

Distorsie van signalen met frequentiemodulatie bij doorgang door elektrische netwerken

door F. L. H. M. Stumpers

Natuurkundig Laboratorium der N.V. Philips' Gloeilampenfabrieken
Eindhoven-Nederland

SUMMARY

The distortion, introduced when a frequency-modulated signal passes through electrical networks, is calculated using Fourier analysis or the series of Carson and Fry. The methods used by these authors are studied and their series is shown to be not convergent but asymptotic. An alternative asymptotic series development is given, which is more adapted to F.M. The theory is applied to simple networks: single tuned circuit, coupled circuits. The production of harmonics as well as intermodulation is considered.

Inleiding.

1) Aan het probleem, de stroom te berekenen, welke een spanning, waarvan de frequentie gemoduleerd wordt, in een elektrisch netwerk veroorzaakt, is in dit tijdschrift reeds eerder aandacht geschonken 1). In mijn dissertatie 2) (hoofdstuk 4 en 5) heb ik een critische beschouwing gegeven van de bij deze berekeningen toegepaste mathematische procédés en verschillende toepassingen besproken. In dit artikel wordt van deze onderzoeken een kort overzicht gegeven.

Bij de berekening komen de Fourier-methode en de asymptotische methode in aanmerking; welke in een bepaald geval de voorkeur verdient, hangt o.a. af van de grootte van de modulatie-index. Bij de eerstgenoemde methode splitst men het oorspronkelijk signaal in zijn Fourier componenten en past hierop de gewone wisselstroomtheorie toe. Een bezwaar van de Fourier-methode is, dat men niet eenvoudig het verband tussen de distorsie en de kenmerkende grootheden van het netwerk kan zien. Dit wordt veel duidelijker bij de asymptotische methode,

welke door Carson en Fry 3) werd ontwikkeld en die haar resultaat geeft in de vorm van een machtreeks. De van deze schrijvers afkomstige reeks is bijzonder elegant van vorm. Bij toepassing op frequentiemodulatie verdient een andere asymptotische ontwikkeling, die we straks zullen geven, wellicht toch de voorkeur.

Wilde 4) heeft de van Feldtkeller 5) en Gensel 6) afkomstige methode om inschakelverschijnselen voor een netwerk te benaderen met behulp van een „kabelharp”, nader uitgewerkt voor signalen met frequentiemodulatie. Bij sinusvormige modulatie is deze methode wat omslachtig.

2.) De Fourier-methode.

Bij modulatie met één sinusvormige toon krijgen we het volgende Fourier-spectrum:

$$e^{i\omega_0 t + im \sin pt} = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} J_n(m) e^{i(\omega_0 t + npt)} \quad (1)$$

$$m = \Delta \omega / p$$

De differentiaalvergelijking van het netwerk zij:

$$\begin{aligned} (a_0 + a_1 \frac{d}{dt} + \dots + a_r \frac{d^r}{dt^r}) \cdot E(t) = & (b_0 + b_1 \frac{d}{dt} + \dots + \\ & + b_s \frac{d^s}{dt^s}) \cdot I(t) \end{aligned} \quad (2)$$

waarbij de stroom gegeven is:

$$I(t) = e^{i(\omega_0 t + m \sin pt)}$$

We schrijven deze differentiaalvergelijking kort:

$$f\left(\frac{d}{dt}\right) \cdot E(t) = g\left(\frac{d}{dt}\right) \cdot e^{i(\omega_0 t + m \sin pt)} \quad (3)$$

Wanneer we afzien van inschakelverschijnselen krijgen we de uit de gewone wisselstroomtheorie bekende „blijvende toestand” (steady state):

$$E(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} J_n(m) \cdot \frac{g(i\omega_0 + inp)}{f(i\omega_0 + inp)} e^{i\omega_0 t + inpt} \quad (4)$$

We beperken ons tot passieve netwerken, zodat alle termen van de reeks eindig blijven. De reeks convergeert volgens het kenmerk van d'Alembert, want $J_n(m)$ gedraagt zich voor grote n als $\frac{1}{n!} \left(\frac{m}{2}\right)^n$, terwijl voor het gedrag van $\frac{g}{f}$ bij grote n de termen van de hoogste graad in teller en noemer bepalend zijn. We vervangen nu $\frac{g}{f}$ door Z en splitsen Z in reëel en imaginair deel

$$Z = Z(i\omega_0) = X_0 + i Y_0 = X(i\omega_0) + i Y(i\omega_0)$$

$$Z_n = X_n + i Y_n = Z(i\omega_0 + inp)$$

De phasehoek wordt, als we deze grootheden substitueren:

$$\varphi = \omega_0 t + \operatorname{arctg} \frac{\sum J_n(m) \cdot (X_n \sin npt + Y_n \cos npt)}{\sum J_n(m) \cdot (X_n \cos npt - Y_n \sin npt)} \quad (5)$$

Een op de frequentie ω_0 afgestemde detector geeft dan een spanning evenredig met $\frac{d\varphi}{dt} - \omega_0$.

Wanneer $A_{nm} = X_n X_m + Y_n Y_m$ en $B_{nm} = X_n Y_m - X_m Y_n$ wordt de laagfrequente spanning dus:

$$\frac{d\varphi}{dt} - \omega_0 = \frac{\sum_n \sum_m mp J_n J_m \{A_{nm} \cos(n-m)pt + B_{nm} \sin(n-m)pt\}}{\sum_n \sum_m J_n J_m \{A_{nm} \cos(n-m)pt + B_{nm} \sin(n-m)pt\}} \quad (6)$$

De bepaling van de harmonischen geschiedt nu meestal grafisch. Behalve de momentele frequentie geeft deze methode ook de momentele amplitude. Het kwadraat hiervan is namelijk juist de noemer van de breuk in (6).

3). De asymptotische methode.

We gaan weer uit van de differentiaal vergelijking (3) en kunnen deze, wanneer we $E(t) = E_0(t) e^{i\omega_0 t}$ stellen, omvormen tot:

$$f\left(i\omega_0 + \frac{d}{dt}\right) \cdot E_0(t) = g\left(i\omega_0 + \frac{d}{dt}\right) \cdot e^{im \sin pt} \quad (7)$$

De juistheid hiervan blijkt bij formele ontwikkeling. Het ligt nu voor de hand te beproeven, of de volgende functie een bijzondere oplossing van (7) is

$$E_o(t) = \frac{g}{f} \left(i \omega_o + \frac{d}{dt} \right) e^{i m \sin pt} \quad (8)$$

Formeel voldoet deze functie, die, daar alle termen periodiek zijn, correspondeert met de „blijvende toestand”. We schrijven voor $\frac{g}{f}$ weer Z , de impedantie van het netwerk. Deze formele oplossing krijgt dan de vorm:

$$E_o(t) = \left\{ Z(i \omega_o) + Z'(i \omega_o) \frac{d}{dt} + \frac{Z''(i \omega_o)}{2!} \frac{d^2}{dt^2} + \dots \right\} e^{i m \sin pt} \quad (8a)$$

Ongeveer in deze vorm (met uitwerking van de afzonderlijke differentiaties) vindt men de reeks het eerst bij Carson en Fry (1. c. pag. 521), naar wie we deze reeks in het vervolg zullen noemen. Op de door deze schrijvers gekozen afleiding komen we in de volgende paragraaf terug.

Terwijl nu in formule (7) de ontwikkeling van $g \left(i \omega_o + \frac{d}{dt} \right)$ automatisch afbreekt, is dit bij $Z \left(i \omega_o + \frac{d}{dt} \right)$ in het algemeen niet meer het geval. Dat de ontwikkeling tot het juiste resultaat leidt, wanneer de reeks afbreekt, is direct duidelijk. Het ligt echter voor de hand te vragen, hoe het staat met de convergentie van de reeks van Carson en Fry, wanneer deze tot oneindig veel termen voert. Om dit na te gaan, berekenen we de restterm, welke we verkrijgen door de eerste $(k+1)$ termen van de reeks af te trekken van de uit de Fourier-methode verkregen exacte uitdrukking. Deze restterm wordt:

$$\sum_{-\infty}^{+\infty} J_n(m) Z(i \omega_o + in p) e^{in p t} - \left\{ Z + Z' \frac{d}{dt} + \frac{Z''}{2!} \frac{d^2}{dt^2} + \dots + \frac{Z^k}{k!} \frac{d^k}{dt^k} \right\} \sum J_n e^{in p t}$$

Wegens de uniforme convergentie van het resultaat mag de Fourier-reeks hier term voor term gedifferentieerd worden; bovendien mogen we wegens de absolute convergentie de volg-

orde der termen veranderen en dus ook de termen met dezelfde factor e^{inpt} bijeen nemen. We krijgen dan voor onze restterm:

$$\sum J_n(m) \cdot e^{inpt} \left\{ Z(i\omega_0 + inp) - Z(i\omega_0) - inp Z'(i\omega_0) - \dots - \frac{(inp)^k}{k!} Z^k(i\omega_0) \right\}$$

Deze staat hier in de vorm van een Fourier-reeks. De component e^{inpt} heeft hierin als amplitude het product van $J_n(m)$ en de restterm van de ontwikkeling van $Z(i\omega_0 + inp)$ in de omgeving van $i\omega_0$ na $(k + 1)$ termen. Wanneer men nu bij constante n , k groter laat worden, zal deze amplitude alleen dan naar nul afnemen, wanneer $i\omega_0 + inp$ binnen de convergentiecirkel van deze ontwikkeling ligt. In het andere geval neemt de amplitude op den duur toe. Daar echter sinusvormige modulatie tot een oneindig frequentiespectrum voert, komen er zeker ook componenten voor, waarbij $i\omega_0 + inp$ buiten de convergentiecirkel van Z om $i\omega_0$ ligt, wanneer tenminste de straal van die cirkel eindig is. Is de straal wel oneindig (corresponderend met weerstand plus zelfinductie) dan breekt de reeks af. Behalve in dit geval, mag de reeks van Carson en Fry dus zeker niet zonder restterm geschreven worden. Wel kan men aan deze schatting van de restterm zien — bijv. door partieel breukensplitsing van de impedantie — dat de reeks asymptotisch is in de zin van Poincaré bij $p \rightarrow 0$. Het is de asymptotische reeks voor phasemodulatie, zoals we in par. 5 nog zullen zien.

