde resultaat komt.

K. W. Wagner<sup>2)</sup> heeft de theorie van Maxwell verder uitgewerkt voor wisselstroom (in Maxwell's tijd bestond er nog geen eigenlijke wisselstroomtechniek). Bovendien heeft hij de gelijkwaardigheid van een gelaagd en een niet-gelaagd inhomogeen dielectricum nader aangetoond. Maar Wagner heeft iets verwaarloosd, waardoor zijn resultaat gedeeltelijk onjuist is.

Bij een schema<sup>1)</sup> volgens fig. 1 is de impedantie tusschen de klemmen A en B:

$$\sum_{k=1}^n \frac{r_k - j r_k^2 \omega C_k}{1 + \omega^2 r_k^2 C_k^2}$$

We noemen

$$r_k C_k = \frac{\epsilon_k}{4 \pi \sigma_k} = T_k$$

$\epsilon_k$  is de dielectrische constante,  $\sigma_k$  het geleidingsvermogen van de  $k^e$  laag. Deze grootte  $T$  is dus een materiaalconstante, de relaxatietijd van het materiaal. De impedantie is dus:

$$\sum_{k=1}^n \frac{r_k}{1 + \omega^2 T_k^2} - j \sum_{k=1}^n \frac{r_k \omega T_k}{1 + \omega^2 T_k^2}.$$

Lagen met dezelfde  $T$  kan men tot één laag vereenigd denken: de volgorde der lagen is van geen invloed.

Men kan deze schakeling vervangen denken door een enkele condensator met een weerstand in serie, waarbij de capaciteit  $C_s$ , de weerstand  $R_s$  en de verlieshoek  $\delta$  afhankelijk zijn van de frequentie:

$$R_s = \sum \frac{r}{1 + \omega^2 T^2}$$

$$\frac{1}{C_s} = \sum \frac{1}{C} \cdot \frac{\omega^2 T^2}{1 + \omega^2 T^2}$$

$$\operatorname{tg} \delta = \frac{\sum \frac{r}{1 + \omega^2 T^2}}{\sum \frac{r \omega T}{1 + \omega^2 T^2}}$$

We zullen nagaan, hoe  $R_s$ ,  $C_s$  en  $\operatorname{tg} \delta$  met de frequentie veranderen.

$$\frac{1}{C_s} = \sum \frac{r \omega^2 T}{1 + \omega^2 T^2}$$

$$\frac{\partial}{\partial \omega} \frac{1}{C_s} = \sum \frac{2 r \omega T}{(1 + \omega^2 T^2)^2}$$

Is  $\omega$  zoo groot, dat voor alle lagen  $\omega^2 T^2 \gg 1$ , dan is

$$\frac{\partial}{\partial \omega} \frac{1}{C_s} = \sum \frac{2 r}{\omega^3 T^3},$$

dus klein. d.w.z.  $\frac{1}{C_s}$  (en ook  $C_s$ ) is vrijwel constant, dus de capa-

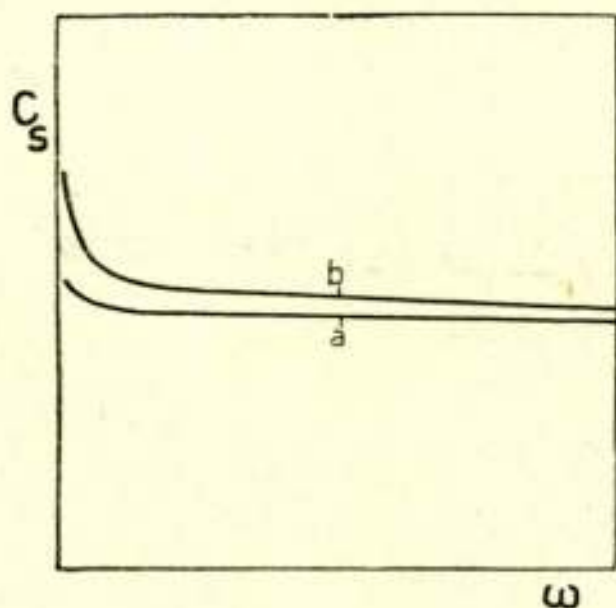
capaciteit neemt zeer weinig af met toenemende frequentie, en  $\frac{1}{C_s}$

nadert tot  $\lim_{\omega \rightarrow \infty} \sum \frac{r \omega^2 T}{I + \omega^2 T^2} = \sum \frac{I}{C}$ . Dus bij toenemende

frequentie nadert  $C_s$  de waarde, die zou optreden, als er geen parallelweerstand, dus geen verliezen waren.

Lagen met kleine  $T$  geven een grotere bijdrage tot  $\frac{\partial C_s}{\partial \omega}$ , dus

zijn oorzaak, dat de capaciteit sneller afneemt met toenemende frequentie dan bij dielectrica met uitsluitend lagen met groote  $T$ 's. Kwalitatief verloopt dus  $C_s$  als functie van de frequentie als in fig. 2; kromme  $a$  voor een dielectricum met uitsluitend



Figuur 2.

lagen met groote  $T$ 's, kromme  $b$  voor een dielectricum, dat ook lagen met kleine  $T$  bevat.

$$R_s = \sum \frac{r}{I + \omega^2 T^2}$$

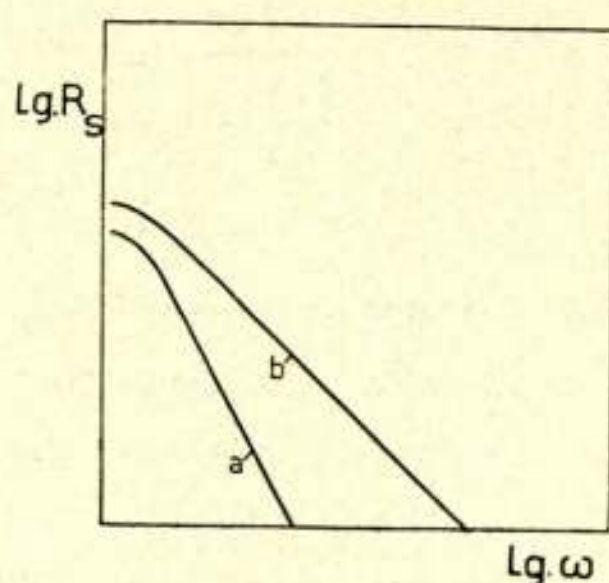
Lagen, waarvoor  $\omega^2 T^2 \gg I$  leveren een bijdrage tot  $R_s \doteq$

$$\sum \frac{r}{\omega^2 T^2} = \frac{I}{\omega^2} \sum \frac{r}{T^2}. \text{ De lagen, waarvoor } \omega^2 T^2 \text{ niet groot is}$$

ten opzichte van  $I$  leveren een bijdrage tot  $R_s$ , die minder snel afneemt met toenemende frequentie. Is  $\omega^2 T^2 \ll I$ , dan is de bijdrage van de betreffende laag onafhankelijk van de frequentie. Hoe meer lagen met kleine  $T$ , en ook hoe dikker deze lagen zijn, des te minder snel zal  $R_s$  afnemen bij toenemende frequentie.  $R_s = f(\omega)$  wordt dus kwalitatief voorgesteld door fig. 3, (logarithmisch uitgezet) kromme  $a$  voor een dielectricum met uitsluitend lagen met groote  $T$ 's, kromme  $b$  voor een dielectricum, dat ook lagen met kleine  $T$  bevat.

$$\operatorname{tg} \delta = R_s \omega C_s = \frac{\sum \frac{r}{1 + \omega^2 T^2}}{\sum \frac{r \omega T}{1 + \omega^2 T^2}}$$

Uit onze metingen is gebleken, dat in het frequentiegebied van

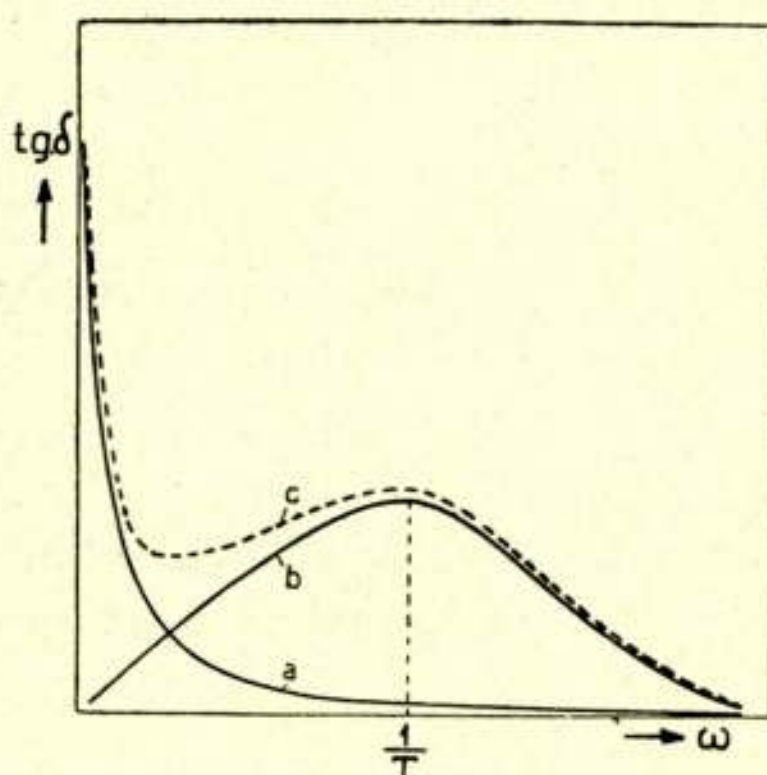


Figuur 3.

500 tot 1.500.000 hertz  $C_s$  betrekkelijk weinig verandert (hoogstens 10%). Als benadering nemen we nu  $C_s$  constant aan.

Dan is  $\operatorname{tg} \delta = C_s \sum \frac{r \omega}{1 + \omega^2 T^2}$ . De kromme  $\frac{r \omega}{1 + \omega^2 T^2} = f(\omega)$

heeft een maximum voor  $\omega T = 1$ , en wordt voorgesteld door kromme  $b$  van fig. 4. Is  $\omega^2 T^2 \gg 1$ , dan nadert deze kromme



Figuur 4.

asymptotisch tot een hyperbool. Zoolang dus  $C_s$  constant mag worden aangenomen, levert iedere laag een bijdrage tot  $\operatorname{tg} \delta$  als voorgesteld door deze kromme. Is echter voor eenige laag  $T$  zoo groot, dat het maximum ligt bij zoo kleine waarde van  $\omega$ , dat  $C_s$  niet meer constant is, doch toeneemt met afnemende frequentie, dan kan het zijn, dat de bijdrage tot  $\operatorname{tg} \delta$  van de

betreffende laag geen maximum vertoont, doch voorgesteld wordt door kromme  $a$  van fig. 4. Kromme  $c$  is de som der krommen  $a$  en  $b$  en is de voorstelling van  $\operatorname{tg} \delta = f(\omega)$  voor een diëlectricum, bestaande uit één laag met groote  $T$  en één laag met kleine  $T$ .

$$\operatorname{tg} \delta = \frac{\sum \frac{r}{1 + \omega^2 T^2}}{\sum \frac{r \omega T}{r + \omega^2 T^2}}$$

wordt oneindig voor  $\omega = 0$  en nul voor  $\omega = \infty$ .

Dit laatste is ook onmiddellijk in te zien: hoe lager de frequentie, des te minder stroom vloeit er door de condensatoren, totdat bij de frequentie nul (= gelijkspanning) alle stroom door de in serie geschakelde weerstanden vloeit; bij zeer hoge frequenties vloeit bijna alle stroom door de condensatoren.

Bij meerdere lagen met kleine  $T$  kan  $\operatorname{tg} \delta = f(\omega)$  meerdere maxima vertoonen en wordt dan voorgesteld door de som van eenige krommen  $a$  van fig. 4, doch die niet alle even snel tot nul naderen, en eenige krommen als kromme  $b$ , doch met het maximum bij verschillende waarden van  $\omega$ .

Daar volgens Maxwell en Wagner een willekeurig inhomogeen diëlectricum gelijkwaardig is aan een diëlectricum met gelaagde structuur, zijn deze beschouwingen algemeen geldig voor ieder inhomogeen diëlectricum.

#### *Experimenteële resultaten.*

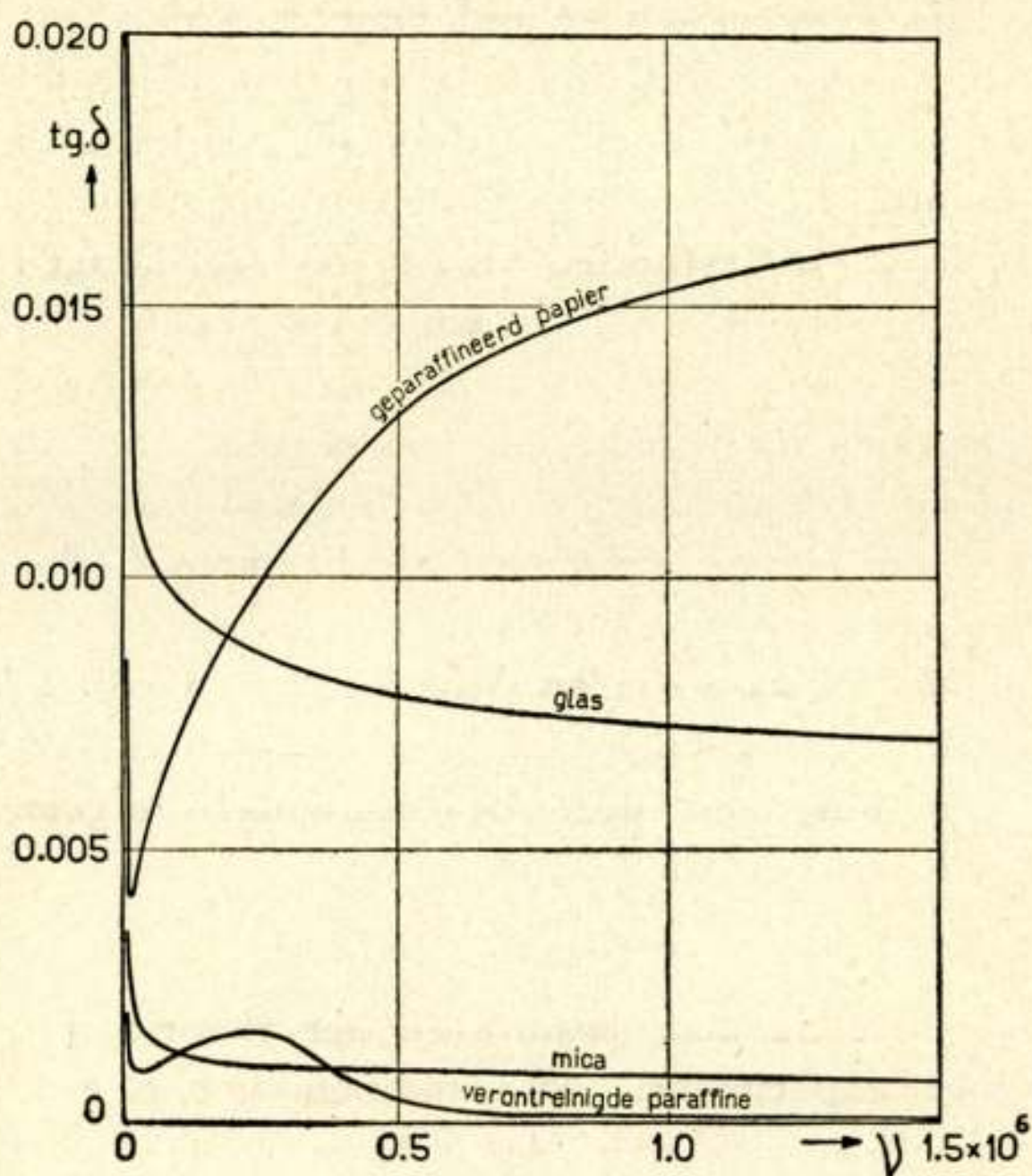
Vergelijken we nu deze resultaten der theorie met de resultaten van het experiment. We hebben  $\operatorname{tg} \delta$ ,  $R_s$  en  $C_s$  gemeten in het frequentiegebied van 500 tot 1.500.000 hertz bij mica, glas, eboniet, philite, papier, geparaffineerd papier, gephilitiseerd papier, presspan, pertinax, celluloid, cellon, excelsiorlinnen, transformatorolie (zuiver en verontreinigd), paraffine (zuiver en verontreinigd), petroleum.