4. De berekening van Carson en Fry.

We zullen nu de afleiding, welke Carson en Fry gaven en die met onbetekenende wijzigingen ook door latere auteurs⁷⁾ werd gevolgd, eens kritisch beschouwen.

We voeren eerst het begrip tijdsimpedantie $A(t)$ in. Dit is de functie van de tijd, welke de spanning op het netwerk voorstelt, wanneer ten tijde $t = 0$ een eenheidsstroom door het netwerk gestuurd wordt. Een eenheidsstroom $U(t)$ is 0 voor $t < 0$ en 1 voor $t > 0$. $U(0) = \frac{1}{2}$. Uit het superpositieprincipe volgt nu, dat wanneer een willekeurige stroom $F(t)$ wordt ingeschakeld ten tijde $t = 0$, en voordien geen stroom door het netwerk liep, de spanning wordt voorgesteld door:

$$E(t) = \int_0^t A(t-\tau) dF(\tau) \quad (9)$$

Wanneer men dit partieel integreert, krijgt men:

$$E(t) = A(0)F(t) - A(t)F(0) - \int_0^t \frac{dA(t-\tau)}{d\tau} F(\tau) d\tau$$

Om singulariteiten te vermijden, beperken we ons tot netwerken, waarvan de eigen trillingen gedempt zijn, en die voor hoge frequenties een capacitief karakter hebben. In dit geval is $A(0)$ ook 0 en we krijgen voor de spanning de uitdrukking:

$$E(t) = \int_0^t A'(\tau) F(t-\tau) d\tau \quad (10)$$

Wanneer $F(t)$ een periodieke functie van t is, splitsen we deze integraal in twee delen:

$$E(t) = \int_0^\infty F(t-\tau) A'(\tau) d\tau - \int_t^\infty F(t-\tau) A'(\tau) d\tau \quad (11)$$

De tweede integraal stelt een inschakelverschijnsel voor, dat voor grote t uitsterft. De eerste integraal representeert de „blijvende toestand”.

In hun eerste afleiding gaan Carson en Fry nu als volgt verder:

Het gegeven signaal zij: $F(t) = e^{i\omega t + i \int \mu d\tau}$.

Stel nu $F(t-\tau) = F(t) M(t, \tau) e^{-i\omega\tau}$, dus $M(t, 0) = 1$.

Vul dit in in formule (11)

$$E(t) = F(t) \int_0^\infty M(t, \tau) A'(\tau) e^{-i\omega\tau} d\tau$$

De schrijvers ontwikkelen nu

$$M(t, \tau) = M(t, 0) + \tau \left\{ \frac{dM(t, \tau)}{d\tau} \right\}_{\tau=0} + \frac{\tau^2}{2!} \left\{ \frac{d^2 M(t, \tau)}{d\tau^2} \right\}_{\tau=0} + \dots$$

Dit wordt ingevuld in de integraal en term voor term geïntegreerd:

$$E(t) = F(t) \left\{ \int_0^{\infty} e^{-i\omega\tau} A'(\tau) d\tau + \sum_1^{\infty} C_n \int_0^{\infty} \frac{\tau^n}{n!} e^{-i\omega\tau} A'(\tau) d\tau \right\} \quad (12)$$

Hierin wordt C_n dus bepaald door

$$C_n(t) = \left\{ \frac{d^n}{d\tau^n} M(t, \tau) \right\}_{\tau=0}$$

Wanneer men in form. (11) voor de stroom $F(t) = e^{i\omega t}$ invoert, ziet men dat $Z(i\omega) = \int_0^{\infty} e^{-i\omega\tau} A'(\tau) d\tau$.

Evenzo geldt ook, dat

$$\frac{dZ(i\omega)}{di\omega} = - \int_0^{\infty} \tau e^{-i\omega\tau} A'(\tau) d\tau$$

want men mag hier differentieren onder het integraalteken, omdat $A'(\tau)$ uit een som van gedempte trillingen bestaat. Wanneer men dit substitueert in (12) en er rekening mee houdt, dat

$$C_n = (-1)^n \frac{d^n \{F(t) e^{-i\omega t}\}}{dt^n}$$

bereikt men de gewenste ontwikkeling. Het zwakke punt is de term voor term integratie. Deze is hier niet geoorloofd, omdat de machtreeksen voor sinus en cosinus, hoewel ze in het hele vlak convergeren, zulks niet gelijkmatig doen bij ∞ .

De andere, ook door Vellat 7) gekozen afleiding, gaat uit van de Fourier-integraal

$$e^{i \int_0^t \mu d\tau} = \int_{-\infty}^{+\infty} F(i\omega) \cdot e^{i\omega t} d\omega$$

(Bij sinusvormige modulatie wordt dit een Fourier reeks).

De spanning wordt dan:

$$E = e^{i\omega_0 t} \int_{-\infty}^{+\infty} F(i\omega) Z(i\omega + i\omega_0) e^{i\omega t} d\omega$$

Ontwikkel nu :

$$Z(i\omega_0 + i\omega) = Z(i\omega_0) + \sum_1^{\infty} \frac{\omega^n}{n!} \left\{ \frac{d^n}{d\omega^n} Z(i\omega) \right\}_{\omega = \omega_0}$$

en integreer dit term voor term. Met een kleine omvorming komt men dan weer tot de reeks van Carson en Fry. Daar de reeksontwikkeling voor $Z(i\omega_0 + i\omega)$ behoudens triviale uitzonderingen niet geldt in het gebied van $-\infty$ tot $+\infty$, is de term voor term integratie weer ongeoorloofd. Ook nu mag de reeks niet zonder restterm geschreven worden.

5. Afleiding van de asymptotische reeks.

We beschouwen nu een signaal, dat zowel in amplitude als in frequentie gemoduleerd is. Verder nemen we aan, dat de modulatie in beide gevallen dezelfde laagfrequente grondtoon van p radialen per seconde bevat, en stellen het signaal dus voor door :

$$a(pt) \cdot e^{i\omega_0 t + i \int_0^t h(p\tau) d\tau}$$

De momentele amplitude van dit ingangssignaal is dus $a(pt)$. Met de reeds eerder gebruikte afkortingen wordt de differentiaalvergelijking voor de spanning derhalve :

$$f\left(\frac{d}{dt}\right) \cdot E = g\left(\frac{d}{dt}\right) a(pt) e^{i\omega_0 t + i \int_0^t h(p\tau) d\tau}$$

We nemen aan, dat zich onder de algemene integralen geen ongedempte trillingen bevinden. Verder voeren we in $E = E_0 e^{i\omega_0 t}$ en vervangen pt door u . De differentiaalvergelijking voor $E_0(u)$ wordt dan :

$$f\left(i\omega_0 + p \frac{d}{du}\right) E_0(u) = g\left(i\omega_0 + p \frac{d}{du}\right) a(u) e^{\frac{i}{p} \int_0^u h(x) dx}$$

De uitdrukking in het tweede lid kunnen we uitwerken door de s differentiaties uit te voeren (zie (2)). Het resultaat zij :

$$f\left(i\omega_0 + p \frac{d}{du}\right) E_0(u) = G(p, u) e^{\frac{i}{p} \int_0^u h(x) dx} \quad (12)$$

Hierin wordt $G(p, u)$ een polynoom in p . Het tweede lid is een periodieke functie van u . De oplossing van de differentiaalvergelijking bestaat nu uit de som van een periodieke functie en de r met geschikte constanten vermenigvuldigde algemene integralen.

Men kan nu gebruik maken van een stelling van Perron⁸⁾ over de afhankelijkheid van de integralen van een n^e orde differentiaal vergelijking van een parameter. Daaruit volgt dan dat er een integraal bestaat van de vorm

$$e^{\frac{i}{p} \int_0^u h(x) dx} \sum_0^\infty w_v(u) p^v \quad (13)$$

asymptotisch voor $p \rightarrow 0$.

De asymptotische vergelijking $f(p) \sim g(p) \sum_0^\infty A_n p^n$ voor

$p \rightarrow 0$, zegt: Wanneer $f(p) = g(p) \sum_0^m A_n p^n + R_m(p)$, dan is

voor $m = 0, 1, 2, \dots$: $\lim_{p \rightarrow 0} p^m R_m(p) = 0$.

Op deze wijze krijgen we juist de periodieke oplossing van de oorspronkelijke differentiaalvergelijking. Door de uitdrukking (13) formeel te substitueren in de differentiaalvergelijking en linker- en rechterlid uit te werken, kunnen we de functies $w_v(u)$ bepalen. Men vindt aldus:

$$E_0(u) = e^{\frac{i}{p} \int_0^u h(x) dx} \left[a Z + p \left(a' Z + \frac{i h' Z''}{2} \right) + p^2 \left\{ \frac{a'' Z''}{2} + \right. \right. \\ \left. \left. + \frac{i a' h' Z'''}{2} + a \left(\frac{i h'' Z'''}{6} - \frac{h'^2 Z''''}{8} \right) \right\} + \dots \right] \quad (14)$$

Hierin is $a = a(u)$; $h = h(u)$; $Z = Z(i\omega_m)$; $Z' = \frac{dZ(i\omega_m)}{di\omega_m}$,
enz. $\omega_m = \omega_0 + h(u)$.

In het bijzondere geval dat het signaal alleen in amplitude gemoduleerd wordt, krijgen we:

$$E_0(u) = a(u) \cdot Z(i\omega_0) + p a'(u) Z'(i\omega_0) + p^2 \frac{a''(u) Z''(i\omega_0)}{2!} + \dots \quad (15),$$

en bij een signaal, dat alleen frequentiemodulatie bevat:

$$E_0(u) = e^{p \int_0^u h(x) dx} \left[Z + \frac{i p h' Z''}{2} + p^2 \left\{ \frac{i h'' Z''' - (h')^2 Z''''}{6} \right\} + \dots \right] \quad (16)$$

De momentele frequentie en amplitude kunnen uit deze reeksen gemakkelijk afgeleid worden. Daarbij splitsen we de impedantie in modulus en phase $Z(i\omega) = M(\omega) e^{i\varphi(\omega)}$. De reeksontwikkeling voor de momentele frequentie, behorend bij (16) begint dan met:

$$\omega_m = \omega_0 + h(pt) + p \varphi' h' + p^2 \left\{ \frac{h''}{2} \left(-\frac{M''}{M} + (\varphi')^2 \right) + \frac{(h')^2}{2} \left(\frac{M'' M' - M''' M}{M^2} + 2 \varphi' \varphi'' \right) \right\}$$

$$\text{waarbij } h' = \frac{dh(pt)}{dpt}; \varphi' = \frac{d\varphi(\omega_m)}{d\omega_m}; M' = \frac{dM(\omega_m)}{d\omega_m}; \text{ enz.} \quad (16a)$$

Voor de momentele amplitude krijgt men in hetzelfde geval:

$$A_m = M(\omega_m) + p (M' \varphi' + \frac{\varphi'' M}{2}) + \dots \quad (16b)$$

In de reeksen (16, 16a, 16b) noemen we de nulde graads termen in p : de statische termen; die van de eerste graad: de quasi-stationnaire termen. Tezamen vormen zij de quasi-stationnaire benadering.

In tegenstelling met de reeks (16) geeft de reeks van Carson en Fry bij signalen met frequentiemodulatie niet direct een ontwikkeling naar machten van p . Dit zou wel het geval zijn bij phasemodulatie. Vellat nam voor zijn berekeningen 5 termen in de reeks van Carson en Fry mee en schrapte daaruit nog die termen in de afgeleiden van $e^{im \sin pt}$, waarin p expliciet

voorkomt. Op deze wijze verkrijgt hij een benadering van de quasi-stationnaire term in de reeks (16a). De ontwikkelingen van de formules (16) zijn dan ook voor frequentiemodulatie consequenter.

6) *Over de schatting van de fout bij gebruik van de asymptotische reeks.*

We zullen in deze paragraaf de asymptotische reeks nog eens op een andere wijze te voorschijn laten komen, zodat we de fout gemakkelijker kunnen schatten.

We gaan uit van de formule

$$E(t) = \int_0^{\infty} F(t - \tau) A'(\tau) d\tau$$

Hierin heeft $A(\tau)$ steeds de vorm $\sum^n (A_n + i B_n) e^{-(a_n + i \beta_n)\tau}$, waarbij de termen steeds paarsgewijs toegevoegd complex voorkomen, of reëel zijn. Bij frequentiemodulatie met één modulatie-ton is

$$F(t) = R e^{i(\omega_0 t + m \sin pt)}$$

Dus

$$E(t) = R e^{i(\omega_0 t + m \sin x)} \sum (A_n + i B_n) \int_0^{\infty} e^{-a_n \tau + i g(\tau)} d\tau$$

$$g(\tau) = -(\beta_n + \omega_0)\tau + m \sin(x - p\tau) - m \sin x; x = pt.$$

Wanneer we $e^{i g(\tau)}$ naar p ontwikkelen en daarna de integratie term voor term uitvoeren, krijgen we de asymptotische reeks. In de integrand is de term $e^{-a_n \tau}$ snel dalend. De belangrijkste bijdrage tot de integraal is dus te verwachten voor $a_n \tau$ klein, bijv. kleiner dan 4. Beschouw bijv. de integraal

$$\int_0^{\infty} e^{-a_n \tau} \cos(\beta_n + \omega_0)\tau \cos m \{ \sin(x - p\tau) - \sin x \} d\tau \quad (17)$$

Deze wordt goed benaderd door

$$\int_0^{\infty} e^{-a_n \tau} \cos(\beta_n + \omega_0)\tau \cos(\Delta \omega \tau \cos x) d\tau,$$

wanneer voor $\tau_0 = \frac{4}{a_n}$ nog geldt: $\sin p\tau_0 \cong p\tau_0$ en $\frac{\Delta \omega p \tau_0^2}{2} \ll 1$.

Dus bijv. wanneer $p < 0,05 \alpha_n$; $p \Delta \omega < 0,03 \alpha_n^2$.

Neemt men meer termen in p , dan wordt $e^{i\zeta(\tau)}$ weliswaar beter benaderd bij dezelfde waarde van τ , maar voor het verschil tussen de integraal (17) en de benadering krijgt men integralen van de vorm:

$$\int_0^{\infty} R_n(\tau) \tau^n e^{-\alpha_n \tau} d\tau$$

Het zwaartepunt van de integrand verschuift steeds verder naar rechts, zodat het gebied waarin de benadering nauwkeurig is, steeds kleiner wordt.

7) Toepassing van de theorie op een afgestemde kring.

Door een afgestemde kring voeren we een stroom, waarvan de frequentie wordt gemoduleerd en de amplitude constant gehouden.

$$\left(1 + LC \frac{d^2}{dt^2} + RC \frac{d}{dt}\right) E = \left(R + L \frac{d}{dt}\right) e^{i(\omega_0 t + m \sin pt)}$$

Zie fig. 1.

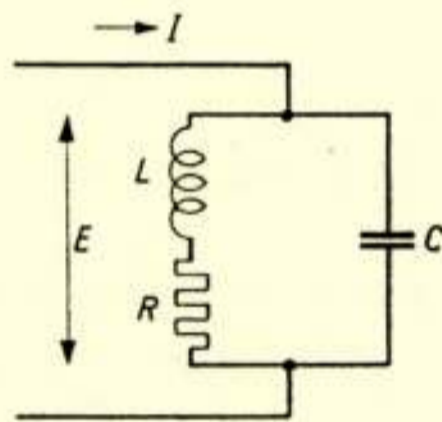


Fig. 1.

Enkele afgestemde kring.

We nemen $LC = \omega_0^{-2}$ en $R/L = 2a$. Verder voeren we in $E = E_0 e^{i\omega_0 t}$, en nemen aan dat a en $\Delta \omega (= m p)$ beide klein zijn ten opzichte van ω_0 .

In dit geval kan de vergelijking vereenvoudigd worden tot

$$a E_0 + \frac{d E_0}{dt} = e^{i m \sin pt} \quad (18)$$

Bij asymptotische ontwikkeling krijgen we nu de volgende benadering voor het kwadraat van de momentele amplitude:

$$A^2 = \frac{1}{a^2 + \Delta \omega^2 \cos^2 pt} - \frac{2 p a \Delta \omega^2 \sin 2 pt}{(a^2 + \Delta \omega^2 \cos^2 pt)^3} + \dots \quad (19)$$

Voor de momentele frequentie krijgen we

$$\omega_m = \omega_0 + \Delta \omega \cos pt + \frac{p a \Delta \omega \sin pt}{a^2 + \Delta \omega^2 \cos^2 pt} + \frac{p^2 \Delta \omega \cos pt}{(a^2 + \Delta \omega^2 \cos^2 pt)^3} \{ - a^4 - 6 a^2 \Delta \omega^2 \sin^2 pt + \Delta \omega^4 \cos^2 pt (1 + \sin^2 pt) \} + \dots \quad (20)$$

Wanneer we een ontwikkeling naar harmonischen wens

$$\omega_m = \omega_0 + \Delta \omega \cos pt + p \sum C_{2n+1} \sin (2n+1) pt + p^2 \sum D_{2n+1} \cos (2n+1) pt \quad (21)$$

krijgt men door Fourier-integratie:

$$C_{2n+1} = (-1)^n 2 c^{-2n+1} \{ (1+c^2)^{1/2} - 1 \}^{2n+1};$$

$$c = \frac{\Delta \omega}{a} \quad \text{en} \quad (22)$$

$$D_{2n+1} = (-1)^n 2 (2n+1)^2 a^{-1} c^{-(2n+1)} (1+c^2)^{-1/2} \{ (1+c^2)^{1/2} - 1 \}^{2n+1} \quad (23)$$

Bij kleine frequentiezwaai blijkt de derde harmonische in de quasi-stationnaire term evenredig met $\Delta \omega^3$, de vijfde met $\Delta \omega^5$ enz. Volgens

$$C_3 = 6 \sum_0^{\infty} \frac{(-1)^{n+1} (2n+2)!}{(n+3)! n!} \left(\frac{\Delta \omega}{2a} \right)^{2n+3}$$

$$C_5 = 10 \sum_0^{\infty} \frac{(-1)^n (2n+4)!}{(n+5)! n!} \left(\frac{\Delta \omega}{2a} \right)^{2n+5}$$

Terwijl de Fourier-methode het resultaat slechts punt voor punt geeft en een tijdrovend grafisch procédé vereist, hebben we hier de harmonischen direct in gesloten vorm. Door de fout te majoreren volgens de methode van de vorige paragraaf krijgen we, dat een redelijke nauwkeurigheid verwacht mag worden voor $p \leq 0,1 a$ en bovendien $p \Delta \omega \leq 0,1 a^2$. In dit geval zou de tweede benadering ook nog een verbetering geven.