De gebruikte meetmethode was als volgt:

Een trillingskring, bestaande uit een spoel met weinig weerstand en een fijn regelbare condensator met verwaarloosbaar kleine verliezen, wordt los gekoppeld met een oscillator. De condensator-klemmen worden verbonden met een triodevoltage-meter. Bij resonantie is de capaciteit van den condensator  $C_1$  en de spanning aan den condensator  $V_1$ . Men vergroot nu de capaciteit van den condensator tot de spanning  $\frac{V_1}{\sqrt{2}}$  geworden is. De



capaciteit is nu  $C_1 + \Delta C$ . Vervolgens verkleint men de capaciteit van den condensator tot weer de spanning  $\frac{V_1}{\sqrt{2}}$  geworden is. De capaciteit is nu  $C_1 - \Delta C$ . Men vindt zoo zeer nauwkeurig de waarde van  $C_1$  als gemiddelde van  $C_1 + \Delta C$  en  $C_1 - \Delta C$ . Daarna schakelt men den te onderzoeken condensator parallel aan den regelbaren condensator en stelt dezen weer in op resonantie. De capaciteit van den regelbaren conden-



Figuur 5

sator is nu  $C_2$  en de spanning van den condensator  $V_2$ . Nu is voor den te onderzoeken condensator  $tg \delta = \frac{\Delta C}{C_1 - C_2} \cdot \frac{V_1 - V_2}{V_2}$  en de capaciteit  $C_1 - C_2$ .

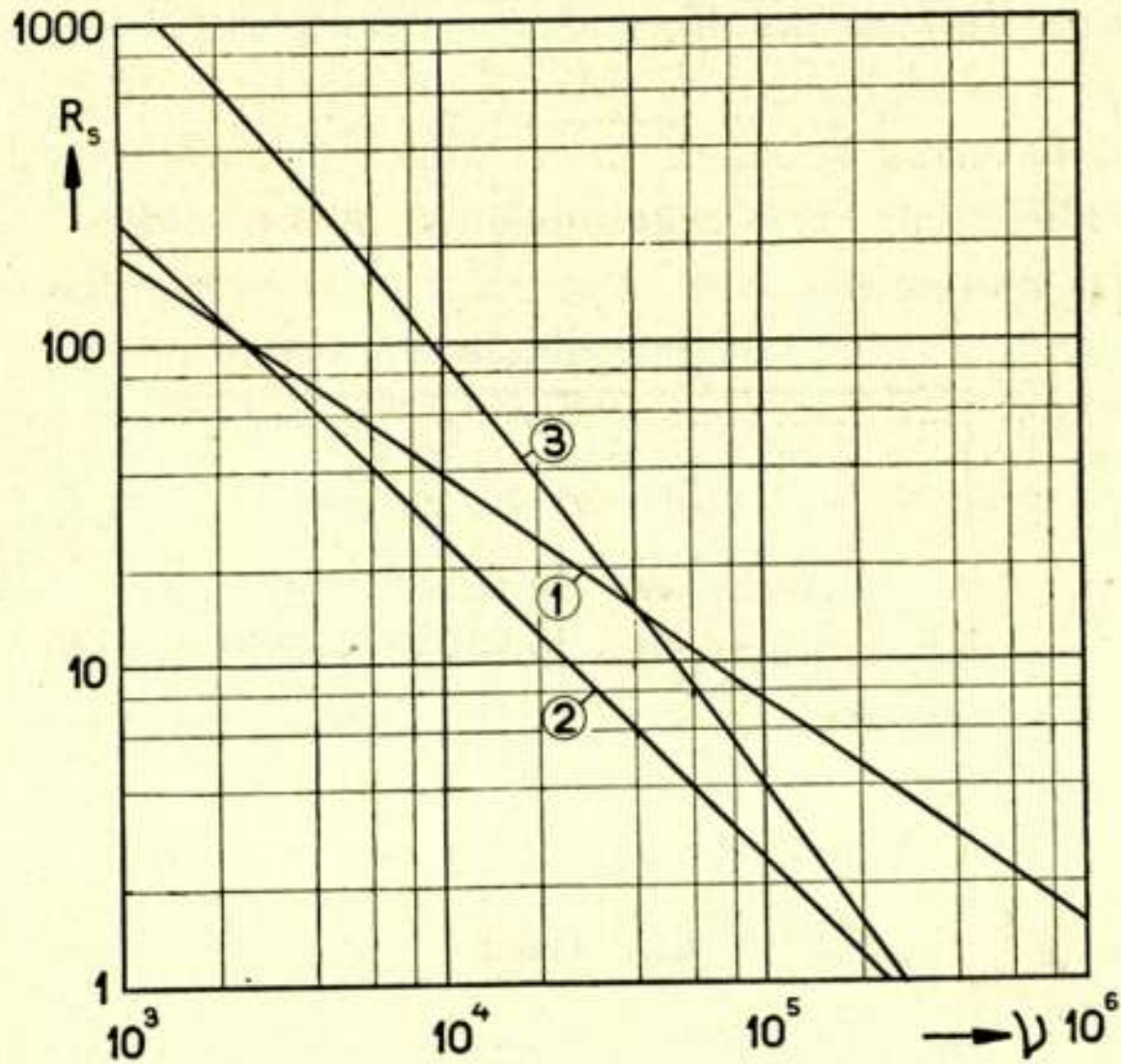
Naar de wijze, waarop  $tg \delta$  met de frequentie verandert in het onderzochte gebied, zijn de dielectrica in een viertal groepen te verdeelen. Van iedere groep willen we een typisch voorbeeld wat nader beschouwen, en kiezen hiervoor mica, verontreinigde paraffine, glas en gearaffineerd papier.

#### A. Mica.

$tg \delta$  is voor alle frequenties zeer klein (fig. 5); bij toenemende

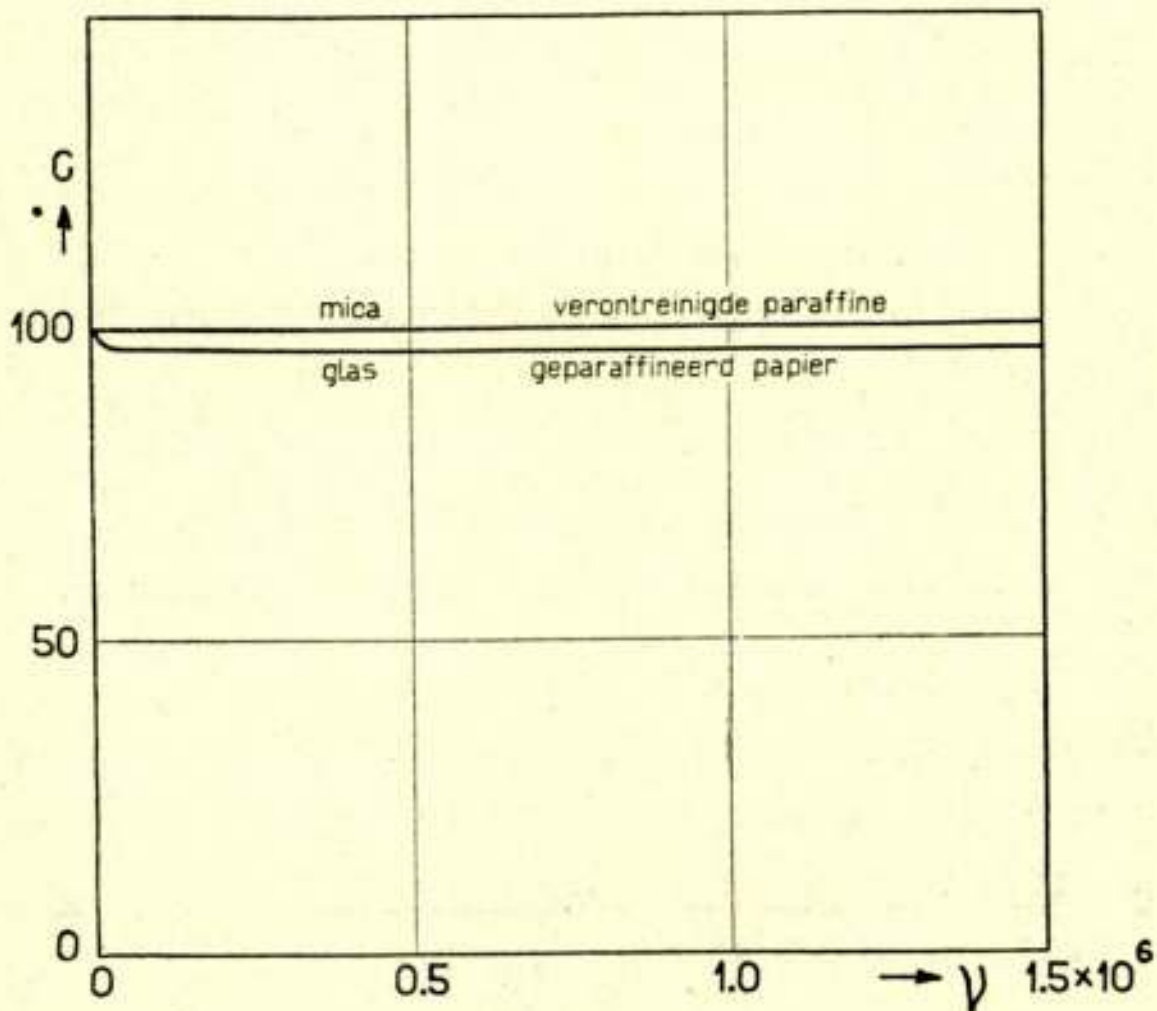
frequentie neemt  $\operatorname{tg} \delta$  steeds af. Dit wijst op overwegende invloed van bestanddeelen met groote  $T$ .

$R_s = f(\omega)$  (fig. 6, kromme 3) (logarithmisch uitgezet) verloopt



Figuur 6

steiler dan bij andere dielectrica, hetgeen ook volgens de theorie het geval moet zijn wegens het ontbreken van bestanddeelen met kleine  $T$ .



Figuur 7

$C_s$  neemt zeer weinig af met toenemende frequentie (fig. 7)

en is bij eenigszins hooge frequentie vrijwel onafhankelijk van de frequentie, wat wederom met het voorgaande in overeenstemming is.

Eenzelfde karakter vertoonen sommige glassoorten, zuivere transformatorolie en paraffine.

### B. Verontreinigde paraffine.

Deze wijkt in zooverre van mica en zuivere paraffine af, dat  $\operatorname{tg} \delta$  een maximum vertoont (fig. 5). Dit is te verklaren door aan te nemen, dat de verontreinigingen een kleinere  $T$  hebben dan paraffine, nl. ongeveer  $0,7 \times 10^{-6}$ : het maximum ligt bij  $\omega = \frac{1}{T}$ . Daar  $\operatorname{tg} \delta$  klein blijft en  $C_s$  eenzelfde verloop heeft als bij mica (fig. 7) is de invloed van de verontreiniging niet zeer groot.

Bij geen ander dielectricum hebben we dit maximum waargenomen. Wagner heeft ook gezocht naar een dielectricum, dat een maximum vertoont in  $\operatorname{tg} \delta = f(\omega)$  en één voorbeeld gevonden, n.l. een draad met een zijde- en een katoenomspinning. (3)

### C. Glas.

Fig. 5—7 geven de gemeten waarden voor een bepaalde glassoort. Voor verschillende glassoorten vindt men sterk uiteenlopende waarden.  $\operatorname{tg} \delta$  is hier veel grooter dan bij mica, wat wijst op groter invloed van bestanddeelen met kleine  $T$ . Daar glas een mengsel is van een tiental verschillende stoffen, zullen er evenveel verschillende  $T$ 's optreden. Eenige dezer bestanddeelen zullen bijdragen geven volgens kromme  $b$  van fig. 4, doch met het maximum op verschillende plaatsen. In de som zal daarom geen uitgesproken maximum te vinden zijn.

$R_s = f(\omega)$  (fig. 6, kromme 2) verloopt veel minder steil dan bij mica, wat ook wijst op de aanwezigheid van bestanddeelen met kleine  $T$ .

$C_s$  neemt met toenemende frequentie meer af dan bij mica (fig. 7), doch is bij hooge frequenties weer vrijwel constant, wat ook in overeenstemming is met het voorgaande.

Hetzelfde karakter vertoonen petroleum, eboniet, presspan, philite.

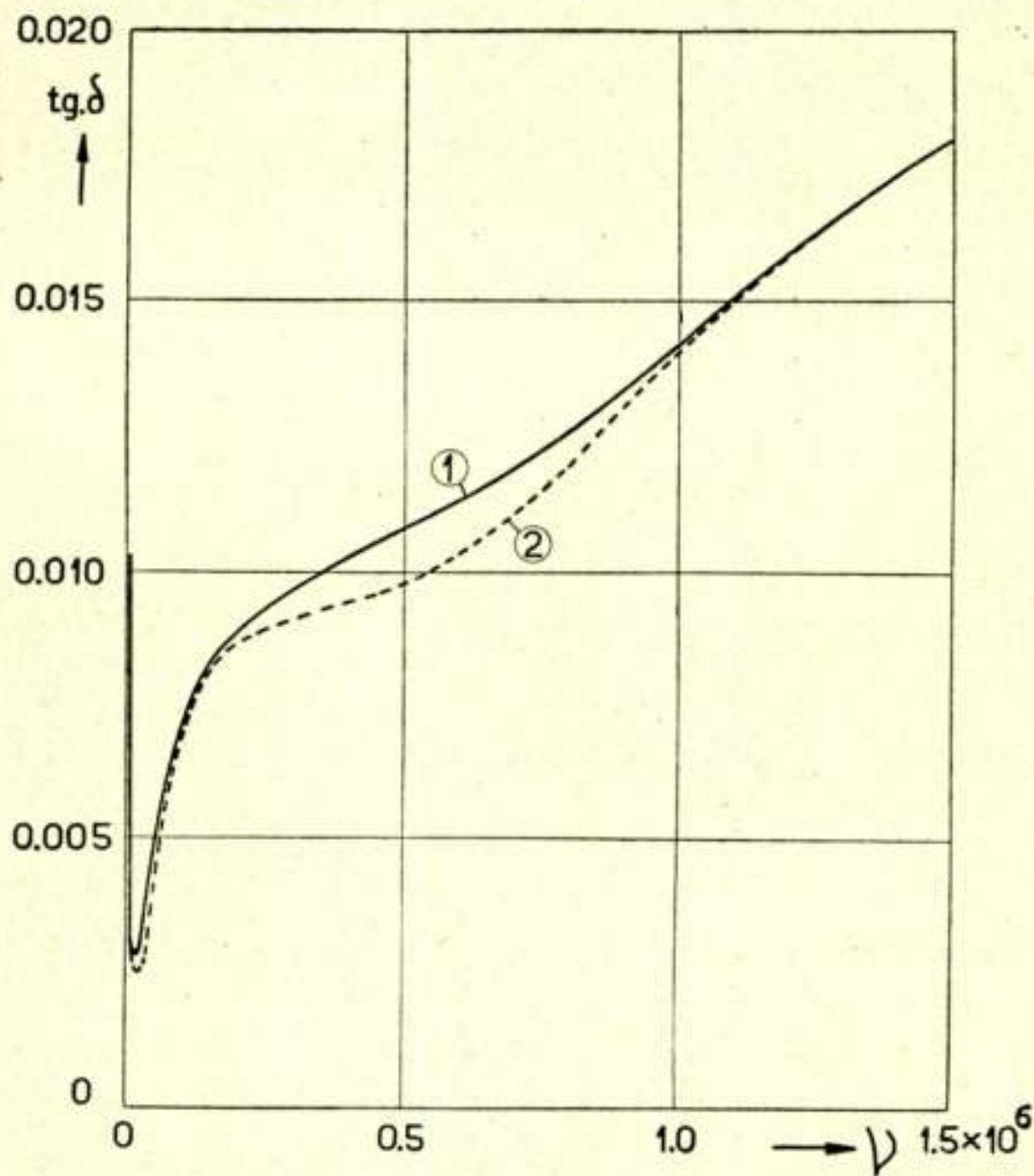
### D. Geparaffineerd papier.

$\operatorname{tg} \delta$  neemt met toenemende frequentie eerst snel af en daarna weer toe, eerst vrij snel, daarna langzaam (fig. 5). Bij nog hogere frequenties mag men verwachten, dat  $\operatorname{tg} \delta$  weer zal afnemen, en dus de volledige kromme  $c$  van fig. 4 opleveren.

Men heeft in hoofdzaak twee bestanddeelen: paraffine en papier. Hiervan is paraffine het goede, papier het slechte bestanddeel (paraffine is vrijwel homogeen, papier niet). Voor het geparaffineerde papier is echter  $\operatorname{tg} \delta$  grooter dan de som van deze grootheid voor de beide bestanddeelen afzonderlijk, wat in overeenstemming is met de inhomogeniteitstheorie.

$R_s = f(\omega)$  verloopt nog minder steil dan bij glas (fig. 6, kromme 1), wat overeenkomt met de grootere verliezen.

$C_s = f(\omega)$  verloopt ongeveer als bij glas, in goede overeenstemming met de theorie (fig. 7).



Figuur 8

Hetzelfde karakter vertoonen pertinax, papier, gephilitiseerd papier, excelsiorlinnen.

We zien dus, dat al deze meetresultaten kwalitatief te verklaren zijn met de inhomogeniteitstheorie. Kwantitatief is het moeilijk, zoo niet onmogelijk, de theorie te toetsen aan het experiment. Om echter kwantitatief overeenstemming te vinden, behoeft men geen absurde aannamen te maken. Als voorbeeld hebben we  $\operatorname{tg} \delta$  gemeten voor een bepaalde condensator met geparaffineerd papier als dielectricum, en berekend voor een serieschakeling van drie condensatoren, resp. 500, 40.000 en

10.000  $\mu\mu$  F, met parallelweerstand van resp.  $2 \times 10^7$ , 25 en 40 Ohm. Dit vervangingsschema lijkt niet onmogelijk en geeft vrij goede overeenstemming met de gemeten waarden, zooals uit fig. 8 blijkt. Kromme (1) geeft de gemeten, kromme (2) de berekende waarden.