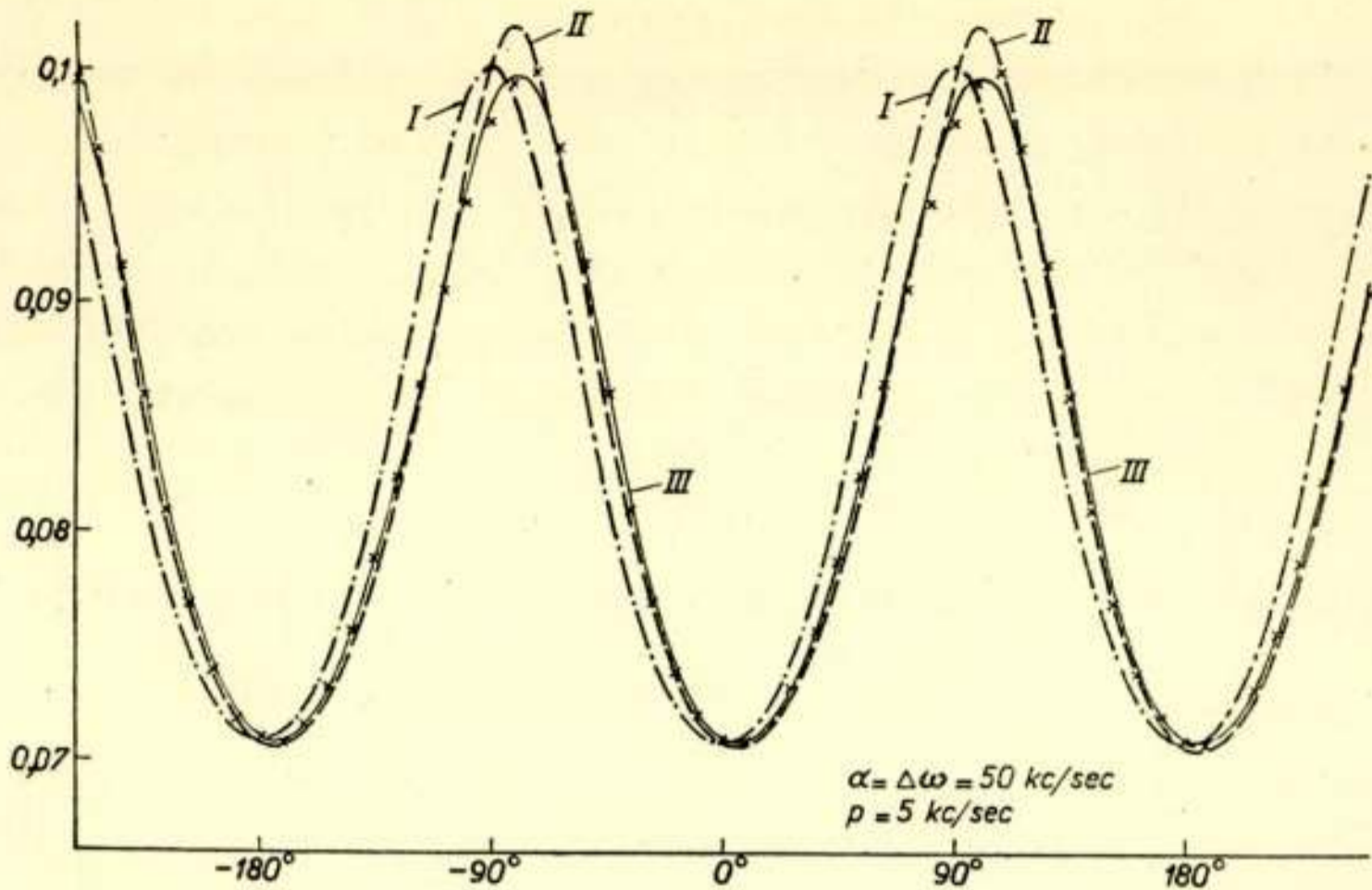


Fig. 2. Momentele amplitude: I Statische benadering. II Quasi-stationnaire benadering. III Berekend uit de Fourier-methode. XX Tweede orde benadering uit de asymptotische reeks.

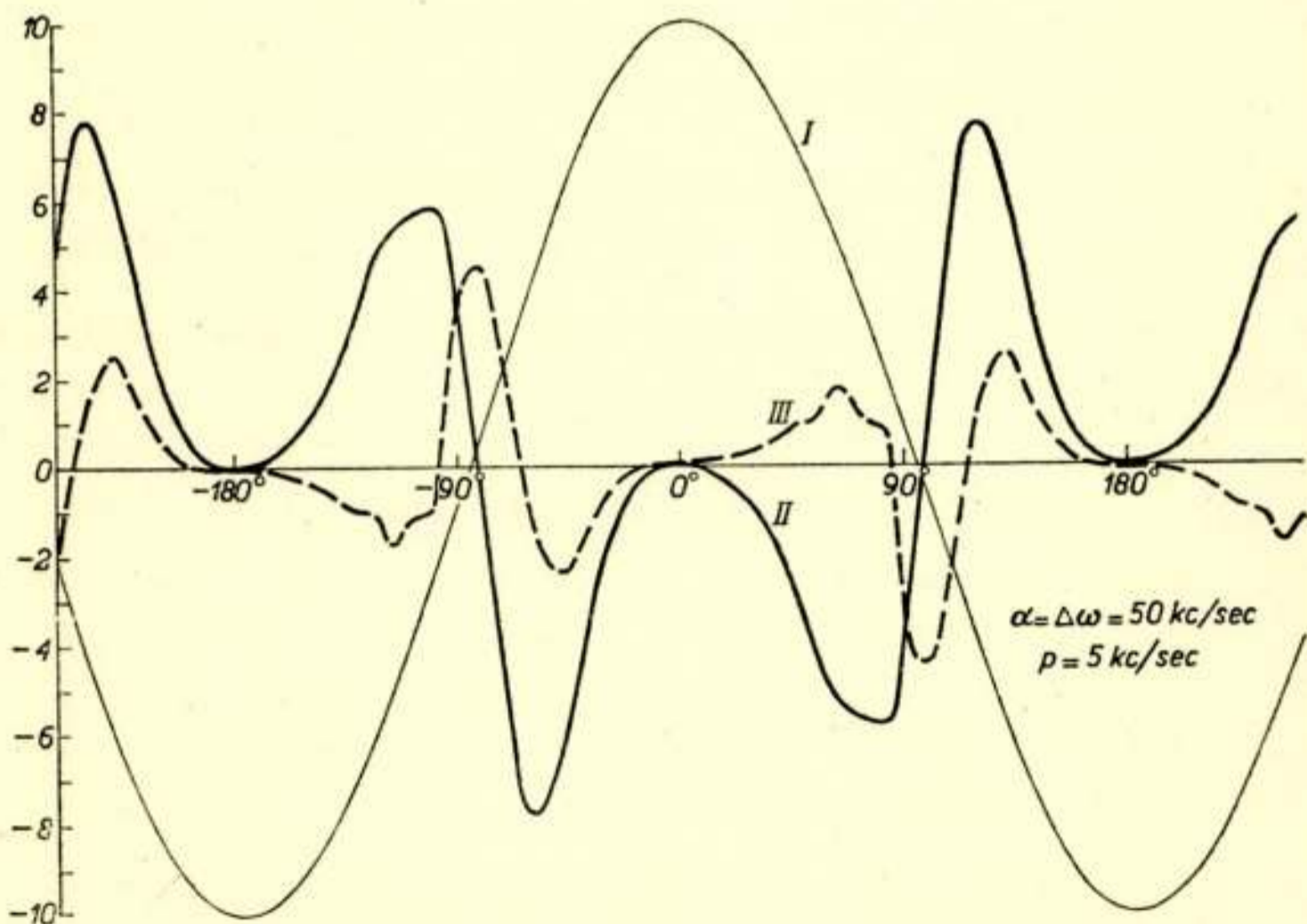


Fig. 3. Momentele frequentie: I Exacte waarde (Fourier-methode)
II Verschil tussen exacte waarde en 1e benadering (50 x vergroot)

$$\left(\sqrt{\Delta^2} = 0,0793\right)$$

III Verschil tussen exacte waarde en 2e benadering (50 x vergroot)

$$\left(\sqrt{\Delta^2} = 0,0341\right)$$

Als voorbeeld nemen we het geval $p = 0,1 a$; $\Delta \omega = a$. . . We geven het resultaat van de Fourier-methode en van de asymptotische benadering tot de tweede orde, zowel voor de momentele amplitude als voor de momentele frequentie. In fig. 2 ziet men de exacte waarde van de momentele amplitude en haar benaderingen. In fig. 3 behalve de exacte waarde ook het 50 x vergrote verschil tussen deze functie en haar eerste, resp. tweede orde benadering.

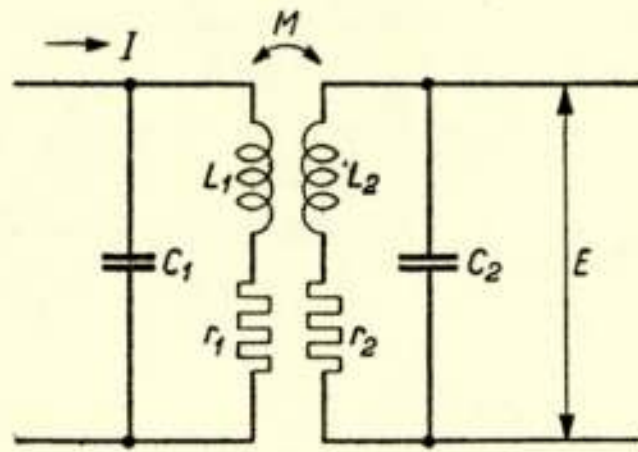


Fig. 4. Gekoppelde kringen.

Verder geven we nog enige met de Fourier methode berekende harmonischen van de momentele frequentie, naast die welke aan de quasi-stationnaire benadering ontleend zijn.

$\frac{p}{a}$	$\frac{\Delta \omega}{a}$	$\frac{p \Delta \omega}{a^2}$	Fourier		Quasi-stationnair	
			% 3e harm.	% 5e harm.	% 3e harm.	% 5e harm.
0,1	1	0,1	1,42	0,24	1,38	0,24
0,33	1	0,33	4,00	0,64	4,74	0,81
0,28	1,08	0,30	4,7	0,87	5,53	1,06
0,28	1,79	0,50	8,7	3,9	8,08	2,78
0,28	2,51	0,70	9,8	6,3	8,91	3,53
0,28	3,59	1,01	10,1	6,55	8,74	4,59

8. Toepassing van de theorie op gekoppelde kringen.

In figuur 4 is M de coefficient van wederzijdse inductie. $M^2 = k^2 L_1 L_2$. We nemen verder aan, dat beide kringen op de frequentie ω_0 zijn afgestemd, en stellen $r_1 = \omega_0 L_1 \delta_1$, $r_2 = \omega_0 L_2 \delta_2$. Wanneer nu de grootheden δ_1 , δ_2 en k klein zijn ten opzichte van 1, en bovendien $\Delta \omega$ en p klein zijn ten opzichte van ω_0 , krijgen we de differentiaalvergelijking op te lossen:

$$\omega_0^2 (k^2 + \delta_1 \delta_2) E_0 + 2 \omega_0 (\delta_1 + \delta_2) E_0' + 4 E_0'' = i e^{im \sin pt} \quad (24)$$

De momentele frequentie wordt:

$$\omega_m = \omega_0 + \Delta \omega \cos pt + \frac{2 p \alpha \Delta \omega \sin pt (\beta^2 + \Delta \omega^2 \cos^2 pt)}{\beta^4 + (4 \alpha^2 - 2 \beta^2) \Delta \omega^2 \cos^2 pt + \Delta \omega^4 \cos^4 pt} + \dots \quad (25)$$

waarin $4 \beta^2 = (k^2 + \delta_1 \delta_2) \omega_0^2$ en $4 \alpha = \omega_0 (\delta_1 + \delta_2)$.