In onderstaande tabel vindt men de gemeten waarden van  $tg \delta$  voor eenige dielectrica bij een frequentie  $\omega = 10^6$ .

In het gebied der radiofrequenties varieert  $tg \delta$  weinig met de frequentie; in het gebied der audiofrequenties treden de grootste variaties op.

	$tg \delta$
mica . . . . .	0,0005—0,002
transformatorolie . .	0,0005
paraffine . . . . .	0,0005
glas . . . . .	0,0005—0,012
eboniet . . . . .	0,008—0,026
papier . . . . .	0,014
geparaffineerd papier	0,016—0,043
gephilitiseerd papier	0,020—0,025
pertinax . . . . .	0,038
presspan . . . . .	0,040
celluloid . . . . .	0,050
cellon . . . . .	0,070
excelsiorlinnen . . .	0,057

#### *Gelijkspanningsverschijnselen.*

Ook de verschijnselen, die zich voordoen bij gelijkspanning, zijn volgens de inhomogeniteitstheorie te verklaren.

We denken den condensator weer vervangen door het schema van fig. 1. De spanning noemen we  $V$ , de totale stroom  $i$ , de stroom door de  $k^e$  condensator  $i_k'$  en de stroom door de  $k^e$  weerstand  $i_k''$ , de spanning op het  $k^e$  element  $V_k$ .

$$r_k i_k'' = V_k$$

$$r_k \frac{di_k}{dt} = \frac{dV_k}{dt} = \frac{i_k'}{C_k}$$

$$i_k' = i - i_k''$$

$$r_k \frac{di_k''}{dt} = \frac{i - i_k''}{C_k}$$

$$i_k'' + r_k C_k \frac{di_k''}{dt} =$$

Noemen we weer  $r_k C_k = T_k$ .

$$\left(I + T_1 \frac{d}{dt}\right) i_1'' = \left(I + T_2 \frac{d}{dt}\right) i_2'' = \dots = \left(I + T_n \frac{d}{dt}\right) i_n'' = i.$$

Stel den operator  $I + T_k \frac{d}{dt} = a_k$ .

Dan heeft men de volgende  $n + 1$  lineaire vergelijkingen met  $n + 1$  onbekenden:

$$(I) \begin{cases} a_1 i_1'' - a_2 i_2'' = 0 \\ a_1 i_1'' - a_3 i_3'' = 0 \\ \cdot \\ \cdot \\ a_1 i_1'' - a_n i_n'' = 0. \\ a_1 i_1'' - i = 0 \\ r_1 i_1'' + r_2 i_2'' + \dots + r_n i_n'' = V. \end{cases}$$

Lost men deze op, dan vindt men

$$i = \frac{\overset{n}{\Pi}}{r_1 \overset{n-1}{\Pi} + r_2 \overset{n-2}{\Pi} + \dots + r_n \overset{n-n}{\Pi}} V$$

waarbij  $\overset{n}{\Pi}$  beteekent:  $a_1 \cdot a_2 \cdot \dots \cdot a_n$  en  $\overset{n-k}{\Pi} = \frac{\overset{n}{\Pi}}{a_k}$ . Daar  $V$  constant

is, is  $\overset{n}{\Pi} V = V$  en heeft men ter bepaling van  $i$  de differentiaalvergelijking van de orde  $n - 1$ :

$$\left(r_1 \overset{n-1}{\Pi} + r_2 \overset{n-2}{\Pi} + \dots + r_n \overset{n-n}{\Pi}\right) i = V$$

De oplossing van deze vergelijking is:

$$i = A_1 e^{\beta_1 t} + A_2 e^{\beta_2 t} + \dots + A_{n-1} e^{\beta_{n-1} t} + \frac{V}{r_1 + r_2 + \dots + r_n}$$

Verder vindt men:

$$i_k'' = \frac{A_1}{I + \beta_1 T_k} e^{\beta_1 t} + \frac{A_2}{I + \beta_2 T_k} e^{\beta_2 t} + \dots + \frac{A_{n-1}}{I + \beta_{n-1} T_k} e^{\beta_{n-1} t} + \frac{V}{r_1 + r_2 + \dots + r_n}$$

Daar alle  $\beta$ 's reëel en negatief zijn, is  $i$  gelijk aan de som van  $n - 1$  afnemende  $e$ -functies (één minder dan het aantal verschillende bestanddeelen van het diëlectricum), plus een constante

term: de lekstroom. Dat het aantal  $\epsilon$ -functies  $n - 1$  is en niet " moge op het eerste gezicht vreemd schijnen, het wordt aan-nemelijk, als men bedenkt, dat bij één enkele condensator geen  $\epsilon$ -functie optreedt. Voor  $t = \infty$  blijft alleen de constante term over. Dit stemt overeen met het experiment: de stroom neemt voortdurend af en nadert tot een constant bedrag. Door een voldoende aantal termen te nemen (d.w.z. door een voldoende aantal verschillende bestanddeelen van het diëlectricum aan te nemen) kan men op deze wijze iedere experimenteel gevonden kromme voorstellen.

De constanten  $A_1 \dots A_{n-1}$  vindt men uit de beginvoorwaarden: neem aan, dat ten tijde  $t = 0$ , onmiddellijk na het sluiten van de stroomketen, de spanningen op de partieele condensatoren zich omgekeerd verhouden als de capaciteiten. Voor  $t = 0$  is dan:

$$V_k = \frac{V}{C_k} \cdot \frac{I}{\sum_{p=1}^n \frac{I}{C_p}} = i_k'' r_k$$

$$i_k'' = \frac{V}{T_k} \cdot \frac{I}{\sum_{p=1}^n \frac{I}{C_p}}$$

$$(II) \quad \frac{A_1}{I + \beta_1 T_k} + \frac{A_2}{I + \beta_2 T_k} + \dots + \frac{A_{n-1}}{I + \beta_{n-1} T_k} +$$

$$+ \frac{V}{r_1 + r_2 + \dots + r_n} = \frac{V}{T_k} \frac{I}{\sum_{p=1}^n \frac{I}{C_p}}$$

Men heeft  $n$  van deze vergelijkingen (II), waarvan er  $n - 1$  onafhankelijk zijn. Hieruit kan men de  $n - 1$  integratie-constanten oplossen.

Noemen we de ladingen van de partieele condensatoren, wanneer de condensator geladen is,  $Q_1 Q_2 \dots Q_n$  en sluiten daarna den condensator kort, dan blijft onmiddellijk na het kortsluiten de som der ladingen van de twee aan elkaar grenzende electroden van opvolgende condensatoren constant. D. w. z.  $-Q_k + Q_{k+1}$  verandert tijdens het kortsluiten niet. Vóór het kortsluiten van den geladen condensator is

$$V_k = \frac{r_k}{r_1 + \dots + r_n} V \quad \text{dus}$$

$$Q_k = C_k V_k = \frac{T_k}{\Sigma r} V$$

$$Q_{k+1} - Q_k = \frac{T_{k+1} - T_k}{\Sigma r} V$$

De beginvoorwaarden zijn dus:

$$\left\{ \begin{array}{l} Q_{k+1} - Q_k = \frac{T_{k+1} - T_k}{\Sigma r} V \quad (n - 1 \text{ vergelijkingen}) \\ \Sigma V_k = \Sigma \frac{Q_k}{C_k} = 0. \end{array} \right.$$

Lost men hieruit de  $Q$ 's op, dan vindt men:

$$Q_k = \frac{V}{\Sigma r} \cdot \frac{T_k \Sigma \frac{I}{C} - \Sigma r}{\Sigma \frac{I}{C}} = C_k V_k = T_k \cdot i_k''$$

$$\text{dus } i_k'' = V \left\{ \frac{I}{\Sigma r} - \frac{I}{T_k \Sigma \frac{I}{C}} \right\} \text{ voor } t = 0.$$

De differentiaalvergelijkingen ter bepaling van  $i_k''$  zijn weer de vergelijkingen (I), doch in de laatste vergelijking  $V = 0$  gesteld.

De oplossing is dus:

$$i_k'' = \frac{B_1}{I + \beta_1 T_k} e^{\beta_1 t} + \frac{B_2}{I + \beta_2 T_k} e^{\beta_2 t} + \dots + \frac{B_{n-1}}{I + \beta_{n-1} T_k} e^{\beta_{n-1} t}.$$

Voor  $t = 0$  is

$$i_k'' = \frac{B_1}{I + \beta_1 T_k} + \frac{B_2}{I + \beta_2 T_k} + \dots + \frac{B_{n-1}}{I + \beta_{n-1} T_k} = \frac{V}{\Sigma r} - \frac{V}{T_k \Sigma \frac{I}{C}}$$

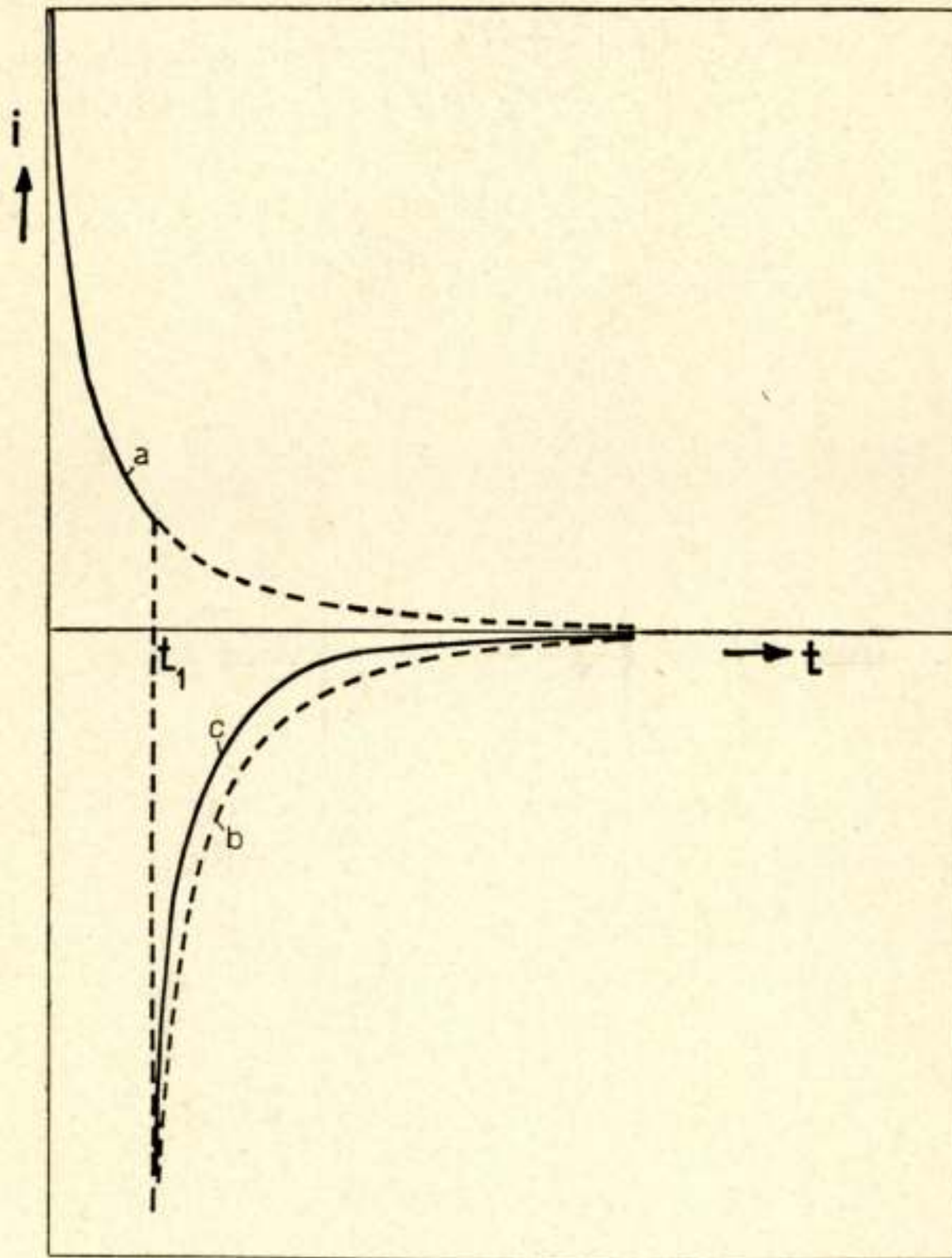
Dit is dezelfde vergelijking als vergelijking (II), doch de bekende term met het tegengestelde teeken. Dus  $B_k = -A_k$ .

De laadstroom, verminderd met de constante lekstroom  $\frac{V}{\Sigma r}$  is dus gelijk en tegengesteld gericht aan de ontlaadstroom, in overeenstemming met vele gepubliceerde experimenten.

Dit laatste kan men ook eenvoudiger inzien. Stel: men heeft den condensator geladen met een batterij met een spanning  $V$  en de lading zoover voortgezet, tot de stroom constant ge-



worden is. Kortsluiten van den condensator heeft nu hetzelfde effect alsof men in serie met deze batterij een tweede batterij schakelt met dezelfde spanning, doch tegengestelde polariteit. Deze tweede batterij zal oorzaak zijn van een stroom, die met de tijd verandert op dezelfde wijze als de laadstroom van de eerste batterij, doch van tegengestelde richting. De laadstroom is de som van de constante lekstroom en een tot nul afnemende absorptiestroom. Voor het begin van de ontlading is de absorptiestroom tot nul gedaald en vloeit er dus alleen de



Figuur 9

lekstroom, veroorzaakt door de eerste batterij. Bij de ontlading komt hier bij de lekstroom, veroorzaakt door de tweede batterij, die met de lekstroom van de eerste batterij nul oplevert, en de absorptiestroom, veroorzaakt door de tweede batterij. Daar iedere batterij voor zich hetzelfde stroomverloop geeft, zal dus de laadstroom, verminderd met de lekstroom, op dezelfde wijze met de tijd afnemen als de ontladstroom.

In enkele gevallen heeft men gevonden, dat de ontladstroom

veel sneller afneemt dan de laadstroom. Het is mogelijk, dat de verklaring gezocht moet worden in het feit, dat met het ontladen reeds begonnen is, voor de condensator geheel opgeladen was. Dan krijgt men een stroomverloop als in fig. 9. Kromme  $a$  geeft de laadstroom. Bij kortsluiting ten tijde  $t_1$  wordt de spanning met een bedrag  $-V$  vermeerderd, en moet men dus bij de laadstroom  $a$  de stroom  $b$  optellen en geeft dus kromme  $c$  de ontlaadstroom, die sneller tot nul nadert dan de laadstroom.

Ook het ontstaan van een restlading, die zich vormt, nadat een condensator volledig geladen is tot een spanning  $V$ , daarna momenteel ontladen en vervolgens aan zichzelf wordt overgelaten, laat zich op deze wijze verklaren. Tijdens het vormen van een restlading is  $i_p'' = -i_p'$ .

$$i_p'' = -\frac{dQ_p}{dt} = -C_p \frac{dV_p}{dt}$$

$$i_p'' r_p = V_p = -T_p \frac{dV_p}{dt}$$

$$\frac{dV_p}{dt} + \frac{1}{T_p} V_p = 0, \text{ dus } V_p = A e^{-\frac{t}{T_p}}$$

We hebben hier dezelfde beginvoorwaarden als bij het berekenen van de ontlaadstroom. Dus voor  $t=0$  is:

$$V_p = i_p'' r_p = V \left\{ \frac{r_p}{\sum r} - \frac{1}{C_p \sum \frac{1}{C}} \right\} = A$$

$$\text{Dus } V_p = V \left\{ \frac{r_p}{\sum r} - \frac{1}{C_p \sum \frac{1}{C}} \right\} e^{-\frac{t}{T_p}}$$

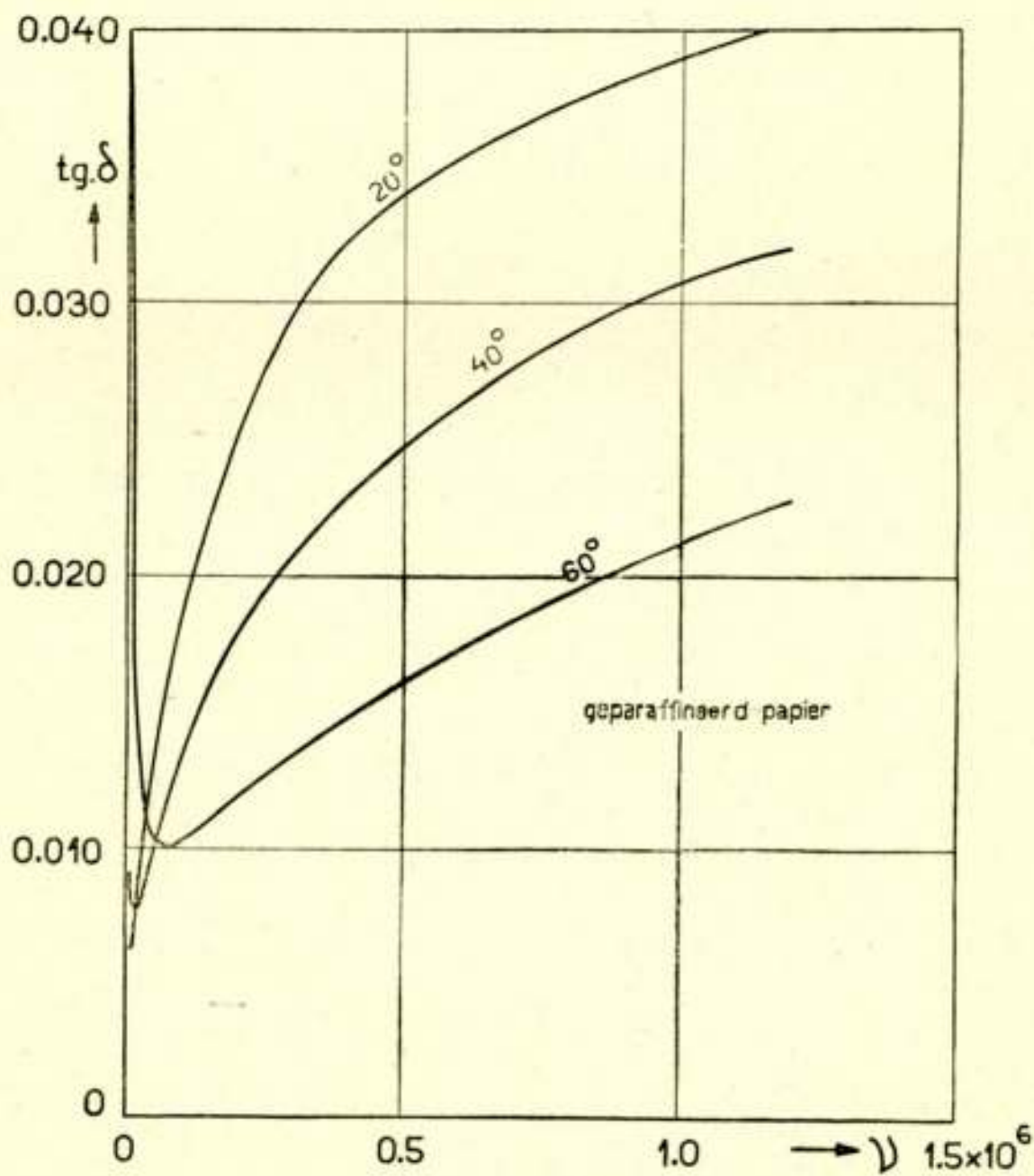
De klemspanning is dus:

$$V = \sum V_p = V \sum_{p=1}^{\infty} \left\{ \frac{r_p}{\sum r} - \frac{1}{C_p \sum \frac{1}{C}} \right\} e^{-\frac{t}{T_p}}$$

*Invloed van de temperatuur.*

Een factor van groot belang is de temperatuur. Fig. 10 geeft  $t_g \delta$  als functie van de frequentie voor gearaffineerd papier

bij verschillende temperaturen. Bij verhooging der temperatuur verschuiven de krommen naar rechts. Denken we deze samengesteld uit twee deelen, als in fig. 4. De op een hyperbool gelijkende bijdrage nemen we aan als veroorzaakt door de paraffine, de andere als veroorzaakt door het papier. Bij verhooging van de temperatuur nemen de verliezen van de paraffine toe, daalt kromme  $a$  dus minder snel met toenemende frequentie. Door verhooging van de temperatuur neemt ook de  $T$  van het papier af, zoodat het maximum van kromme  $b$  bij hogere frequentie komt te liggen. Zoo kan men het verschuiven der krommen bij stijgende temperatuur verklaren.



Figuur 10

In het algemeen nemen de diëlectrische verliezen toe bij stijgende temperatuur. Doch door de toename der verliezen zal de temperatuur nog meer stijgen. Er kan zich een evenwichtstoestand instellen. Het kan ook gebeuren, dat de toestand labiel wordt en verliezen en temperatuur steeds toenemen, tot er doorslag plaats vindt. Voor dit geval gaan onze berekeningen niet meer door, daar de weerstanden niet constant blijven en de verschijnselen niet meer lineair zijn.

Bij alle bovengenoemde experimenten was het gebezigde ver-

mogen zoo klein, dat door de meting geen merkbare temperatuursverhooging optrad.

*Eenige andere theorieën.*

Kent men de stroom door een condensator als functie van de tijd bij het aanleggen van een gelijkspanning, dan kan men de stroom, die optreedt bij het aanleggen van een wisselspanning hieruit berekenen met behulp van het superpositiebeginsel van Boltzmann-Hopkinson-Heaviside (4). Dit is een bij lineaire verschijnselen algemeen geldig principe. Is bij een gelijkspanning  $V$  de stroom  $i = f(t)$  dan is bij een wisselspanning  $V \sin \omega t$  de stroom:

$$\int_{-\infty}^t \frac{dV(\tau)}{d\tau} f(t-\tau) d\tau.$$

Stelt men  $f(t) = \sum A e^{-a t}$ , dan is de stroom:

$$V \omega \int_{-\infty}^t \cos \omega \tau \sum A e^{-a(t-\tau)} d\tau = V \omega \sum \frac{A}{a^2 + \omega^2} (a \cos \omega t + \omega \sin \omega t).$$

Bovendien vloeit door de condensator de lekstroom  $\frac{V}{\sum r} \sin \omega t$

en de zuivere condensatorstroom  $\frac{V \omega}{\sum \frac{I}{C}} \cos \omega t$ . Dus

$$\operatorname{tg} \delta = \frac{\frac{I}{\sum r} + \sum A \frac{\omega^2}{a^2 + \omega^2}}{\frac{\omega}{\sum \frac{I}{C}} + \sum A \frac{a \omega}{a^2 + \omega^2}} = \frac{a_1 \omega^{2n-2} + a_2 \omega^{2n-4} + \dots + a_n}{b_1 \omega^{2n-1} + b_2 \omega^{2n-3} + \dots + b_n \omega}.$$

We vonden vroeger:

$$\operatorname{tg} \delta = \frac{\sum \frac{r}{I + \omega^2 T^2}}{\sum \frac{r \omega T}{I + \omega^2 T^2}} = \frac{c_1 \omega^{2n-2} + c_2 \omega^{2n-4} + \dots + c_n}{d_1 \omega^{2n-1} + d_2 \omega^{2n-3} + \dots + d_n \omega}.$$

In beide uitdrukkingen komen dus dezelfde machten van  $\omega$  voor. Daar de  $A$ 's en de  $a$ 's ingewikkelde functies van de  $r$ 's en de  $C$ 's zijn, is het niet zoo eenvoudig in te zien, dat ook  $a_k = c_k$  en  $b_k = d_k$ .

Gewoonlijk denkt men de stroom, die ontstaat bij het aan-

leggen van een gelijkspanning, gesplitst in de lekstroom  $\frac{V}{\Sigma r}$  en de absorptiestroom.

Pellat (5) stelt de absorptiestroom  $A e^{-\alpha t}$ , neemt dus slechts één term van de juiste waarde  $\Sigma A e^{-\alpha t}$ , hetgeen juist is, indien het diëlectricum slechts twee verschillende bestanddeelen bevat.

Om de experimenteel gevonden afwijkingen van de formule van Pellat te kunnen verklaren, vindt men in de litteratuur herhaaldelijk voor de absorptiestroom de formule  $i = A t^{-m}$  (6). Inderdaad kan men door geschikte keuze van de constanten  $A$  en  $m$  in de meeste gevallen een betere benadering van de experimenteele kromme verkrijgen dan volgens de formule van Pellat, doch deze aanname mist elken physischen grond. Bovendien: past men op deze formule het superpositiebeginsel toe, dan vindt men

$$\operatorname{tg} \delta = \frac{a + b\omega^m}{c\omega + d\omega^m},$$

waarin  $a$ ,  $b$ ,  $c$  en  $d$  positieve getallen zijn en  $m$  een getal tusschen  $0$  en  $1$ . Voor een extreme waarde van  $\operatorname{tg} \delta$  moet  $\frac{\partial \operatorname{tg} \delta}{\partial \omega}$  nul zijn, dus  $ac + nad\omega^{n-2} + bc(1-n)\omega^n = 0$ . Doch hieraan kan door geen enkele positieve waarde van  $\omega$  voldaan worden, daar alle termen positief zijn. Uit onze metingen is evenwel gebleken, dat  $\operatorname{tg} \delta$  een maximum en een minimum kan vertoonen. De uitdrukking  $i = A t^{-m}$  is dus onjuist.

v. Schweidler (6) stelt de absorptiestroom gelijk  $\Sigma A e^{-\alpha t}$  om Pellat's theorie te verbeteren, doch geeft daarmee onbewust het resultaat, waartoe de theorie van Maxwell leidt.

Zooals reeds gezegd, heeft K. W. Wagner (2) de theorie van Maxwell verder uitgewerkt. Doch in zijn beschouwingen houdt hij geen rekening met de lekstroom. Daardoor vindt hij voor  $\operatorname{tg} \delta = f(\omega)$  een kromme als fig. 4 kromme b. Voor hoge frequenties is de fout niet groot, doch voor lage frequenties vindt hij waarden voor  $\operatorname{tg} \delta$ , die veel te klein zijn. Nadert  $\omega$  tot nul, dan nadert bij hem  $\operatorname{tg} \delta$  tot nul inplaats van tot oneindig.

Rogowski (7) e.a. beschouwen de verschijnselen, die betrekking hebben op elektrische doorslag van het diëlectricum, dus wat er gebeurt bij hoge spanningen. Hiervoor is het noodig, de werkingen van atomen en ionen na te gaan, en is de stroom door het diëlectricum geen beweging van electronen en verschui-

vingsstroom, maar atomen- en ionenconvectie. Wanneer de spanning zoo hoog is, dat dit optreedt, is de weerstand van de bestanddeelen niet meer constant, en gaan onze voorgaande beschouwingen niet meer onveranderd door, doch moet de theorie verder uitgebreid worden.

*Conclusies.*

Samenvattend kunnen we dus zeggen, dat de diëlectrische verliezen en de diëlectrische nawerking voor het belangrijkste deel verklaard kunnen worden uit de inhomogeniteit van het diëlectricum, volgens de theorie van Maxwell. De absorptiestroom is voor te stellen als een som van afnemende  $\epsilon$ -functies; de veel voorkomende aanname  $i = A t^{-m}$  voert tot resultaten, die met het experiment in strijd zijn.  $\operatorname{tg} \delta = f(\omega)$  is oneindig voor  $\omega = 0$ , neemt met toenemende frequentie eerst snel af, daarna langzamer, vertoont voor sommige diëlectrica maxima en minima, en nadert voor  $\omega = \infty$  tot nul. De effectieve capaciteit van een condensator neemt af met toenemende frequentie, des te meer, naarmate de verliezen grooter zijn.

Eindhoven, 16 Mei 1930.

*Natuurkundig Laboratorium der  
N.V. PHILIPS' Gloeilampenfabrieken.*

## LITTERATUUR

Van de uitgebreide litteratuur over diëlectrische verliezen is hier alleen dat aangegeven, waarnaar in de text verwezen is. Voor uitgebreide litteratuuropgaven zie men b.v. Ann. d. Phys. **24**, 1907 p. 766. Journ. I.E.E. 1926, vol. 26, p. 1152—1190, Whitehead, Lectures on dielectric theory and insulation.

1. Maxwell, Electricity and Magnetism. Vol. I p. 374.
  2. K. W. Wagner, Ann. d. Phys. **40**, 1913 p. 817,  
Arch. f. El. **2**, 1914 p. 371.
  3. K. W. Wagner, Arch. f. El. **3**, 1914 p. 105.
  4. Hopkinson, Phil. Trans. **166**, 1876 p. 489,  
Original Papers, Vol. II.
  5. Pellat, Journ. d. Phys. **9**, 1900 p. 313,  
Ann. Chim. phys. **18**, 1899 p. 150.
  6. v. Schweidler, Ann. d. Phys. **24**, 1907 p. 711.
  7. Rogowski; Arch. f. El. **18**, 1927, p. 123.
-

# STROOMVERDEELING IN EEN EENLAGIGE SPOEL MET INACHTNAME VAN DE WEDERKEERIGE IN- DUCTIE TUSSCHEN ELK PAAR SPOELELEMENTEN

door

Ir. K. POSTHUMUS

Beschouwd is een cilindrische spoel, zonder weerstand, met per eenheid van lengte een constante capaciteit tegen het nulpunt van potentiaal, en bij de afleiding van de vergelijkingen is de capaciteit tusschen de wikkelingen onderling verwaarloosd. In bepaalde gevallen kan deze capaciteit bij benadering worden in rekening gebracht als een van de golflengte afhankelijke vergrooting van de capaciteit tusschen de wikkeling en aarde.

In het algemeen echter gelden onze beschouwingen alleen voor het geval de capaciteit tegen aarde zò groot is, dat de andere capaciteiten hiertegenover verwaarloosd kunnen worden. Bij de experimenteel gebruikte spoelen is door het aanbrengen van een scherm hiervoor gezorgd, waardoor tevens het voordeel verkregen wordt, dat de capaciteit tegen aarde overal even groot is.

Wanneer men de stroomverdeeling berekent voor een spoel met een bepaalde  $L$  per cm en  $C$  per cm, onder de inwerking van een sinusvormige EMK, die tusschen een punt van de spoel en aarde wordt aangebracht, dan zullen in het algemeen op de spoel staande golven optreden, waarvan de golflengte evenredig is met de golflengte in de lucht.

Bij een werkelijke spoel zal men daarentegen steeds vinden, dat slechts voor golflengten op de spoel groot ten opzichte van den diameter, de golflengte evenredig is met die in lucht, terwijl bij golflengten op de spoel, klein ten opzichte van den diameter, de golflengte op de spoel meer evenredig is met de wortel uit de golflengte in lucht.

Alvorens dit uit de vergelijkingen af te leiden, kunnen we ook gemakkelijk inzien, dat bij inachtname van de wederkeerige



inductie tusschen de spoeelementen we een dergelijk resultaat moeten verwachten. Immers als de golflengte lang is zullen de stroomen over een geruime lengte constant zijn, en dus zal om de „effectieve zelfinductie” te vinden, de wederkeerige inductie van de spoeelementen over een groote lengte bij de zelfinductie van een zeker element mogen opgeteld worden.

Voor zóó ver van elkaar verwijderde elementen, dat in deze twee elementen de stroom zoo ongelijk is, dat dit niet meer mag, is de wederkeerige inductie reeds te klein, om nog een merkbare bijdrage tot de „effectieve zelfinductie” te geven. Voor alle golflengten die zóó groot zijn, dat dit geldt, is dus de zelfinductie per lengte-eenheid constant en dus ook de golflengte op de spoel evenredig met die in lucht.

Voor kleinere golflengten is echter de stroom reeds verschillend in twee elementen, waarvan de wederkeerige inductie nog niet te verwaarloozen is, zoodat de „effectieve zelfinductie” vermindert en de golflengte op de spoel grooter is dan zou overeenkomen met het geval van constante zelfinductie per lengte-eenheid.

In tegenstelling met O. Böhm (Archiv f. Electrot. 5, 1917 blz. 383—438) en K. W. Wagner (Archiv 6, 1918 blz. 301—326) beperken wij ons niet tot de wederkeerige inductie tusschen twee opvolgende spoeelementen <sup>1)</sup> en denken wij ons de spoel continu, waardoor dus de beschouwing beperkt blijft tot golflengten groot ten opzichte van den afstand tusschen twee windingen.

Voor een spoel met discrete cirkelvormige windingen  $-3, -2, -1, 0, +1, +2, +3$  enz. is de door de winding  $0$  omvatte flux  $\dots M_{-2,0} i_{-2} + M_{-1,0} i_{-1} + L_0 i_0 + M_{+1,0} i_{+1} \dots$  enz. Bij de overgang op de continu gedachte spoel schrijven we hiervoor

per cm  $\int_{-l}^{+l} M_x i_x dx$ , waarbij  $M_x$  de gemiddelde wederkeerige inductie is van de elementen om  $x$  en de elementen om  $0$ , per cm<sup>2</sup>. De integraal omvat ook de zelfinductie van de windingen om  $0$ .

Voor een spoel met zelfinductie  $L$  per cm, capaciteit  $C$  per cm gelden de vergelijkingen:

<sup>1)</sup> Na beëindiging van dit artikel werd ik opmerkzaam gemaakt op een artikel van W. Steidinger Archiv 13, 1924, blz. 237—273, dat strenger en daardoor gecompliceerder, de kwestie op ongeveer dezelfde wijze behandelt als wij.

$$\frac{\partial i}{\partial x} = j\omega C V$$

$$\text{en } \frac{\partial V}{\partial x} = j\omega L i,$$

waaruit volgt:

$$\frac{\partial^2 i}{\partial x^2} + \omega^2 L C i = 0 \quad \text{en} \quad \frac{\partial^2 V}{\partial x^2} + \omega^2 L C V = 0,$$

waarvan de oplossing is:

$$i = a \sin \omega \sqrt{L C} x + b \cos \omega \sqrt{L C} x,$$

onafhankelijk of de spoel  $\infty$  lang is of een eindige lengte heeft.