Men leidt hieruit door Fourier-integratie de harmonischen af.

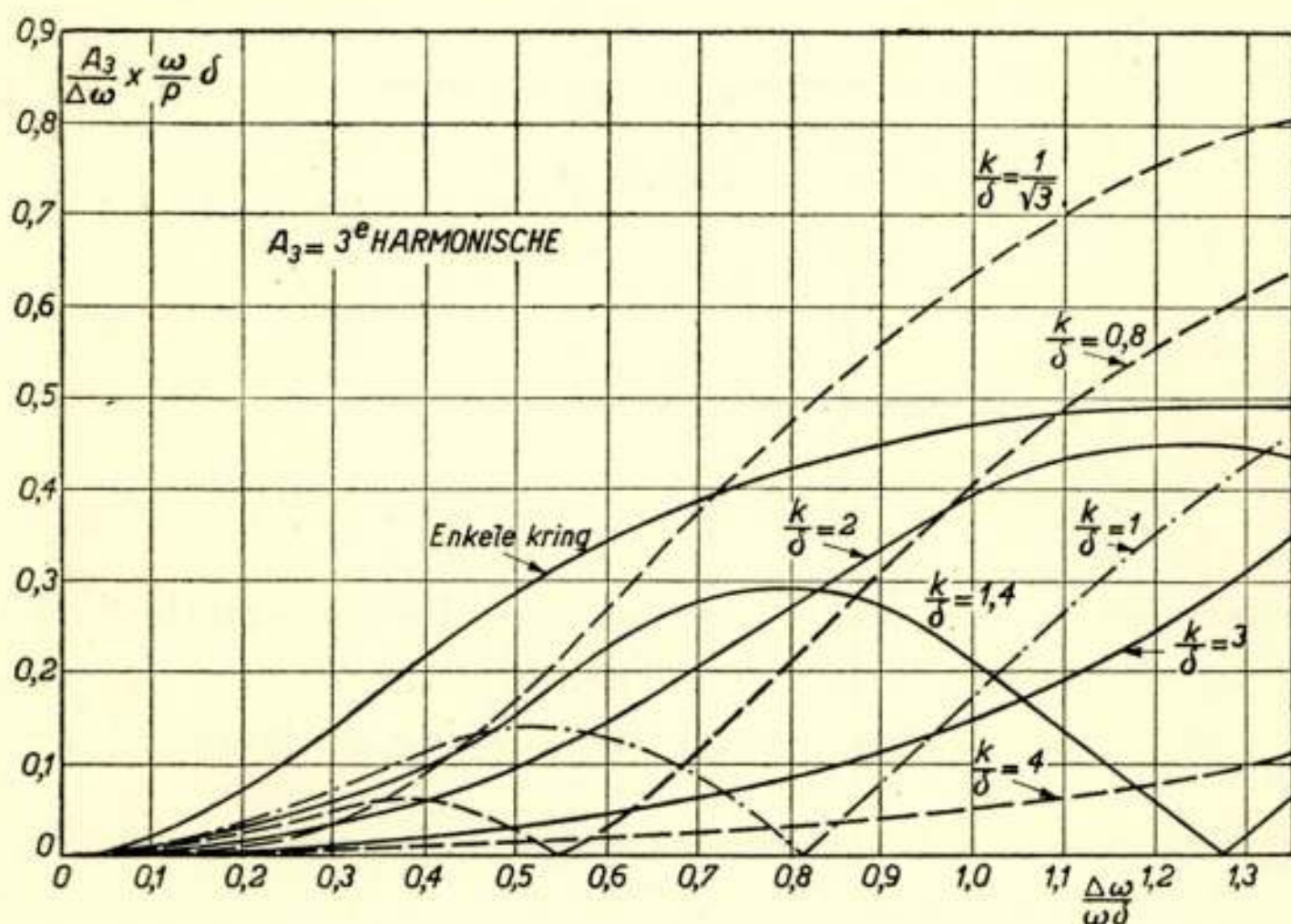


Fig. 5. Derde harmonische, veroorzaakt door bandfilter en enkele kring, in algemene constanten. (Berekend uit quasi-stationnaire benadering).

Wanneer $\delta_1 = \delta_2 = \delta$; $\frac{k}{\delta} = c$, en $\frac{2 \Delta \omega}{\omega \delta} = x$, krijgen we voor de quasi-stationnaire benadering van de derde harmonische:

$$A_3 = \frac{4p}{x} \left[3 + \frac{4(1 - 3c^2)}{x^2} - \frac{1}{x^2} \left\{ (x^2 + 4 - 4c^2) A - 8cB \right\} \right]$$

en evenzo voor de vijfde harmonische:

$$A_5 = \frac{-4p}{x} \left[5 + \frac{20 - 60c^2}{x^2} + \frac{16 - 160c^2 + 80c^4}{x^2} - \left\{ 1 + \frac{12(1 - c^2)}{x^2} + \frac{16(1 - 6c^2 + c^4)}{x^4} \right\} A + \left\{ \frac{24c}{x^2} + \frac{64c(1 - c^2)}{x^4} \right\} B \right]$$

met in beide gevallen

$$2 A^2 = x^2 + 1 - c^2 + \left\{ (x^2 + 1 - c^2)^2 + 4 c^2 \right\}^{1/2}$$

$$2 B^2 = -x^2 - 1 + c^2 + \left\{ (x^2 + 1 - c^2)^2 + 4 c^2 \right\}^{1/2}$$

Aan de hand van deze formules zijn voor verschillende waarden van $c = k/\delta$ grafieken getekend, waaruit de vervorming als functie van de frequentiezwaai kan worden afgelezen. De frequentiezwaai en de laagfrequente toonhoogte moeten hiertoe worden uitgedrukt in de voor het filter karakteristieke band-

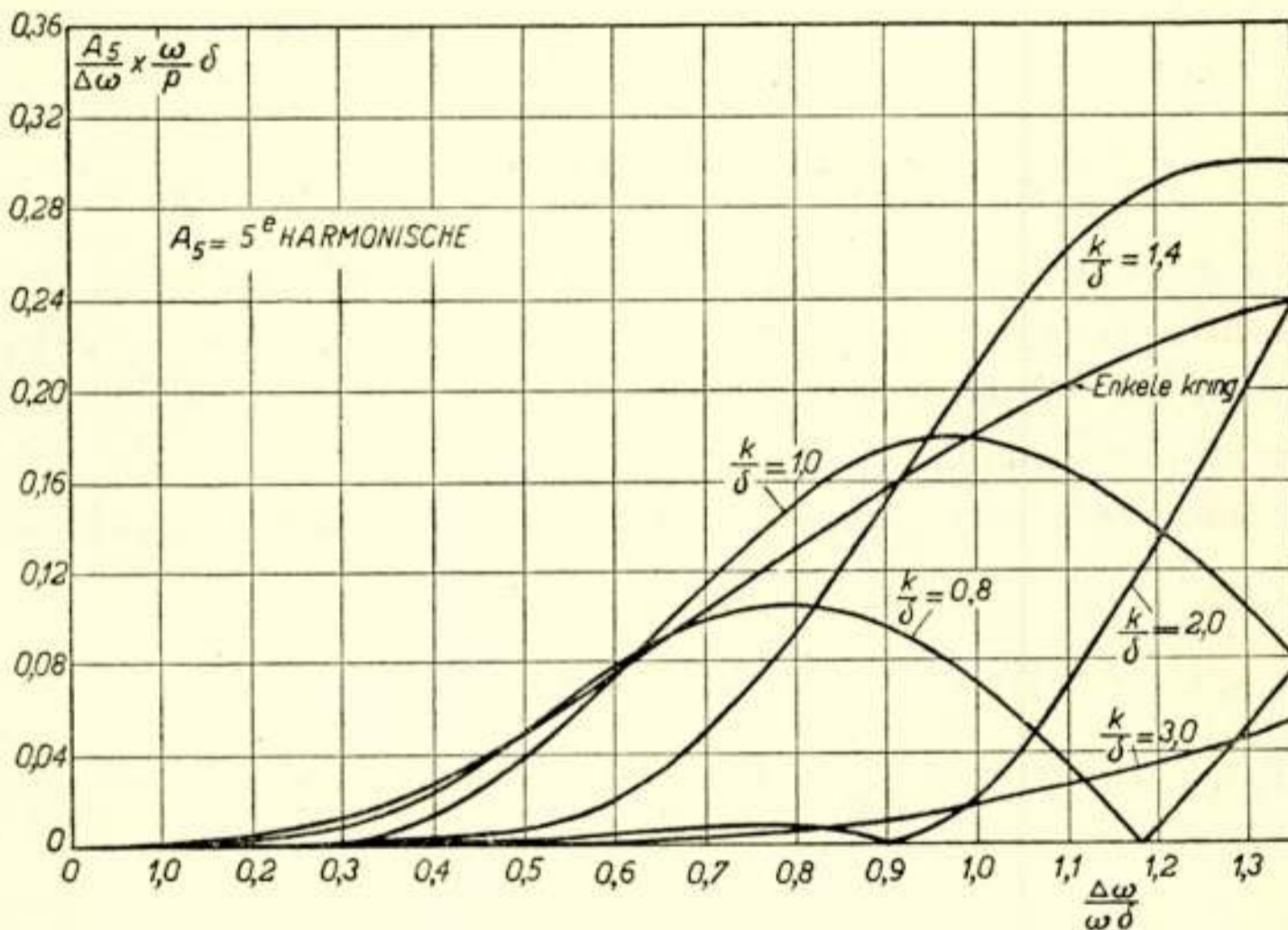


Fig. 6. Vijfde harmonische, veroorzaakt door bandfilter en enkele kring, in algemene constanten. (Berekend uit quasi-stationnaire benadering).

breedte $\omega_0 \delta$. De reeksontwikkeling voor kleine x begint voor A_3 met

$$-\frac{p x^3 (1 - 3 c^2)}{2 (1 + c^2)^3} + \frac{3 p x^5 (1 - 10 c^2 + 5 c^4)}{8 (1 + c^2)^5} + \dots$$

en voor A_5 met

$$+\frac{p x^5 (1 - 10 c^2 + 5 c^4)}{8 (1 + c^2)^5} - \frac{5 p x^7 (1 - 21 c^2 + 35 c^4 - 7 c^6)}{32 (1 + c^2)^7} + \dots$$

In fig. 5 en 6 zijn de absolute waarden van A_3 en A_5 uitgezet. Wanneer deze door nul gaat, draait de phase 180° . Dit opent de mogelijkheid om door gebruik van verschillende filters na elkaar compensatie te krijgen.