De golflengte op de spoel,  $\frac{2\pi}{\omega \sqrt{L C}}$ , is omgekeerd evenredig met  $\omega$ .

Nemen we nu de wederkeerige inductie in aanmerking, van  $M(y)$  per  $\text{cm}^2$ , voor twee elementen met afstand  $y$ , dan worden de vergelijkingen:

$$\frac{\partial i}{\partial x} = j\omega C V \quad (1)$$

$$\text{en } \frac{\partial V}{\partial x} = j\omega \left[ \int_0^x i(x-y) M(y) dy + \int_0^{l-x} i(x+y) M(y) dy \right] \quad (2)$$

$l$  is de lengte van de spoel, waaruit volgt:

$$\frac{\partial^2 i}{\partial x^2} + \omega^2 C \left[ \int_0^x i(x-y) M(y) dy + \int_0^{l-x} i(x+y) M(y) dy \right] = 0 \quad (3)$$

### 1. Onbegrensde spoel.

We hebben nu niet meer dezelfde differentiaalvergelijking onafhankelijk van de lengte van de spoel. We zullen eerst de onbegrensde spoel beschouwen, waarvoor de differentiaalvergelijking luidt:

$$\frac{\partial^2 i}{\partial x^2} + \omega^2 C \int_0^{\infty} M(y) (i(x-y) + i(x+y)) dy = 0 \quad (4)$$

Is hiervan  $i = \sin px$  een oplossing, dan moet  $p$  voldoen aan de vergelijking

$$-p^2 + 2\omega^2 C \int_0^{\infty} \cos py M(y) dy = 0 \quad (5)$$

Zijn de oplossingen van deze vergelijking  $p_1 \dots p_k$ , dan wordt aan (4) voldaan door

$$i = \sum_1^k a_i \sin p_i x + \sum_1^k b_i \cos p_i x,$$

waarbij de coëfficiënten voor de imaginaire waarden van  $p$  bij  $\infty$  lange spoel 0 zijn. Zonder voor  $M_y$  een bepaalde functie aan te nemen, kunnen we in de extreme gevallen reeds het volgende zeggen:

Bij  $p$  klein gaat (5) over in

$$-p^2 + 2\omega^2 C \int_0^{\infty} M(y) dy = 0 \quad p^2 = 2\omega^2 C \int_0^{\infty} M(y) dy \quad (6)$$

$M(y)$  moet te verwaarloozen zijn voor alle waarden van  $y$ , waarvoor  $\cos py$  merkbaar van 1 verschilt. In dit geval is dus de golflengte omgekeerd evenredig met de frequentie en gedraagt de spoel zich alsof alleen een zelfinductie per lengte-eenheid van

$$2 \int_0^{\infty} M(y) dy \quad \text{aanwezig is.}$$

In het andere uiterste geval,  $p$  zeer groot, integreeren we (5) partieel:

$$\begin{aligned} & -p^2 + 2\omega^2 C \int_0^{\infty} \cos py M(y) dy = - \\ & = -p^2 + 2\omega^2 C \left[ \int_0^{\infty} \frac{1}{p} M(y) \sin py - \frac{1}{p} \int_0^{\infty} \sin py M'(y) dy \right], \end{aligned}$$

en wanneer we aannemen  $M_{\infty} = 0$ , dan is dit te schrijven:

$$-p^2 - \frac{2\omega^2 C}{p} \int_0^{\infty} \sin py M'(y) dy = 0$$

Herhalen we nu dezelfde bewerking nog eens, dan komt er

$$-p^2 + \frac{2\omega^2 C}{p^2} \left[ M'(y) \cos py - \frac{2\omega^2 C}{p^2} \int_0^\infty \cos py M''(y) dy = 0 \right.$$

of  $-p^2 - \frac{2\omega^2 C}{p^2} M'(0) - \dots \text{enz.} = 0$ , daar ook  $M'_\infty = 0$  is.

Ontwikkelen we aldus verder, dan krijgen we:

$$-p^2 + 2\omega^2 C \left[ -\frac{M'(0)}{p^2} + \frac{M'''(0)}{p^4} - \frac{M^{(5)}(0)}{p^6} \dots \text{enz.} \right] = 0$$

benaderd voor  $p^2$  groot:

$$-p^2 - 2\omega^2 C \frac{M'(0)}{p^2} = 0 \quad \text{of} \quad p^4 = -2\omega^2 C M'(0) \quad (7)$$

zoodat de golflengte omgekeerd evenredig met de wortel uit de frequentie is.

$M'(0)$  is natuurlijk negatief, zoodat in dit geval

$$i = a \sin x \sqrt[4]{|2\omega^2 C M'(0)|} + b \cos x \sqrt[4]{|2\omega^2 C M'(0)|} \quad \text{is.}$$

Om nu voor een willekeurige frequentie de bijbehorende golflengte op de spoel te kunnen berekenen moet  $M_y$  bekend zijn.

De coëfficiënt van wederkerige inductie tusschen twee windingen van straal  $a$  en afstand  $y$  is gelijk aan

$$M = 4\pi a c \int_0^{1/2\pi} \frac{2 \sin^2 \varphi - 1}{\sqrt{1 - c^2 \sin^2 \varphi}} d\varphi, \quad \text{waarbij} \quad c^2 = \frac{4a^2}{4a^2 + y^2}$$

$$= 4\pi a \left[ \left( \frac{2}{c} - c \right) K(c) - \frac{2}{c} E(c) \right]$$

waarbij  $K(c)$  en  $E(c)$  de volledige elliptische integralen van de 1e en de 2e soort zijn voor modulus  $C$ .

De exacte waarde van  $M_{(y)}$  is dus

$$4\pi a n^2 \left[ \left( \frac{2}{c} - c \right) K(c) - \frac{2}{c} E(c) \right]$$

waarbij  $n$  het aantal windingen per cm is. Met deze waarde voor  $M_{(y)}$  zijn geen berekeningen uitgevoerd. De kromme is in fig. 2 uitgezet.

Een benadering waarmee beter te werken is, vinden we uit de formules van Nagaoka voor de zelfinductie van een eenlagige spoel. Deze is n.l. gelijk aan

$$\gamma \frac{l_d^2}{l}$$

waarbij  $l_d$  de totale draadlengte,  $l$  de lengte van de spoel is, terwijl  $\gamma$  van de verhouding van lengte tot diameter afhangt. Uit de waarden door Nagaoka voor  $\gamma$  gegeven, is door Ir. Veldhuyzen een experimenteele formule gevonden, die binnen 1 % geldt voor spoelen met afmetingen

$$\infty \gg \frac{l}{D} \geq \frac{1}{4},$$

$$\text{n.l. } L = \frac{l_d^2}{l + 0,45 D}, \text{ waarin}$$

$D$  is de spoel-diameter. Uit deze experimenteele formule kunnen we afleiden:

$$M(y) = \frac{a}{(\beta + y)^3} \quad (9)$$

$$\text{Immers } L = \int_0^l dx \left[ \int_0^x M(y) dy + \int_0^{l-x} M(y) dy \right]$$

$$= \frac{a}{\beta^2} \frac{l^2}{l + \beta}, \text{ wanneer } M(y) = \frac{a}{(\beta + y)^3},$$

en deze formule voor  $L$  komt overeen met de experimenteele formule voor

$$\beta = 0,45 D$$

$$\text{en } a = \pi^2 n^2 \cdot 0,45^2 D^4 \doteq 2 n^2 D^4$$

waarbij  $n$  weer het aantal windingen per cm. is.

Voor groote waarden van  $y$  geven zoowel (9) als (8)  $M(y)$  evenredig met  $y^{-3}$ .

Voor zeer groote  $y$  hebben we dus volgens (8)

$$M(y) = \frac{2 \pi^2 a^4 n^2}{y^3}$$

en volgens (9)

$$M(y) = \frac{\pi^2 a^4 n^2}{y^3} \cdot 0,45^2 \cdot 16$$

Hoewel de formule (9) voor  $M_{(y)}$  nogal van de werkelijkheid afwijkt, is zij in ieder geval geschikt om een inzicht in de verschijnselen te krijgen, en we zullen nu voor deze waarde van  $M_{(y)}$  de stroomverdeeling voor een  $\infty$  lange spoel berekenen.

1a. *Onbegrensde spoel, wederkerige inductie  $M_y$  gegeven door*

$$M(y) = \frac{a}{(\beta + y)^3}$$

Uit de vergelijking  $-p^2 + 2\omega^2 C \int_0^{\infty} \cos py M(y) dy = 0$  volgt:

$$-I + \omega^2 C a \left[ \frac{I}{p^2 \beta^2} - \cos p\beta \int_{p\beta}^{\infty} \frac{\cos z dz}{z} - \sin p\beta \int_{p\beta}^{\infty} \frac{\sin z dz}{z} \right] = 0$$

of

$$-I + \omega^2 C a \left[ \frac{I}{p^2 \beta^2} + \cos p\beta Ci p\beta + \sin p\beta Si p\beta - \frac{\pi}{2} \sin p\beta \right] = 0 \quad (10)$$

In fig. 1 en 2 is de reële waarde voor  $p\beta$  als functie van  $\omega \sqrt{Ca}$  uitgezet volgens vergelijking (10).

Kleine waarden van  $\omega(p)$  geven

$$-I + \frac{\omega^2 C a}{p^2 \beta^2} = 0 \quad p^2 = \omega^2 C \frac{a}{\beta^2}$$

en dit is in overeenstemming met (6), daar

$$\int_0^{\infty} M(y) dy = \frac{a}{2\beta^2} \quad \text{is.}$$

Groote waarden van  $\omega(p)$ .

Hiervoor gebruiken we de asymptotische reeksen voor  $Si$  en  $Ci$ . We krijgen dan:

$$-I + \omega^2 C a \left[ \frac{I}{p^2 \beta^2} - \frac{I}{p\beta} \left( \frac{1!}{p\beta} - \frac{3!}{(p\beta)^3} + \frac{5!}{(p\beta)^5} \dots \right) \right] = 0$$

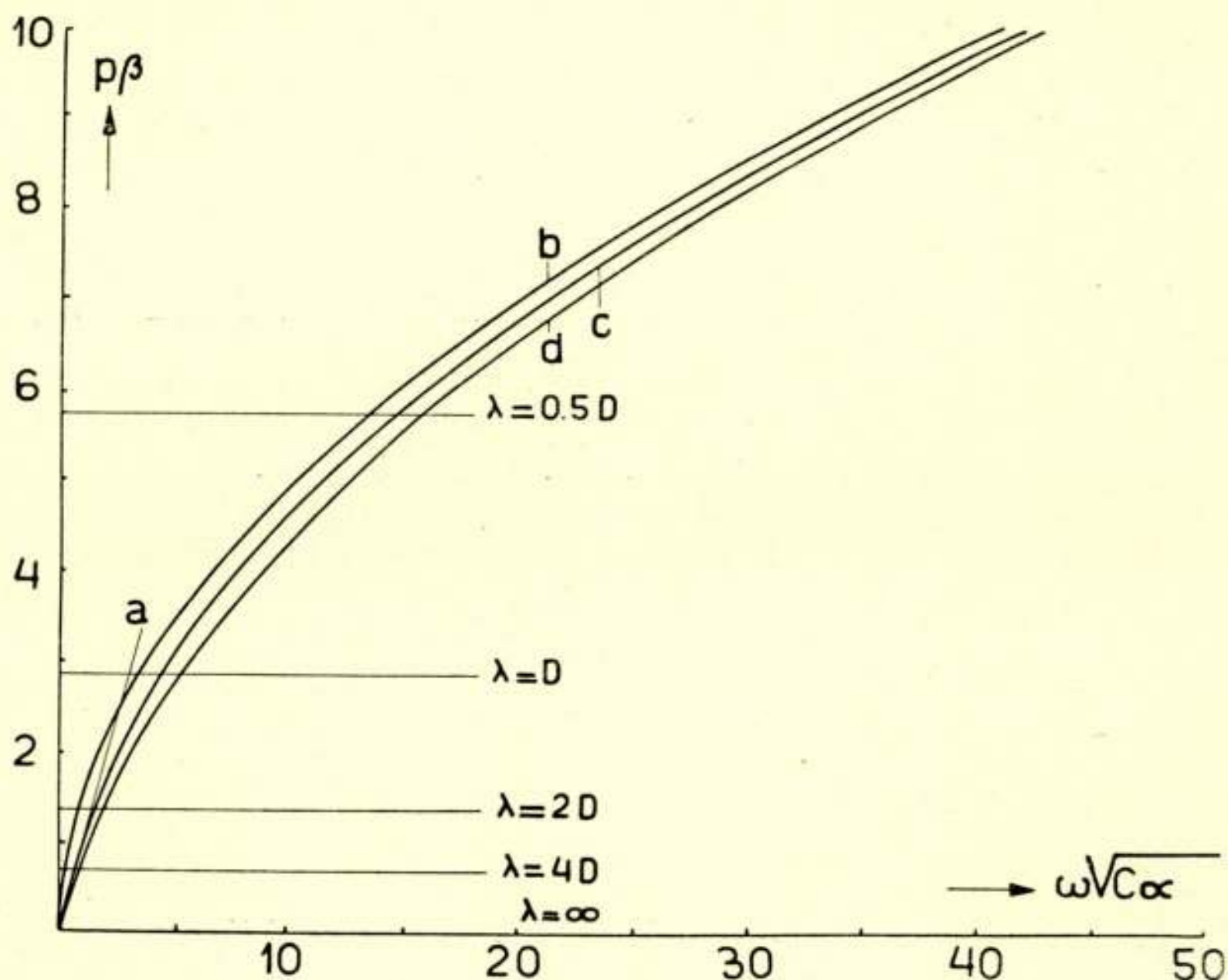
Voor  $p$  zeer groot:

$$-I + \omega^2 C a \frac{3!}{(p\beta)^4} = 0$$

$$p^4 = \frac{6 \omega^2 C \alpha}{\beta^4},$$

en dit is in overeenstemming met (7), daar  $M'(0) = \frac{-3\alpha}{\beta^4}$  is.

Daar ook de aanname  $M(y) = \frac{\alpha}{(\beta + y)^3}$  nog groote moeilijkheden geeft bij de berekening voor de spoel van eindige lengte,



Figuur 1

Verband tusschen golflengte op de spoel en frequentie.

c. Voor aanname  $M(y) = \frac{\alpha}{\beta + y^3}$

d. Voor aanname  $M(y) = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{6}{\beta}} \frac{\alpha}{\beta^3} e^{-\frac{\sqrt{6}}{\beta} y}$

a. Voor beide aannamen bij  $\omega$  zeer klein

b. Voor beide aannamen bij  $\omega$  zeer groot

volgen hier de uitkomsten voor onbegrensde spoel voor nog een tweetal andere aannamen voor  $M(y)$ . Uit de mate van overeenstemming tusschen deze laatste uitkomsten en die voor  $M(y) = \frac{\alpha}{(\beta + y)^3}$  kan worden geconcludeerd in hoeverre voor de

eindige spoel deze andere aannamen als basis genomen mogen worden, in plaats van (9).

De eenvoudigste aanname is  $M(y) = r e^{-zy}$ .

1b. *Onbegrensde spoel voor*  $M(y) = r e^{-zy}$

Uit de vergelijking  $-p^2 + 2\omega^2 C \int_0^{\infty} \cos py M(y) dy = 0$  volgt

gemakkelijk:

$$p^2 = -\frac{I}{2} z^2 \pm \sqrt{\frac{I}{4} z^4 + 2\omega^2 C r z}$$

We hebben hier alleen te maken met  $p$  reëel, dus

$$p^2 = -\frac{I}{2} z^2 + \sqrt{\frac{I}{4} z^4 + 2\omega^2 C r z}$$

Voor  $\omega$  zeer klein is

$$p^2 = -\frac{I}{2} z^2 + \frac{I}{2} z^2 \left[ 1 + 4 \frac{\omega^2 C r}{z^3} \right] = 2 \frac{\omega^2 C r}{z},$$

in overeenstemming met (6) daar  $\int_0^{\infty} M(y) dy = \frac{r}{z}$  is.

Voor  $p(\omega)$  zeer groot is

$$p^2 = \sqrt{2\omega^2 C r z}$$

$$p^4 = 2\omega^2 C r z,$$

en dit is in overeenstemming met (7) daar  $M'(0) = -rz$  is.

We kunnen nu  $r$  en  $z$  zoo kiezen, dat  $M(y) = r e^{-zy}$  zoo goed mogelijk overeenkomt met  $M(y) = \frac{a}{(\beta + y)^3}$ , en berekenen daartoe de zelfinductie  $L$  van een spoel, waarvoor de formule  $M(y) = r e^{-zy}$  geldt, als functie van de lengte.

$$\begin{aligned} L &= \int_0^l dx \left[ \int_0^x M(y) dy + \int_0^{l-x} M(y) dy \right] \\ &= 2 \frac{r}{z} \left[ l + \frac{e^{-zl} - 1}{z} \right] \end{aligned}$$



Voor zeer korte spoelen is  $L = r l^2$

Voor zeer lange spoelen is  $L = 2 \frac{r l}{z}$

We hebben nu in de twee gevallen:

	a) $M(y) = \frac{a}{(\beta + y)^3}$	b) $M(y) = r e^{-zy}$	
$\omega$ klein	$p^2 = \omega^2 C \frac{a}{\beta^2}$	$p^2 = 2 \omega^2 C \frac{r}{z}$	I
$\omega$ groot	$p^2 = \frac{\sqrt{\delta \omega^2 C a}}{\beta^2}$	$p^2 = \sqrt{2 \omega^2 C r z}$	II
$l$ klein	$L = \frac{a}{\beta^3} l^2$	$L = r l^2$	III
$l$ groot	$L = \frac{a}{\beta^2} l$	$L = 2 \frac{r}{z} l$	IV

We kiezen nu  $r$  en  $z$  zòò, dat voor I en II overeenstemming aanwezig is, ook IV is dan gelijk voor beide aannamen. We krijgen

$$z = \frac{\sqrt{\delta}}{\beta} \quad \text{en} \quad r = \frac{1}{2} \sqrt{\delta} \frac{a}{\beta^3}$$

De formule wordt dus:

$$M(y) = \frac{1}{2} \sqrt{\delta} \frac{a}{\beta^3} e^{-\frac{\sqrt{\delta}}{\beta} y},$$

en hiervoor is het verband tusschen  $p \beta$  en  $\sqrt{\omega^2 C a}$  in figuur 1 uitgezet.

Uit onderstaand tabelletje volgt nog het relatieve verloop van  $M(y)$  volgens de twee formules:

b) $M(y) = \frac{1}{2} \sqrt{\delta} \frac{a}{\beta^3} e^{-\frac{\sqrt{\delta}}{\beta} y}$	a) $M(y) = \frac{a}{(\beta + y)^3}$
$M(0) = 1,225 \frac{a}{\beta^3}$	$M(0) = 1,0 \frac{a}{\beta^3}$
$M(\frac{1}{2} \beta) = 0,359 \frac{a}{\beta^3}$	$M(\frac{1}{2} \beta) = 0,296 \frac{a}{\beta^3}$
$M(\beta) = 0,105$ "	$M(\beta) = 0,125$ "
$M(2 \beta) = 0,091$ "	$M(2 \beta) = 0,037$ "

1c. *Onbegrensde spoel met*  $M(y) = r_1 e^{-z_1 y} + r_2 e^{-z_2 y}$

Als derde aanname kiezen we tenslotte bovenstaande, omdat we hier twee constanten meer hebben om te kunnen aansluiten bij  $M(y) = \frac{\alpha}{(\beta + y)^3}$ , terwijl met deze formule ook voor eindige spoel goed te werken is.

We kunnen  $r_1, z_1$  en  $r_2, z_2$  zoo kiezen, dat overeenstemming bestaat met  $M(y) = \frac{\alpha}{(\beta + y)^3}$  in de formules voor:

- 1<sup>o</sup>. golflengte voor zeer kleine  $\omega$ ,
- 2<sup>o</sup>. golflengte voor zeer groote  $\omega$ ,
- 3<sup>o</sup>. zelfinductie voor korte spoelen,
- 4<sup>o</sup>. zelfinductie voor lange spoelen.

Daar 1<sup>o</sup>, en 4<sup>o</sup> afhankelijk zijn kunnen we nog een 5de voorwaarde stellen en kiezen hiervoor de gelijkheid van de coëfficiënten van  $\left(\frac{y}{\beta}\right)^2$  in de ontwikkeling naar opklimmende machten van  $\left(\frac{y}{\beta}\right)$  van  $M_y$ , de gelijkheid van de constante term en de term met de eerste macht wordt reeds resp. gegeven door 3<sup>o</sup> en 1<sup>o</sup> (4<sup>o</sup>).

Aan deze 5 voorwaarden wordt voldaan voor:

$$\left. \begin{aligned} r_1 &= r_2 = 1/2 \frac{\alpha}{\beta^3} = r \\ z_1 &= \frac{3 + \sqrt{3}}{\beta} \\ z_2 &= \frac{3 - \sqrt{3}}{\beta} \end{aligned} \right\}$$

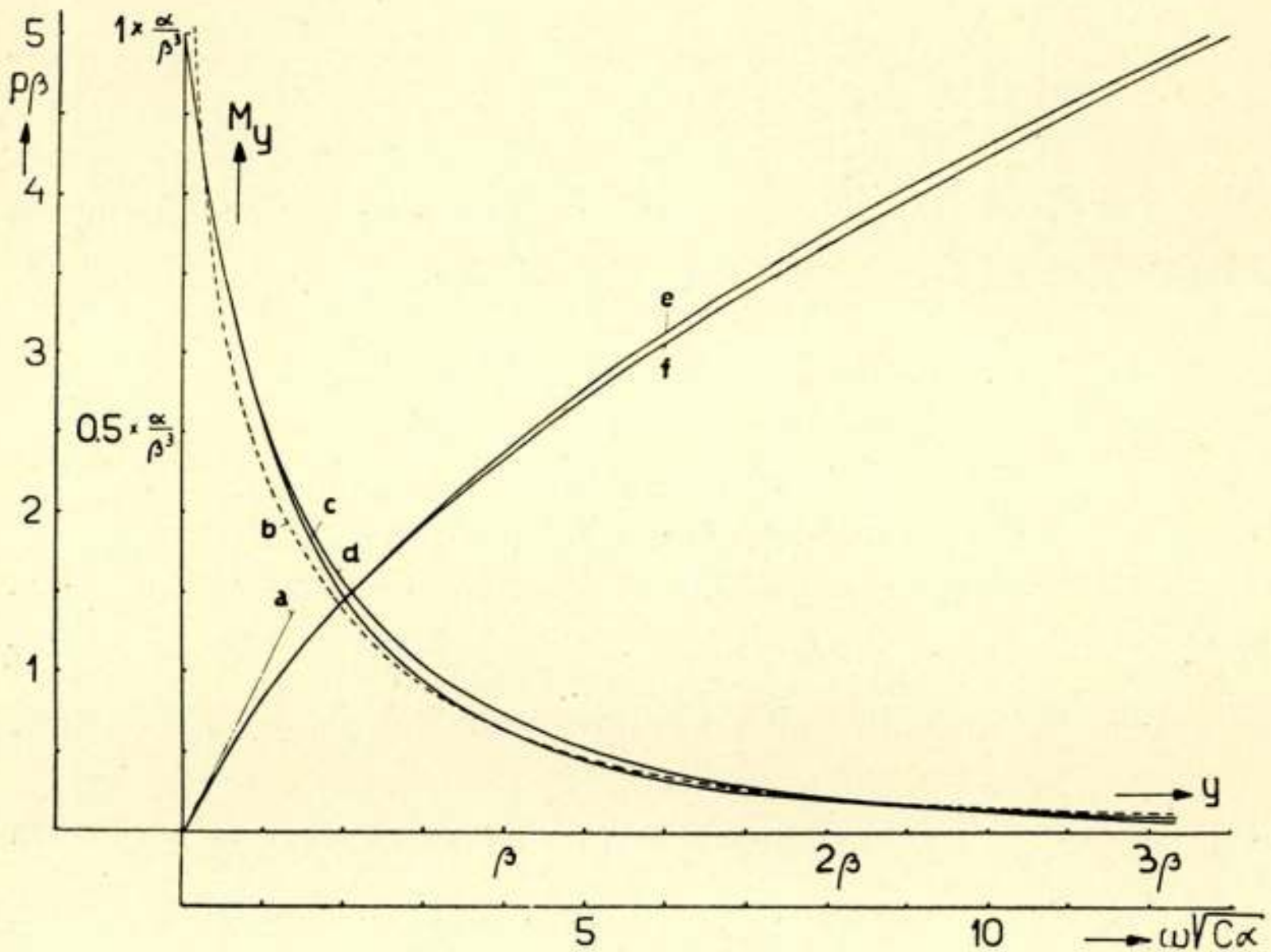
Voor deze waarden wordt het verband tusschen  $p, \beta$  en  $\omega \sqrt{Ca}$  gegeven door de verg.:

$$(p\beta)^6 + 24(p\beta)^4 + (p\beta)^2 [36 - 6\omega^2 Ca] - 36\omega^2 Ca = 0 \quad (12)$$

uitgezet in fig. 1 en 2. Het verschil met de uitkomsten van de formule  $M(y) = \frac{\alpha}{(\beta + y)^3}$  is zeer klein, trouwens uit fig. 2 blijkt ook, dat de functies

$$M(y) = \frac{\alpha}{(\beta + y)^3} \quad \text{en} \quad M(y) = 1/2 \frac{\alpha}{\beta^3} \left[ e^{\frac{-3 - \sqrt{3}}{\beta} y} + e^{\frac{-3 + \sqrt{3}}{\beta} y} \right]$$

in het belangrijkste gebied ongeveer samenvallen, terwijl ook voor  $y > 0,03 D$  geen groot verschil met de exacte formule (8) aanwezig is.



Figuur 2

$$b. \quad M(y) = 4\pi a c \int_0^{1/2\pi} \frac{2 \sin^2 \varphi - 1}{\sqrt{1 - c^2 \sin^2 \varphi}} d\varphi.$$

$$c. \quad M(y) = \frac{a}{(\beta + y)^3}$$

$$d. \quad M_y = \frac{1}{2} \frac{a}{\beta^3} \left[ e^{\frac{-3 + \sqrt{3}}{\beta} y} + e^{\frac{-3 + \sqrt{3}}{\beta} y} \right].$$

Verband tusschen golflengte op de spoel en frequentie,

e. voor verloop  $M_y$  volgens c.

f. voor "  $M_y$  " d.

## 2. Spoel van eindige afmetingen.

Bij de eenvoudigste aanname, n.l.  $M(y) = r e^{-zy}$ , wordt de diff. vergelijking voor de eindige spoel:

$$\frac{\partial^2 i}{\partial x^2} + \omega^2 C r \left[ \int_0^x e^{-zy} i(x-y) dy + \int_0^{l-x} i(x+y) e^{-zy} dy \right] = 0 \quad (13)$$

Stellen we nu  $i_{(x)} = \sum_I^k a_k e^{kx}$  en substitueeren dit in de vergelijking dan komt er:

$$\sum_k a_k e^{kx} k^2 + \omega^2 C r \sum_k a_k \frac{e^{-zx} - e^{kx}}{-z - k} + \omega^2 C r \sum_k a_k \frac{e^{-zl + kl + zx} - e^{kx}}{-z + k} = 0$$

Hieraan is voldaan wanneer:

$$1^0. \quad \omega^2 C r \left[ \frac{I}{z + k} + \frac{I}{z - k} \right] + k^2 = 0$$

is, dus alle  $k$ 's zijn wortels van de verg.

$$2 \omega^2 C r z + k^2 (z^2 - k^2) = 0 \quad (14)$$

$$2^0. \quad \sum_k \frac{a_k}{z + k} = 0 \quad (15)$$

$$3^0. \quad \sum_k \frac{a_k e^{kl}}{z - k} = 0 \quad (16)$$

De vergelijking  $k^4 - k^2 z^2 - 2 \omega^2 C r z = 0$  of

$$k^2 = \frac{z^2}{2} \pm \sqrt{\frac{z^4}{4} + 2 \omega^2 C r z}$$

heeft vier wortels, n.l. twee reële wortels  $q$  en  $-q$  en twee imaginaire  $+jp$  en  $-jp$ , waarbij  $p$  dezelfde waarde heeft als in het geval van  $\infty$  lange spoel.

$$q^2 - p^2 = z^2, \text{ en } q^2 p^2 = 2 \omega^2 C r z$$

De oplossing is dus  $i = a e^{qx} + b e^{-qx} + c e^{jp x} + d e^{-jp x}$  (17)

terwijl:  $\frac{a}{z + q} + \frac{b}{z - q} + \frac{c}{z + jp} + \frac{d}{z - jp} = 0$  (18)

en  $\frac{a e^{ql}}{z - q} + \frac{b e^{-ql}}{z + q} + \frac{c e^{jp l}}{z - jp} + \frac{d e^{-jp l}}{z + jp} = 0$  is. (19)

Door de vergelijkingen aan de einden van de spoel zijn de coëfficiënten dan alle vier bepaald. De stroomverdeling bestaat

dus uit de superpositie van een periodische verdeling en een hyperbolische, de periodische verdeling heeft dezelfde golflengte als bij de  $\infty$  lange spoel.

Voor  $\omega$  zeer klein is  $p = \omega \sqrt{\frac{2Cr}{z}}$  en  $q = z$ , uit (18) en (19) volgt dan onmiddellijk dat  $a = b = 0$  is, en in dit geval is dus  $i(x) = c e^{jpx} + d e^{-jpx}$ , zuiver periodisch.

Kiezen we het midden van de spoel als nulpunt van  $x$ , dan laat de oplossing zich ook nog in den volgenden vorm brengen:

$$i = a \left\{ \cos h q x \frac{\sin \varphi}{q} + \cos p x \frac{\sin h s}{p} \right\} + \\ + b \left\{ \sin h q x \frac{\cos \varphi}{q} + \sin p x \frac{\cos h s}{p} \right\} \quad (20)$$

$$V = \frac{a}{j\omega C} \left\{ \sin h q x \sin \varphi - \sin p x \sin h s \right\} + \\ + \frac{b}{j\omega C} \left\{ \cos h q x \cos \varphi + \cos p x \cos h s \right\} \quad (21)$$

$$\text{waarbij} \quad \left. \begin{array}{l} \varphi = \psi - \frac{1}{2} p l \\ \sin \psi = \frac{z}{q} \\ \cos \psi = \frac{p}{q} \end{array} \right\} (22) \quad \left. \begin{array}{l} s = t + \frac{1}{2} q l \\ \sin h t = \frac{z}{p} \\ \cos h t = \frac{q}{p} \end{array} \right\} (23)$$

Tenslotte nog de stroomverdeling bij eindige spoel voor de, het meest aan de werkelijkheid nabijkomende formule

$$M(y) = \frac{1}{2} \frac{a}{\beta^3} \left[ e^{\frac{-z - \sqrt{z^2 - \beta^2}}{\beta} y} + e^{\frac{-z + \sqrt{z^2 - \beta^2}}{\beta} y} \right] \\ = r \left[ e^{-z_1 y} + e^{-z_2 y} \right]$$

De oplossing geschiedt geheel overeenkomstig het voorgaande geval n.l.:

$$i(x) = \sum_k a_k e^{kx}$$

waarbij  $k$  één der wortels is van de vergelijking:

$$\omega^2 C r \left[ \frac{2 z_1}{z_1^2 - k^2} + \frac{2 z_2}{z_2^2 - k^2} \right] + k^2 = 0 \quad (24)$$

terwijl

$$\sum_k \frac{a_k}{z_1 + k} = \sum_k \frac{a_k}{z_2 + k} = \sum_k \frac{a_k e^{kl}}{z_1 - k} = \sum_k \frac{a_k e^{kl}}{z_2 - k} = 0 \text{ is.}$$

De vergelijking (24) is van de derde graad in  $k^2$ , en heeft voor de gekozen waarden van  $r$ ,  $z_1$  en  $z_2$  drie reële wortels, n.l. één negatieve en twee positieve. Er zijn dus één periodische en twee hyperbolisch verlopende termen.

$$i(x) = a e^{j p x} + b e^{-j p x} + c e^{q_1 x} + d e^{-q_1 x} + f e^{q_2 x} + g e^{-q_2 x}, \quad (25)$$

waarbij dan

$$\frac{a}{z_1 + j p} + \frac{b}{z_1 - j p} + \frac{c}{z_1 + q_1} + \frac{d}{z_1 - q_1} + \frac{f}{z_1 + q_2} + \frac{g}{z_1 - q_2} = 0 \quad (26)$$

$$\frac{a e^{j p l}}{z_1 - j p} + \frac{b e^{-j p l}}{z_1 + j p} + \frac{c e^{q_1 l}}{z_1 - q_1} + \frac{d e^{-q_1 l}}{z_1 + q_1} + \frac{f e^{q_2 l}}{z_1 - q_2} + \frac{g e^{-q_2 l}}{z_1 + q_2} = 0 \quad (27)$$

en tevens aan de overeenkomstige vergelijkingen met  $z_2$  moet voldaan zijn (26a en 27a).

De vergelijking (24) neemt voor de juiste waarden van  $z_1$ ,  $z_2$  en  $r$  den vorm aan van:

$$(k \beta)^6 - 24 (k \beta)^4 + k \beta)^2 [36 - 6 \omega^2 C a] + 36 \omega^2 C a = 0 \quad (28)$$

natuurlijk in (12) overgaande voor  $k^2 = -p^2$ .

De drie stel waarden voor  $k \beta$  worden als functie van  $\sqrt{\omega^2 C a}$  gegeven in onderstaande tabel (op blz. 180).