Hieronder volgen nog enkele vergelijkingen tussen exacte uitkomsten en quasi-stationnaire benadering:

$\frac{k}{\delta}$	$\frac{\Delta \omega}{\omega \delta}$	$\frac{p}{\omega \delta}$	Fourier methode		Quasi-stationnair	
			% 3e harm.	% 5e harm.	% 3e harm.	% 5e harm.
1	0,5	0,1	1,31	0,53	1,37	0,39
1	0,4	0,2	2,20	0,45	2,30	0,32
1	1	0,1	1,65	2,10	1,73	1,79
2	1	0,1	3,86	1,13	3,99	0,24

9. Intermodulatie.

Wanneer een zender tegelijk gemoduleerd wordt met verschillende laagfrequent tonen, ontstaan in de ontvanger filters ook som en verschiltonen. We nemen als voorbeeld een enkele kring in afstemming.

De momentele frequentie van het uitgezonden signaal zij:

$$\omega_0 + \Delta \omega_1 \cos pt + \Delta \omega_2 \cos qt$$

De quasi-stationnaire term wordt

$$\frac{d}{dt} \operatorname{arctg} \frac{\Delta \omega_1 \cos pt + \Delta \omega_2 \cos qt}{a}$$

We maken gebruik van de betrekking

$$\operatorname{arctg} a = \int_0^{\infty} \frac{e^{-u}}{u} \sin au \, du \quad (24)$$

en vullen hierin in $a = 2x \cos pt + 2y \cos qt$; met $2xa = \Delta \omega_1$; $2ya = \Delta \omega_2$. Dus

$$\operatorname{arctg} a = \int_0^{\infty} \frac{e^{-u}}{u} \sin (2ux \cos pt + 2uy \cos qt) \, du$$

Met behulp van de bekende ontwikkeling naar Besselfuncties krijgt men voor de coëfficiënt van $\cos \{(2k+1)pt + 2mq t\}$ het antwoord

$$2(-1)^{k+m} \int_0^{\infty} \frac{e^{-u}}{u^2} J_{2k+1}(2ux) J_{2m}(2uy) du \quad (25)$$

In verschillende gevallen kan men deze formules verder vereenvoudigen volgens bij Watson 9) aangegeven methodes. Bijv. steeds wanneer $k = m$, en ook wanneer de argumenten der Besselfuncties gelijk zijn. We moeten dan bedenken, dat de *arctg* nog eens gedifferentieerd moet worden om de quasi-stationnaire term te krijgen. Zo is

$$A_{3p} = 3p C_{3p}$$

Bij gelijke frequentiezwaai $x = y$ is de integraal terug te voeren op complete elliptische integralen van de eerste en tweede soort, zodat

$$C_{3p} = \frac{-(1 + 16x^2)^{1/2}}{36\pi x^3} \left\{ (11 - 2x^2)E - 5F \right\} - \frac{1}{2x} + \frac{1}{6x^3} \quad (26)$$

Het argument van E en F is $k = \frac{4x}{(1 + 16x^2)^{1/2}}$. (Vindt men E

en F getabelleerd als functie van a , waarbij $\sin a = k$, dan is dus hier $\operatorname{tg} a = 4x$).

In dit geval wordt $A_{2p \pm q} = (2p \pm q) C_{2p \pm q}$

$$C_{2p \pm q} = -\frac{(1 + 16x^2)^{1/2}}{12\pi x^3} \left\{ (-1 + 4x^2)E + F \right\} + \frac{1}{2x}$$

Voor kleine frequentiezwaai kan men ook geschikt de reeksontwikkeling van *arctg a* gebruiken. Dit leidt tot

$$C_{2p \pm q} = 2 \sum_0^{\infty} \sum_0^{\infty} (-1)^{m+n+1} \frac{(2m+2n+2)! x^{2n+2} y^{2m+1}}{(n+2)! n! (m+1)! m!}$$

en

$$C_{2p \pm 3q} = 2 \sum_0^{\infty} \sum_0^{\infty} (-1)^{m+n+2} \frac{(2m+2n+4)! x^{2n+2} y^{2m+3}}{(n+2)! n! (m+3)! m!}$$

In figuur 7 vindt men een grafiek voor A_{2p+q} en A_{3p} bij gelijke frequentiezwaai van de grondtonen.

Wil de quasi-stationnaire benadering voldoen, dan is ook hier weer nodig dat p/a , q/a , $p \Delta \omega_1/a^2$ en $q \Delta \omega_2/a^2$ niet te groot worden. Bijv. p/a en $q/a \leq 0,4$ en $p \Delta \omega_1 + q \Delta \omega_2 \leq 0,8 a^2$.

Intermodulatie bij gekoppelde kringen is op analoge wijze te berekenen.

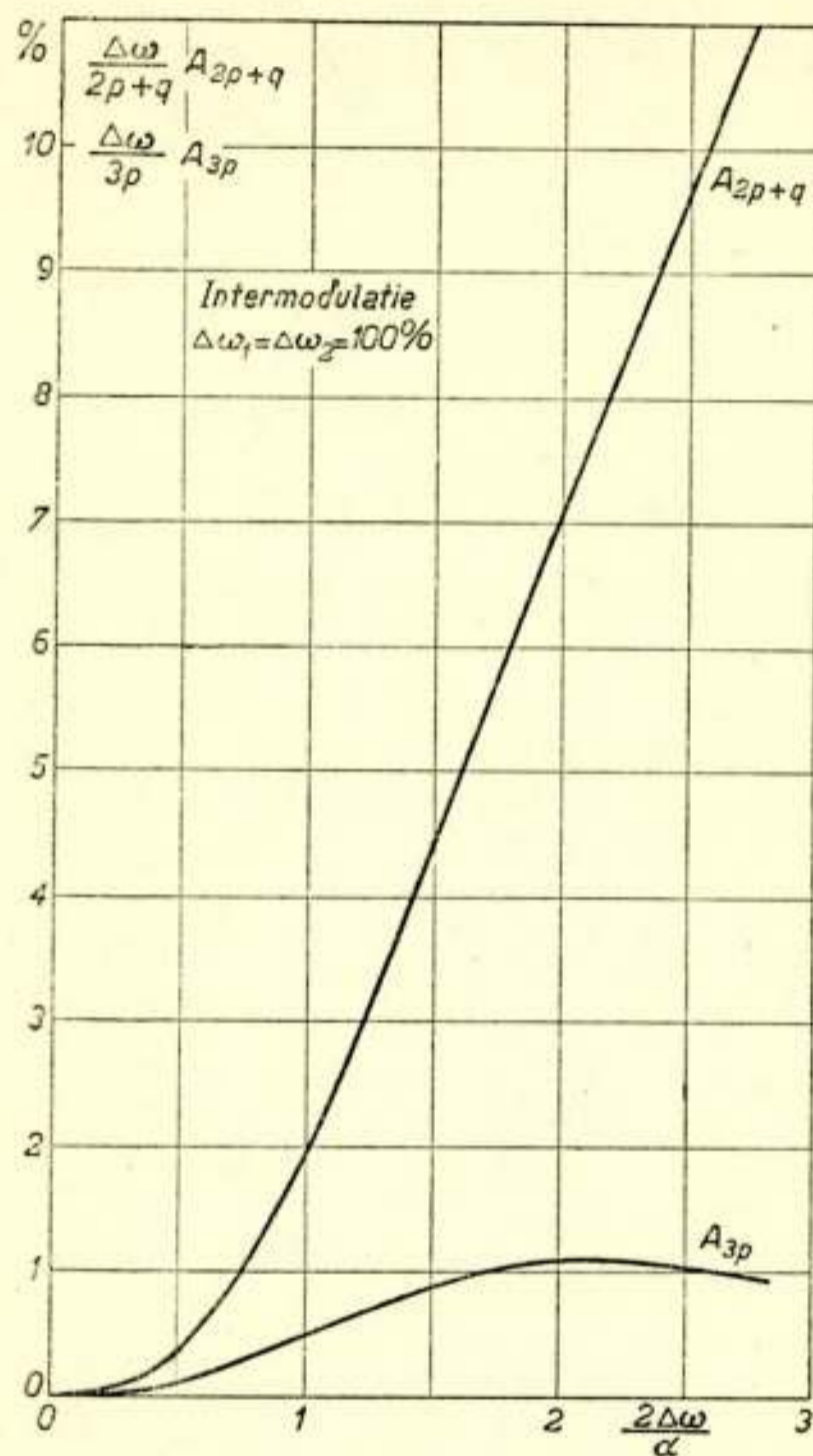


Fig. 7. Intermodulatie bij doorgang van een frequentie-gemoduleerd signaal door een enkele kring (Quasi-stationnaire benadering).

De quasi-stationnaire benadering is zo aantrekkelijk omdat in de praktijk p veelal inderdaad klein is ten opzichte van $\omega \partial$.

Prof. Balth van der Pol en Prof. H. Bremekamp dank ik ten slotte hartelijk voor veel nuttige wenken.

Eindhoven, 4 Augustus 1947.