De tusschen haakjes geplaatste getallen zijn de waarden, die men verkrijgt door uit te gaan van de eenvoudigste benadering voor  $M_y$ , n.l.

$$M(y) = r e^{-z y}$$

Op de grafiek 1 is te zien, dat de afwijking tusschen oplossingen voor  $\infty$  lange spoel voor

$$M(y) = r (e^{-z_1 y} + e^{-z_2 y})$$

en voor:

$$M(y) = \frac{a}{(\beta + y)^3}$$

veel kleiner is dan het reeds niet groote verschil tusschen de oplossing voor

$\sqrt{\omega^2 C a} =$	$\pm j p \beta$	$(\pm j p \beta)$	$\pm q_1 \beta$	$(\pm q \beta)$	$\pm q_2 \beta$	$z_1 \beta$	$z_2 \beta$	$(z \beta)$
0	0	(0)	4,73	(2,45)	1,27	4,73	1,27	(2,45)
1	j. 0,865	(j. 0,93)	4,75	(2,62)	1,47			
2	j. 1,46	(j. 1,66)	4,81	(2,95)	1,71			
3	j. 1,935	(j. 2,22)	4,92	(3,30)	1,89			
4	j. 2,35	(j. 2,69)	5,05	(3,64)	2,02			
5	j. 2,73	(j. 3,1)	5,20	(3,95)	2,12			
8	j. 3,7	(j. 4,1)	5,69	(4,78)	2,29			
10	j. 4,28	(j. 4,66)	6,07	(5,26)	2,33			
15	j. 5,44	(j. 5,81)	6,92	(6,23)	2,40			
20	j. 6,44	(j. 6,79)	7,71	(7,21)	2,41			
30	j. 8,08	(j. 8,39)	9,14	(8,74)	2,43			
$\infty$	$j \sqrt[4]{\delta \omega^2 C a}$	$(j \sqrt[4]{\delta \omega^2 C a})$	$\sqrt[4]{\delta \omega^2 C a}$	$(\sqrt[4]{\delta \omega^2 C a})$	2,45	$(= \sqrt{\delta})$		

$$M(y) = r \left[ e^{-z_1 y} + c e^{-z_2 y} \right]$$

en voor

$$M(y) = r e^{-zy}$$

Verwacht mag worden, dat dit ook bij eindige spoellengte zoo is, en indien we dus vinden, dat het verschil tusschen de oplossingen voor

$$M(y) = r e^{-zy} \text{ en } M(y) = r \left[ e^{-z_1 y} + e^{-z_2 y} \right]$$

ook hier reeds klein is, zal de oplossing voor

$$M(y) = r \left[ e^{-z_1 y} + e^{-z_2 y} \right]$$

zeer dicht de waarheid nabij komen.

Bij de periodisch verloopende term is de afwijking niet groot, gelijk uit de tabel blijkt, voor de hyperbolisch verloopende term moeten ook de coëfficiënten nagegaan worden, om een vergelijking tusschen de twee oplossingen te kunnen maken.

Ter bepaling van de coëfficiënten kiezen we weer het midden van de spoel als nulpunt voor  $x$ , waarbij de vergelijkingen voor de coëfficiënten worden:

$$\sum_k \frac{a_k e^{-1/2 k l}}{z_1 + k} = \sum_k \frac{a_k c^{1/2 k l}}{z_1 - k} = \sum_k \frac{a_k e^{-1/2 k l}}{z_2 + k} = \sum_k \frac{a_k e^{1/2 k l}}{z_1 - k} = 0 \quad (29)$$

Wanneer we een stroomverdeeling  $i_1(x) = +i_1(-x)$  en tevens een stroomverdeeling  $i_2(x) = -i_2(-x)$  kennen is de algemeene stroomverdeeling gelijk te stellen aan  $a i_1(x) + \beta i_2(x)$ .

Stellen we

$$i_1(x) = a \left[ e^{j p x} + e^{-j p x} \right] + b \left[ e^{q_1 x} + e^{-q_1 x} \right] + \\ + c \left[ e^{q_2 x} + e^{-q_2 x} \right],$$

dan volgt uit (29):

$$a \left[ \frac{e^{-1/2 j p l}}{z_1 + j p} + \frac{e^{1/2 j p l}}{z_1 - j p} \right] + b \left[ \frac{e^{-1/2 q_1 l}}{z_1 + q_1} + \frac{e^{1/2 q_1 l}}{z_1 - q_1} \right] + \\ + c \left[ \frac{e^{-1/2 q_2 l}}{z_1 + q_2} + \frac{e^{1/2 q_2 l}}{z_1 - q_2} \right] = 0 \quad (30)$$



en een overeenkomstige vergelijking (31) met  $z_2$ .

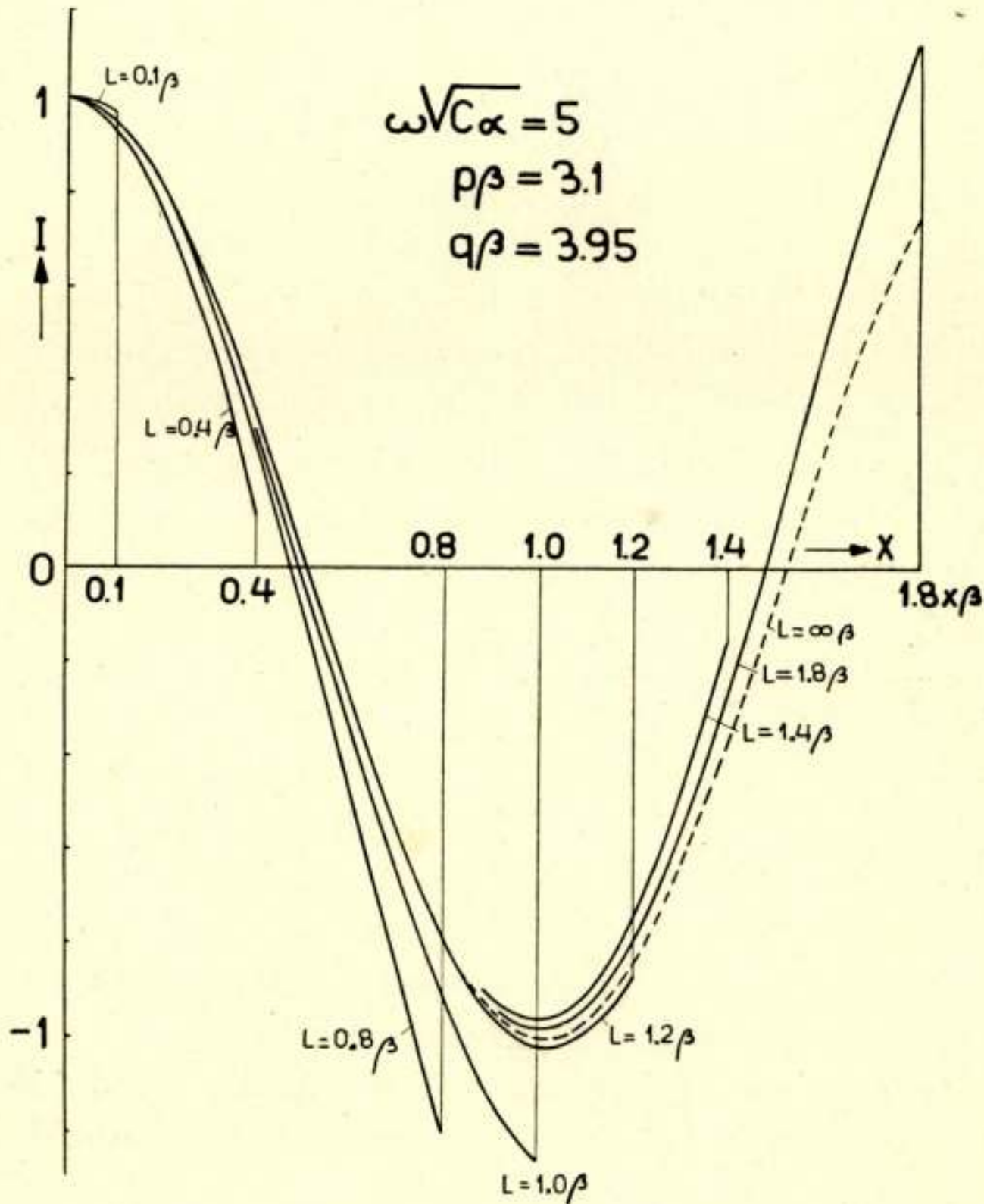
$$\frac{a [z_1 \cos \frac{1}{2} p l - p \sin \frac{1}{2} p l]}{z_1^2 + p^2} + \frac{b [z_1 \cos h \frac{1}{2} q_1 l + q_1 \sin h \frac{1}{2} q_1 l]}{z_1^2 - q_1^2} +$$

$$+ \frac{c [z_1 \cos h \frac{1}{2} q_2 l + q_2 \sin h \frac{1}{2} q_2 l]}{z_1^2 - q_2^2} = 0$$

We hebben twee vergelijkingen van den vorm:

$$a A_1 + b B_1 + c C_1 = 0$$

$$a A_2 + b B_2 + c C_2 = 0,$$



Figuur 3

Symmetrische stroomverdeling ( $i(x) = i(-x)$ ) voor één helft van een eindige spoel. Het midden van de spoel is  $x = 0$ , voor verschillende lengten van de spoel is steeds de stroom in het midden 1 gesteld.

Voor  $M_y$  is aangenomen  $\frac{1}{2}\sqrt{\frac{a}{\beta^3}} e^{-\frac{\sqrt{\delta}}{\beta} y}$ , de frequentie is gegeven door  $\omega\sqrt{Ca} = 5$ .

waarvan de oplossingen zijn:

$$\begin{aligned} a &= B_1 C_2 - C_1 B_2 \\ b &= C_1 A_2 - A_1 C_2 \\ c &= A_1 B_2 - B_1 A_2, \end{aligned}$$

en op overeenkomstige wijze kunnen we de coëfficiënten van  $i_2(x)$  bepalen.

In fig. 3 is voor de aanname  $M_y = r e^{-z y}$  de symmetrische component van de stroomverdeeling uitgezet voor een bepaalde frequentie en verschillende spoellengten.

De invloed van de hyperbolische term is niet groot op meer dan een halve golflengte van het uiteinde. Berekend volgens de veel nauwkeuriger aanname

$$M(y) = r \left[ e^{-z_1 y} + e^{-z_2 y} \right]$$

krijgen we krommen, die alleen quantitatief verschillen.

#### *Experimenteële resultaten.*

Vooraf de in de voorgaande beschouwingen  $p$  genoemde grootheid leent zich voor vergelijking van theorie en experiment, daar hierop voor den onvermijdelijken weerstand geen groote correctie behoeft toegepast te worden.

De eerste spoel waarmee geëxperimenteerd werd, was op een messing-pijp gewikkeld met één langsspleet. Het messing was ongeveer 1 mm. dik. De overeenstemming van de gemeten golflengte met de berekende was slecht, en dit vond zijn oorzaak in het feit, dat de wederkeerige inductie tusschen twee windingen door het koper zóó beïnvloed wordt, dat deze op groote afstanden grooter, op kleine afstanden kleiner wordt, bovendien nog in van de golflengte afhankelijke mate.

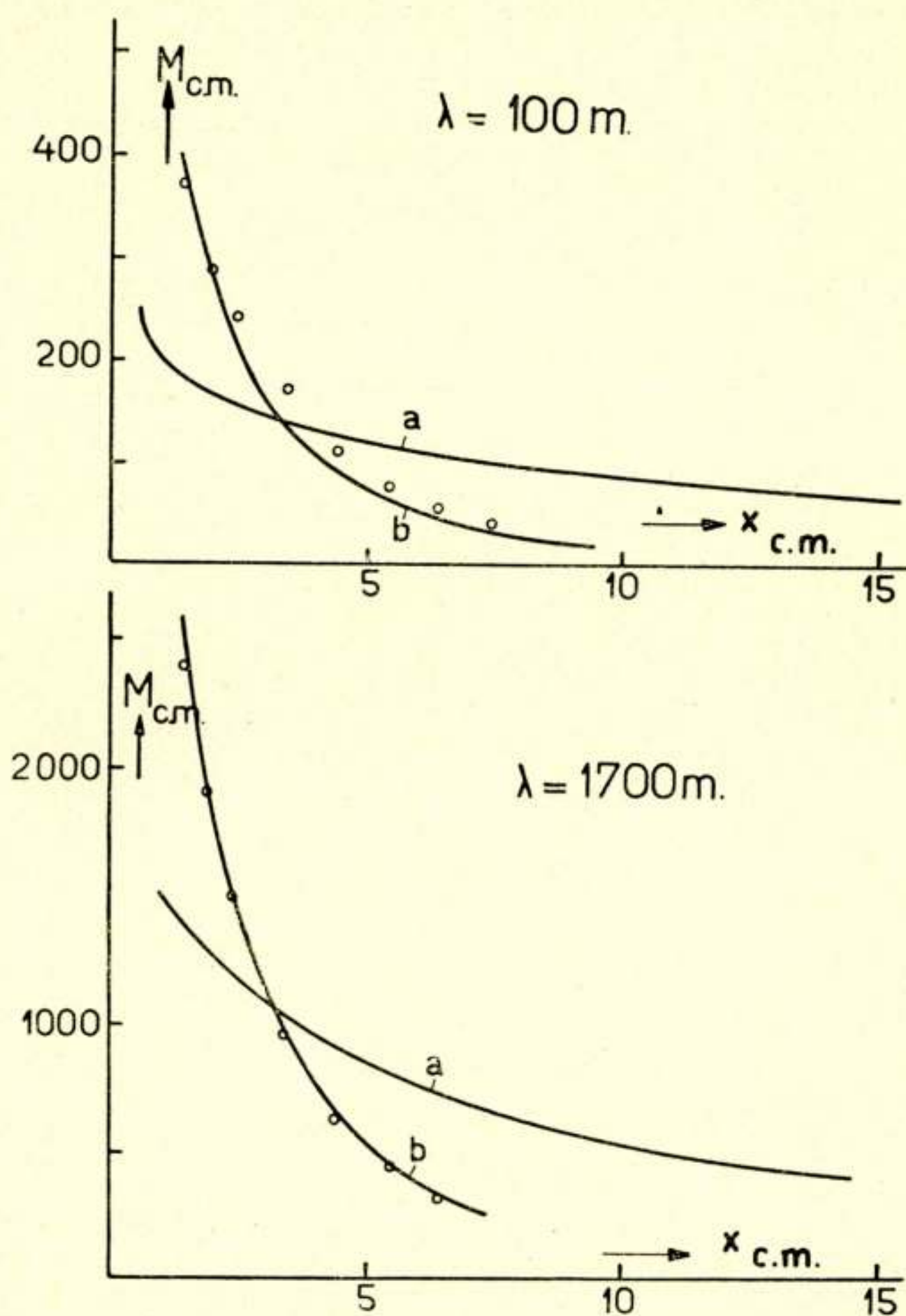
Het verloop van de wederkeerige inductie werd ook direct experimenteel opgenomen, en fig. 4 bewijst de juistheid van het bovenstaande.

Om meer den theoretischen toestand te benaderen, zonder het voordeel van constante en groote aardcapaciteit prijs te geven, werd nog een spoel gewikkeld op een pertinaxbuis, die met reepen dun bladtin beplakt was, die aan één eind van de spoel onderling verbonden waren.

De resultaten stemden bij deze spoel zeer veel beter overeen met de theorie, en het verloop van de wederkeerige inductie nadert dan ook tot dat in lucht, zooals uit fig. 4 blijkt.

Spoel 1. Lengte 80 cm. Diameter 5.0 cm. Zie fig. 5.

Capaciteit per cm.  $\frac{0,021}{80} \mu F$ . Aantal windingen per cm. = 15.



Figuur 4

Experimenteel verloop van de functie  $M(x)$ .

- b. voor twee windingen zonder scherm.
- a. voor 2 windingen met koperen scherm van 1 mm. dik met 1 langsspleet.

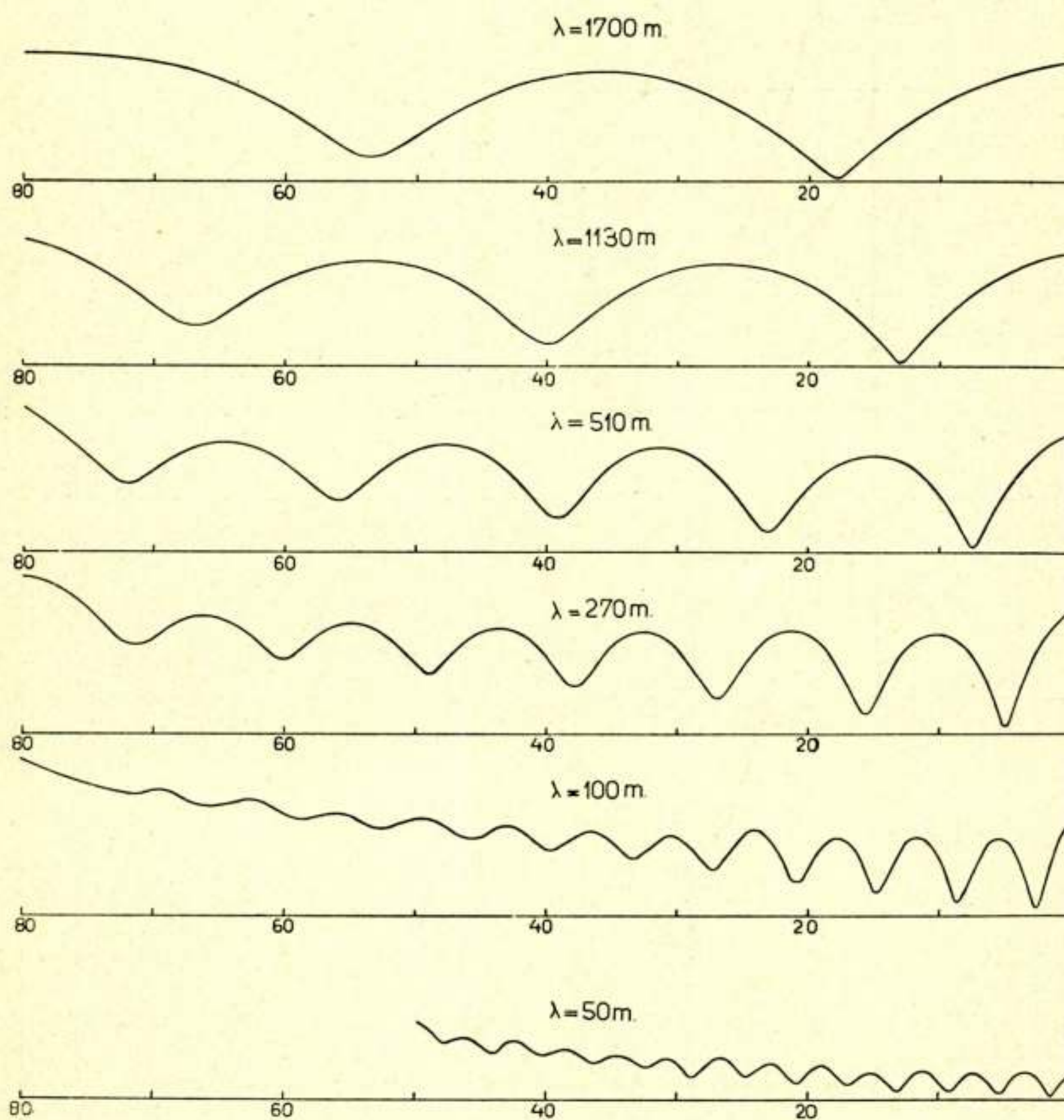
De cirkellijntjes geven het verloop aan voor een scherm van dun bladtin met vele langsspleten.

Zelfinductie bij quasistationaire stroomverdeling volgens formule:

$$L = \frac{\alpha}{\beta_2} \frac{l^2}{l + \beta} = \frac{l_d^2}{l + 0,45 D} = \frac{l^2 n^2 \pi^2 D^2}{l + 0,45 D}$$

$4,35 \times 10^6$  cm, gemeten  $4,4 \times 10^6$  cm.

$$\left. \begin{array}{l} \alpha = 2 n^2 D^4 \cdot 10^{-9} \\ C = \frac{0,021}{80} \cdot 10^{-6} \end{array} \right\} \sqrt{\alpha C} = \sqrt{\frac{0,021}{80} \cdot 10^{-6} \cdot 28,2 \cdot 10^{-5}} = 2,72 \cdot 10^{-7} \text{ sec.}$$



Figuur 5

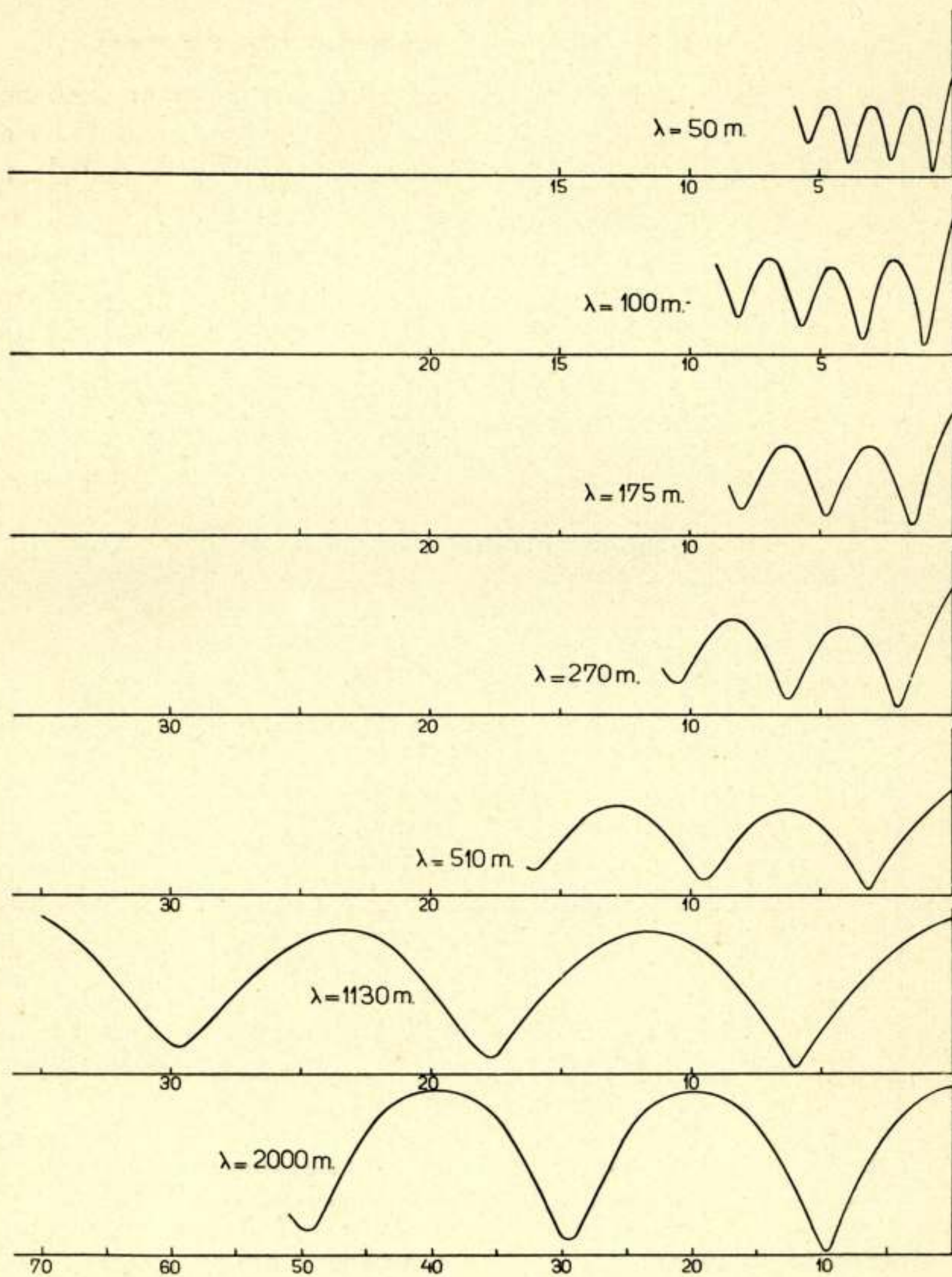
Experimenteel bepaalde spanningsverdeling van een spoel met koperen scherm van 1 mm. met 1 langsspleet.

Golflengte in lucht:

Golflengte op de spoel:

1700 m	$\omega \sqrt{C \alpha} = 0,302$	Berekend 50,5 cm	Gemeten 71 cm
1130 m	0,454	31,5 cm	54 cm
510 m	1,0	17,2 cm	32 cm
270 m	1,9	10 cm	22 cm
100 m	5,12	5,05 cm	12,4 cm
50 m	10,26	3,2 cm	7,8 cm

*Spoel 2. Bladtinreepen. Zie fig. 6.*  
 Lengte 64,3 cm. Diameter 6,1 cm.  $n = 15$ .  
 Capaciteit totaal  $0,026 \cdot 10^{-6}$  F.



Figuur 6

Experimenteel bepaalde spanningsverdeling voor een spoel met dun bladtin scherm met vele langsspleten.

Zelfinductie voor quasistationnaire stroomverdeling volgens formule

$$L = \frac{l_d^2}{l + 0,45 D} = 5,1 \cdot 10^6 \text{ cm.} \cdot \text{Gemeten } 5,1 \cdot 10^6 \text{ cm.}$$

$$\sqrt{a C} = 5,12 \cdot 10^{-7} \text{ sec.}$$

Golflengte in lucht:

Golflengte op de spoel:

Golflengte in lucht:		Golflengte op de spoel:	
2000 m	$\omega \sqrt{C a} = 0,483$	Berekend 37,5 cm	Gemeten 39,8 cm
1130 m	0,855	23,9 cm	23,8 cm
510 m	1,89	12,3 cm	12,9 cm
270 m	3,58	7,8 cm	8,5 cm
175 m	5,51	5,84 cm	6,5 cm
100 m	9,65	4,1 cm	4,7 cm
50 m	19,3	2,7 cm	3,2 cm

Bij deze laatste spoel is de overeenstemming met de theorie zeer goed te noemen. Uit de directe meting van  $M_{(y)}$  blijkt dan ook, dat vooral bij lange golf weinig verschil met het verloop in lucht aanwezig is. Bij 1130 m is het kleinste verschil tusschen gemeten en berekende waarde, dat dit verschil bij 2000 m weer iets groter is, komt door eindcorrecties, daar een golflengte van 40 cm op de totale lengte van spoel 64 cm niet meer zuiver te bepalen is.

### KORTE SAMENVATTING:

Berekend is de stroomverdeeling in een continu gedachte spoel van willekeurige afmetingen, onder inwerking van een sinusvormige EMK. De spoel is gekarakteriseerd door een bepaalde capaciteit tusschen de wikkeling en aarde per lengte-eenheid, en de wederkerige inductie tusschen elk paar spoeelementen is in aanmerking genomen.

Voor het verloop van deze wederkerige inductie als functie van den afstand tusschen de twee beschouwde elementen, is een formule aangenomen, die in het belangrijkste gebied (afstand tusschen de elementen kleiner dan  $2 \times$  de diameter van de spoel) goed samenvalt met de theoretische formule.

Het blijkt dan, dat de golflengte op de spoel wanneer die groter is dan ongeveer  $5 \times$  de diameter, evenredig is met die in lucht, maar wanneer de golflengte op de spoel kleiner is dan  $\frac{1}{2} \times$  de diameter, evenredig met de wortel uit de golflengte in lucht. Door metingen aan een experimenteele spoel wordt de theorie zeer goed bevestigd.

Bij eindige spoelen is de stroomverdeeling de superpositie van

een zuiver periodische als functie van de plaats, en een volgens hyperbolische functies verloopende term, die alleen aan de uiteinden van de spoel belangrijk is.

Bij de experimenten blijkt dat cilindervormige metalen schermen de wederkerige inductie bij kleinen afstand tusschen de spoel-elementen verkleinen, en bij grooten afstand vergrooten. Door reepen dun blad-aluminium te nemen, is dit effect voldoende te verminderen om bij een golflengte van 50 m nog ongeveer de theoretisch verwachte golflengte te krijgen, bij langere golflengte wordt de overeenstemming steeds beter.

---

## BOEKBESPREKING

**RADIO DATA CHARTS** door Dr. R. T. Beatty, M. A., B. E., Sc.  
 Iliffe & Sons Lim. London. Prijs 4/6 d.

Het doel van dit werk is, volgens den schrijver, ontwerpers van radio-apparaten een middel aan de hand te doen om op vlugge en gemakkelijke wijze de desbetreffende problemen op te lossen zonder toevlucht te moeten nemen tot gecompliceerde mathematische formules.

De kaarten, welke in den vorm van rekestafels zijn uitgevoerd, zijn aan de achterzijde voorzien van een beschouwing van de respectievelijke gevallen, met rekenvoorbeelden.

Het geheel vormt een goed uitgevoerd en ongetwijfeld praktisch hulpmiddel.

W.

# TIJDSCHRIFT

VAN HET

NEDERLANDSCH RADIOGENOOTSCHAP

---

## INHOUD van de Deelen I tot en met IV

	Deel, Blz.
Appleton, Prof. E. V.: Problemen bij de uitbreiding van Electromagnetische Golven . . . . .	II, 115
Elias, Prof. Dr. Jhr. G. J.: Het electromagnetisch veld van een zender . . . . .	I, 177
————— Enkele beschouwingen over de Heaviside-laag . . . . .	II, 2
————— Het electrostatisch veld van een triode . . . . .	II, 23
————— Over de voortplanting van electromagnetische trillingen . . . . .	III, 1
Elias, Prof. Dr. Jhr. G. J. en Ir. C. Th. F. van der Wyck: Reflectie van Electromagnetische Golven aan Media met veranderlijke Diëlectrische Constante . . . . .	IV, 79
Elias, Prof. Dr. Jhr. G. J.: Reflectie van Electromagnetische Golven aan Media met veranderlijk Geleidingsvermogen en Diëlectrische Constante.	IV, 86
Eindhoven, Ir. W. F.: De Snaargalvanometer en de storingsvrijheid van de ontvangst bij de draadlooze telegrafie . . . . .	II, 38
Ferrié, G.: De Wetenschappelijke toepassingen der radiotelegrafie . . . . .	I, 157
Groeneveld, Ir. Y. B. F. J., Dr. Balth. van der Pol en Ir. K. Posthumus: Roosterdetectie .	III, 67
Huizinga, Dr. M. J.: Een eenvoudige inrichting voor selectieve versterking . . . . .	I, 148
Kaup, Ir. E.: Over het z.g. „Microfonisch Effect” bij Versterkers . . . . .	IV, 128
Koerts, Dr. A.: De Methoden voor het elimineeren van luchtstoringen . . . . .	II, 47



Koomans, Dr. Ir. N.: Hoogfrequentie-telefonie draadloos en langs geleidingen, volgens de octrooien van de Bell Telephone Mij. . . . .	I, 95
Langendam, Ir. S. G. C.: Eenige waarnemingen betreffende Fading en Skipped distance in Ned.-Oost-Indië . . . . .	IV, 3
Mesny, Prof. R.: Electromagnetische stralenbundels.	III, 49
Nordlohne, Ir. P. J. H. A. en Ir. A. J. Odinet: Radiotechnische Teekeningen . . . . .	I, 167
Pol, Dr. Balth. van der: De amplitude van vrije en gedwongen triode-trillingen . . . . .	I, 3
_____ Trillingshysteresis bij een triode-generator met twee graden van vrijheid . . . .	I, 125
_____ Het electrostatisch veld van een triode . . . . .	II, 53
_____ Gedwongen trillingen in een systeem met niet-lineairen weerstand . . . . .	II, 57
Pol, Dr. Balth. van der en Ir. K. Posthumus: Een laboratorium-triode-zender van 200 K.W. . . .	II, 77
Pol, Dr. Balth. van der: Over „relaxatie-trillingen”	III, 25
_____ Over „relaxatie-trillingen” (II) .	III, 95
_____ Enkele physische beschouwingen over ultra-korte golven, mede in verband met de uitzendingen van het Philips' Radio-Laboratorium.	III, 161
_____ Kortegolf echo's en de Aurora borealis . . . . .	IV, 13
_____ Frequentie-modulatie. . . . .	IV, 57
_____ Het technisch Aspect van den Omroep in Nederland. . . . .	IV, 105
Posthumus, Ir. K.: Labiliteit van een uit $n$ trioden bestaande versterker met inachtnaam van de interelectroden-capaciteiten . . . . .	III, 106
_____ Stroomverdeling in een Eenlagige Spoel met inachtnaam van de Wederkeerige Inductie tusschen elk paar Spoelelementen . . .	IV, 165
Roostenstein, Dr. H. O.: Eenige opmerkingen over „relaxatie-trillingen” . . . . .	III, 90
Schäffer, Walter: Radio-Telefonie met Triode-zenders . . . . .	I, 33
Schotel, Ir. G.: Korte-Golf-Zenders in het algemeen en die voor de verbinding Nederland-Curaçao in het bijzonder . . . . .	III, 113

	Deel, Blz.
Tellegen, Ir. B. D. H.: Het electrostatisch veld van een Triode . . . . .	II, 95
————— Eindversterkerproblemen . . .	III, 141
————— Overzicht betreffende de opwek- king van Ultra-korte golven . . . . .	IV, 34
Voogt, Ir. A. H. de: Het Radio-peilen . . . . .	I, 74
Weyers, Ir. Th. J.: Diëlectrische verliezen . . . . .	IV, 143
White, G. W.: Eenige experimenten in verband met de toepassing van nieuwere Triodenschema's bij zenders . . . . .	IV, 17
Zenneck, Prof. Dr. J.: Over Ruimte Akoustiek . .	IV, 71

Jaarverslag over 1920 . . . . .	I, 71.	Idem over 1927. . . . .	IV, 1
Verslag Vergadering van den Conseil International des Recherches 1922 . . . . .			II, 15
Boekbespreking . . . . .	I, 121,	I, 154,	I, 176,
	III, 22, 23, 24,	III, 134, 135,	III, 185,
			IV, 188
Storingsenquête van het Nederlandsch Radiogenootschap			III, 41
In Memoriam . . . . .			III, 137, 138, 139