Literatuur

- 1) Alexander J. W. „Een eenvoudige rekenwijze voor het berekenen van stroomkringen waarin frequentie gemoduleerde spanningen werken.” T. Ned. Radio Gen. **11**, 189, 1946.
- Weyers Th. J. „Recente ontwikkelingen betreffende frequentiemodulatie.” T. Ned. Rad. Gen. **8**, 315, 1940.
- 2) Stumpers F. L. H. M. „Enige onderzoeken over trillingen met frequentiemodulatie.” Diss. Delft Mei 1946.
- 3) Carson J. R. and T. C. Fry, „Variable frequency electric circuit theory with application to the theory of frequency modulation.” Bell Syst. Tech. Journ. **16**, 513, 1937.
- 4) Wilde H. „Verzerrung frequenzmodulierter Schwingungen am Schwingungskreis.” T. F. T. **32**, 150, 1942.
- 5) Feldtkeller R. und Wilde H. „Gleitfrequenzen in Schwingungskreisen.” T. F. T. **30**, 347, 1941.
- 6) Gensel R. „Näherungsverfahren zur Berechnung von Einschwingvorgänge in Siebschaltungen” T. F. T. **31**, 299, 1941.
- 7) Vellat T. „Der Empfang frequenzmodulierter Wellen.” ENT **18**, 72, 1940.
- Jaffe D. L. „A theoretical and experimental investigation of tuned circuit distortion in frequency-modulation systems.” Proc. Inst. Radio Engrs **33**, 318, 1945.
- 8) Perron O. „Über die Abhängigkeit der Integrale eines Systems linearer Differentialgleichungen von einem Parameter.” (Sitz. Ber. der Heidelberger Akad. der Wiss. 1918, Abh. 15).
- 9) Watson G. N. „A treatise on the theory of Bessel-functions.” 1st ed. Cambridge 1922.

Berekening van horizontale ruitantennes met gereduceerde hoogte en lengte

door B. van Dijn

Radiodienst P.T.T.

SUMMARY

In order to avoid laborious approximations in the design of horizontal rhombic antennas of reduced dimensions, a family of curves is given.

Inleiding.

Door Bruce e.a.¹⁾²⁾ worden verschillende methoden behandeld voor het ontwerpen van horizontale ruitantennes, n.l. de z.g. "maximum output method", de "alignment design method" en de "compromis design methods". Volgens de eerste twee methoden, die hieronder aangeduid zullen worden als „maximale afgifte methode" en „richtmethode", worden de afmetingen van de antenne zodanig bepaald, dat onder bepaalde voorwaarden een maximale energie wordt afgegeven.

Hierbij blijkt echter dat men tot onpractische afmetingen komt, wanneer de elevatiehoeken van de ontvangen of uitgezonden golven klein zijn (6° – 10°). Lengten van de lange diagonaal van 500 m en meer en hoogten tot 50 m moeten hierbij als niet ongewoon beschouwd worden.

Behalve dat dergelijke antennes een groot oppervlak van een kostbaar terrein beslaan, worden de constructies door de hoge masten duur, te meer waar de lange zijden, tengevolge van ontoelaatbare doorhang, op meerdere plaatsen ondersteund moeten worden.

In verband hiermede worden door Bruce compromis metho-

¹⁾ Bruce, Beck and Lowry, Horizontal Rhombic Antennas, P.I.R.E. 23, 24, 1935.

²⁾ A. E. Harper, Rhombic Antenna Design, New York, 1941.

den beschreven om tot een geringere lengte of hoogte van een ruitantenne te komen. De mogelijkheid antennes te berekenen met gereduceerde lengte en hoogte wordt ook vermeld, doch zonder nadere uitwerking.

In het algemeen is de berekening van dergelijke antennes tamelijk tijdrovend. In verband daarmee werd een bundel krommen samengesteld, die bij het ontwerpen van deze antennes, dienstig kan zijn. In het onderstaande zal een en ander toegelicht worden.

Reductie van de afmetingen van een ruit betekent een energieverlies. Dit verlies weegt in vele gevallen op tegen de in de regel veel geringere kosten van een antenne met gereduceerde afmetingen. Dikwijls zal men zelfs voor de kosten van een niet gereduceerde antenne twee gereduceerde antennes kunnen bouwen, die bij toepassing van diversity ontvangst ongetwijfeld aantrekkelijker zijn.

Bij antennes berekend volgens de maximale afgifte methode of volgens de richtmethode, nemen, bij verlaging van de elevatie van de ontvangen of uitgezonden straal, niet alleen de afmetingen toe, doch ook de afgegeven energie voor golven van een bepaalde elevatie. Hiermede gepaard gaat een verkleining van de openingshoek van de hoofdbundel.

Hierdoor is het mogelijk, dat een gereduceerde antenne voor elevaties van $6^\circ - 10^\circ$ meer energie afgeeft dan een niet gereduceerde antenne voor $15^\circ - 20^\circ$.

Opgemerkt kan nog worden, dat een te kleine openingshoek ongewenst is in verband met de spreiding van de richting waaronder een golf ontvangen wordt. Als tweede voordeel van een reductie van de afmetingen kan dan ook genoemd worden de vergroting van de openingshoek van de bundel, die een gevolg is van de reductie van de afmetingen.

Overigens zal men van geval tot geval uit moeten maken of en in welke mate een reductie van de afmetingen wenselijk is; hierbij zullen voor zend- en ontvangzijde verschillende overwegingen gelden.

Verband tussen afgegeven energie en karakteristieke grootbeden van antenne en golf.

De energie, die een horizontale ontvangruit afgeeft bij ontvangst van een vlakke golf, is afhankelijk van de karakteristieke

grootheden van de antenne en van die van de golf zelf.¹⁾

De karakteristieke grootheden van de antenne zijn de hoogte H , van de ruit boven de reflecterende bodem, de lengte l , van de zijden van de ruit en de halve stompe hoek φ , gevormd door twee zijden van de ruit.

De karakteristieke grootheden van de golf zijn, voor de thans

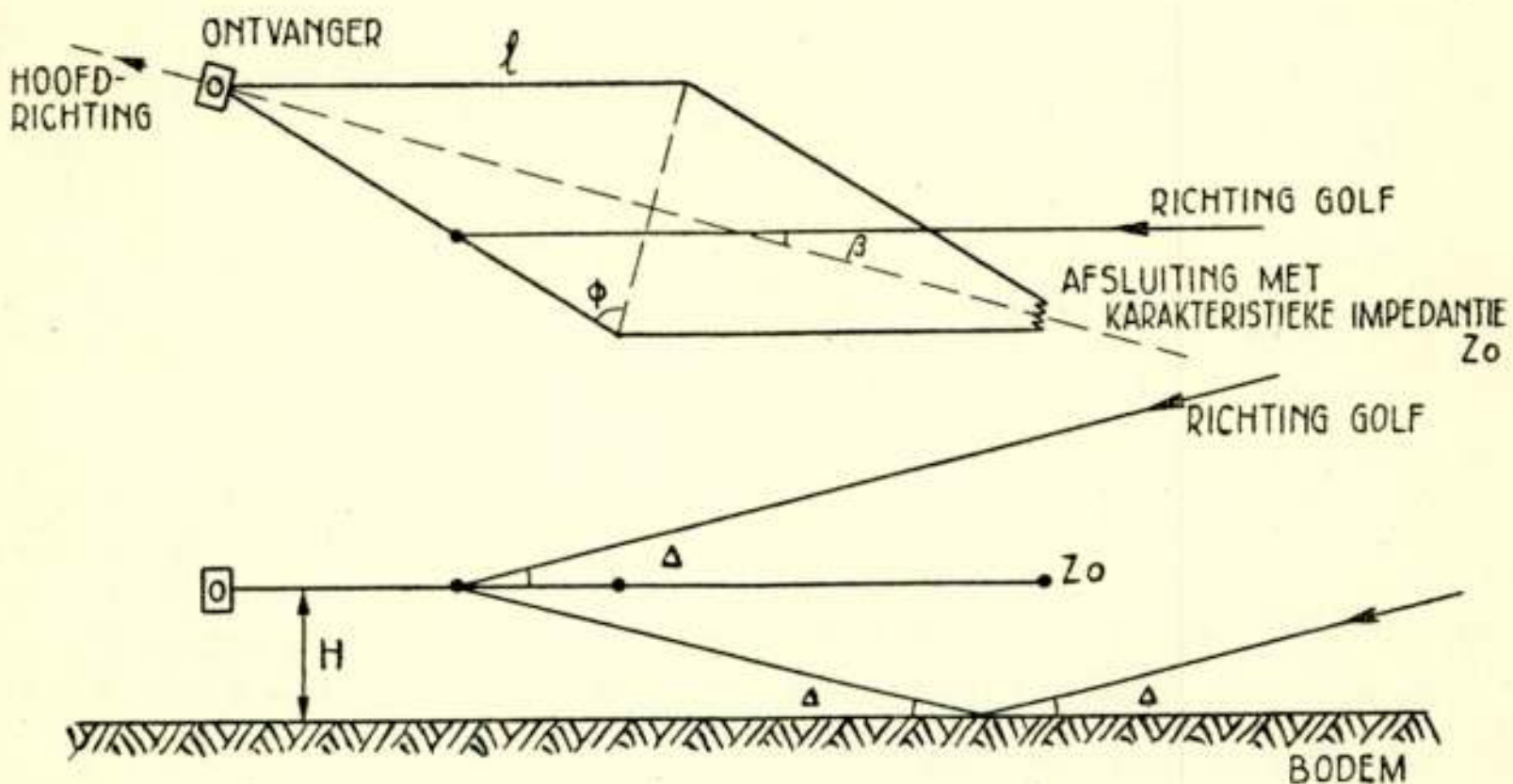


Fig. 1.

Boven- en onderaanzicht van horizontale ruitantenne.

beschouwde problemen, de golflengte λ , de elevatiehoek Δ , die de straalrichting maakt met het horizontale vlak, en het azimuth β , welke hoek gemeten wordt tussen de projectie van de straalrichting op het horizontale vlak en de lange diagonaal van de ruit (zie fig. 1), waarbij β gelijk aan nul wordt indien de golf zich volgens deze diagonaal voortplant in de richting van de karakteristieke afsluiting naar de ontvanger.

In het algemeen zullen zowel de horizontaal als de verticaal gepolariseerde componenten van de ontvangen golf een energie aan de belasting van de antenne veroorzaken. Aangezien in het volgende uitsluitend de diagrammen van de antenne voor $\beta = 0$ beschouwd zullen worden, in welk geval de verticaal gepolariseerde componenten geen energie in de belasting veroorzaakt, zal uitsluitend met golven rekening gehouden worden waarvan de vector van de elektrische kracht horizontaal verloopt.

¹⁾ Bruce, l.c.

Wanneer aangenomen wordt:

- 1^o Verwaarloosbare lek en demping van de antenne,
- 2^o verwaarloosbare onderlinge koppeling van de elementen van de ruit,
- 3^o constante karakteristieke impedantie,
- 4^o antenne aan beide zijde afgesloten met karakteristieke impedantie,
- 5^o een volkomen reflecterende bodem,
- 6^o azimuth $\beta = 0$,

dan vindt Bruce voor de stroom in de belastingsweerstand van de antenne:

$$I_o = k \left\{ \sin \left(\frac{2\pi H}{\lambda} \sin \Delta \right) \right\} \left(\frac{\cos \varphi}{1 - \sin \varphi \cos \Delta} \right) \cdot \sin^2 \left\{ \frac{\pi l}{\lambda} (1 - \sin \varphi \cos \Delta) \right\} \quad (1)$$

De eerste factor is een evenredigheidsconstante, de tweede factor zal aangeduid worden met „hoogte factor”, de derde met „amplitude factor”, de vierde met „lengte factor”.

Deze uitdrukking blijkt met grote benadering het gedrag van de ruit te kunnen beschrijven.

Maximale afgifte methode.

Voor gegeven waarden van Δ en λ vindt men de karakteristieke grootheden H , l en φ voor maximale I_o uit:

$$\frac{\partial I_o}{\partial H} = 0, \quad \frac{\partial I_o}{\partial l} = 0 \quad \text{en} \quad \frac{\partial I_o}{\partial \varphi} = 0.$$

Oplossing van H , l en φ uit deze betrekkingen levert:

$$H_m = \frac{\lambda}{4 \sin \Delta}, \quad l_m = \frac{\lambda}{2 \sin^2 \Delta}, \quad \sin \varphi = \cos \Delta. \quad (2)$$

Bij deze afmetingen wordt voor een bepaalde hoek Δ , de maximale energie aan de antenne klemmen verkregen. Hieruit volgt niet, dat de energie voor een andere waarde van Δ niet nog groter is. Het blijkt dan ook, dat het verticale diagram van een volgens deze methode ontworpen antenne, niet sym-

metrisch is t.o.v. Δ ¹⁾). Deze asymmetrie wordt veroorzaakt door de amplitude factor.

Richtmethode.

Ten einde te bereiken dat de ontvangst als functie van de hoek Δ voor een bepaalde waarde van deze hoek maximaal wordt, voert men in:

$$\frac{\partial I_o}{\partial \Delta} = 0.$$

We kunnen nu nog twee andere betrekkingen opstellen ter berekening van H, l en φ . Hiervoor worden om praktische overwegingen gekozen:

$$\frac{\partial I_o}{\partial H} = 0 \quad \text{en} \quad \frac{\partial I_o}{\partial \varphi} = 0.$$

Gevonden wordt:

$$H_r = \frac{\lambda}{4 \sin \Delta}, \quad l_r = \frac{0,371 \lambda}{\sin^2 \Delta}, \quad \sin \varphi = \cos \Delta. \quad (3)$$

Het verticale diagram is thans in eerste benadering symmetrisch t.o.v. Δ .

Reductie methode.

Zoals uit het voorgaande blijkt, nemen de hoogte en lengte van de antenne toe met afnemende elevatie Δ . Wij zullen thans nagaan, op welke wijze een reductie van deze afmetingen verkregen kan worden.

Als eerste voorwaarde voeren wij weer in $\frac{\partial I_o}{\partial \Delta} = 0$. Uit

(1) wordt dan gevonden:

$$H = \sin \varphi \cdot \operatorname{tg} \Delta \cdot \operatorname{tg} \left(\frac{2 \pi H}{\lambda} \sin \Delta \right) \cdot \left[\frac{\lambda}{2 \pi (1 - \sin \varphi \cdot \cos \Delta)} - \frac{l}{\operatorname{tg} \left\{ \frac{\pi l}{\lambda} (1 - \sin \varphi \cdot \cos \Delta) \right\}} \right] \quad (4)$$

¹⁾ Zie Bruce, l.c.

De lengte stellen wij thans $l = \frac{l_r}{a}$, de hoogte $H = \frac{H_r}{\beta}$.

Tevens voeren wij in:

$$\varepsilon = \frac{\pi l}{\lambda} (1 - \sin \varphi \cdot \cos \Delta) = \frac{0,371 \pi}{a \sin^2 \Delta} (1 - \sin \varphi \cdot \cos \Delta). \quad (5)$$

Na substitutie in (4) verkrijgt men:

$$1 = 4 \beta \sin \Delta \cdot \sin \varphi \cdot \operatorname{tg} \Delta \cdot \operatorname{tg} \left(\frac{\pi}{2\beta} \right) \cdot \frac{0,371}{a \sin^2 \Delta} \left\{ \frac{1}{2\varepsilon} - \frac{1}{\operatorname{tg} \varepsilon} \right\}. \quad (6)$$

Zijn a en β gegeven, dus ook H en l , dan dient φ uit deze vergelijking berekend te worden, waarbij ook ε de hoek φ bevat. a en β vormen dan de 2e en 3e voorwaarde, die men verg. (1) oplegt.

Voor het bijzondere geval $\beta = 1$ wordt aan (6) voldaan door $\varepsilon = 0,3710\pi$, $1,466\pi$, $2,480\pi$ enz. Voor het samenvallen van de hoofdlus met de richting Δ voldoet slechts $\varepsilon = 0,3710\pi$ ($66^\circ 48'$). In dit geval vindt men voor φ :

$$\sin \varphi = \frac{1 - a \sin^2 \Delta}{\cos \Delta}.$$

In het algemene geval dat a en β van één verschillen, zal φ uit (6) opgelost moeten worden. Hiertoe voeren wij nog in:

$$p = \frac{l}{\lambda} = \frac{l_r}{a \lambda} = \frac{0,371}{a \sin^2 \Delta} \text{ en } \frac{1}{q} = 4 \beta \operatorname{tg}^2 \Delta \cdot \operatorname{tg} \frac{\pi}{2\beta}.$$

Uit (5) volgt:
$$\sin \varphi = \frac{1}{\cos \Delta} \left(1 - \frac{\varepsilon}{p \pi} \right). \quad (7)$$

Substitutie van deze betrekking en van p en q in (6) geeft:

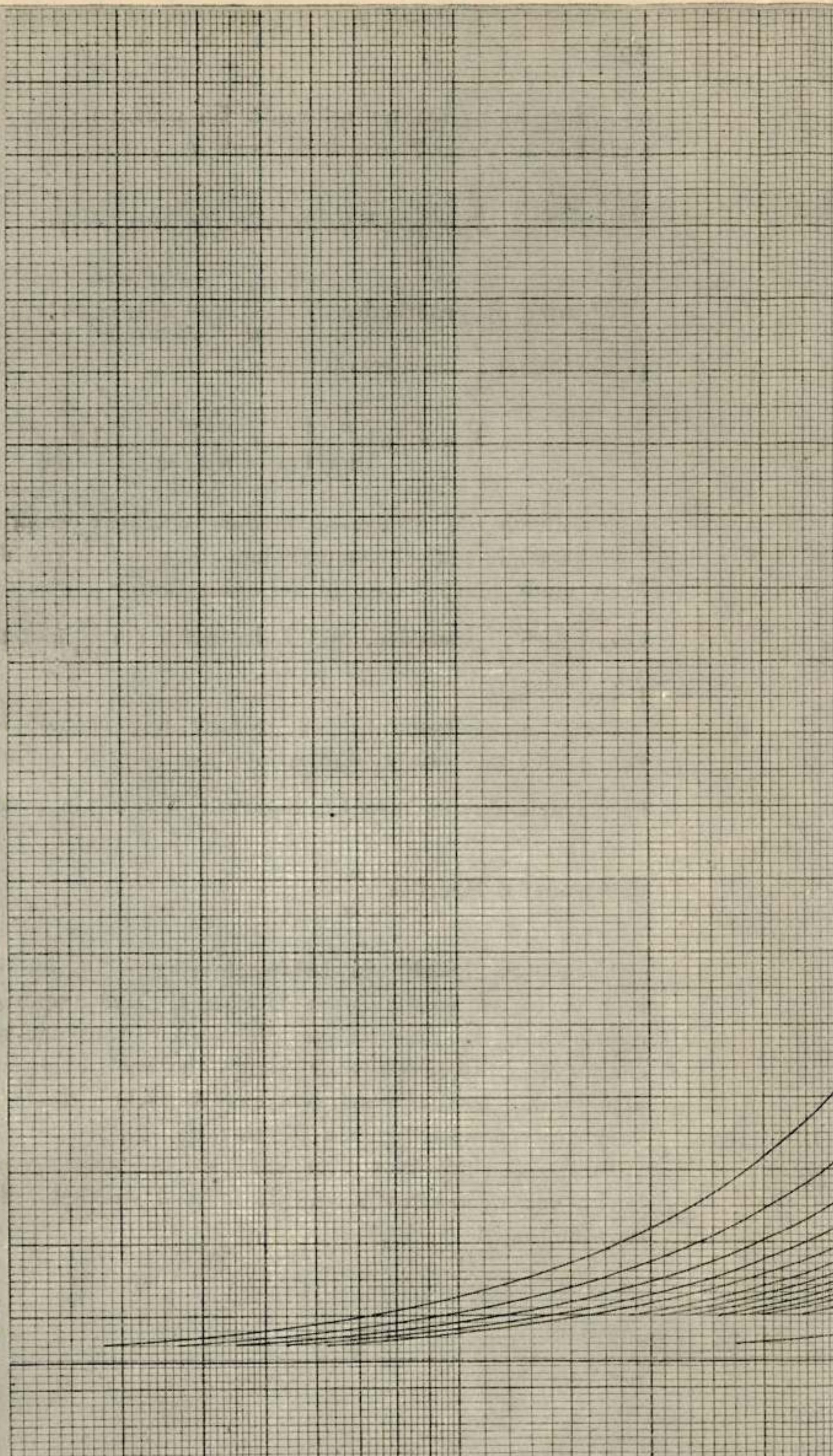
$$q = \left(p - \frac{\varepsilon}{\pi} \right) \left(\frac{1}{2\varepsilon} - \frac{1}{\operatorname{tg} \varepsilon} \right).$$

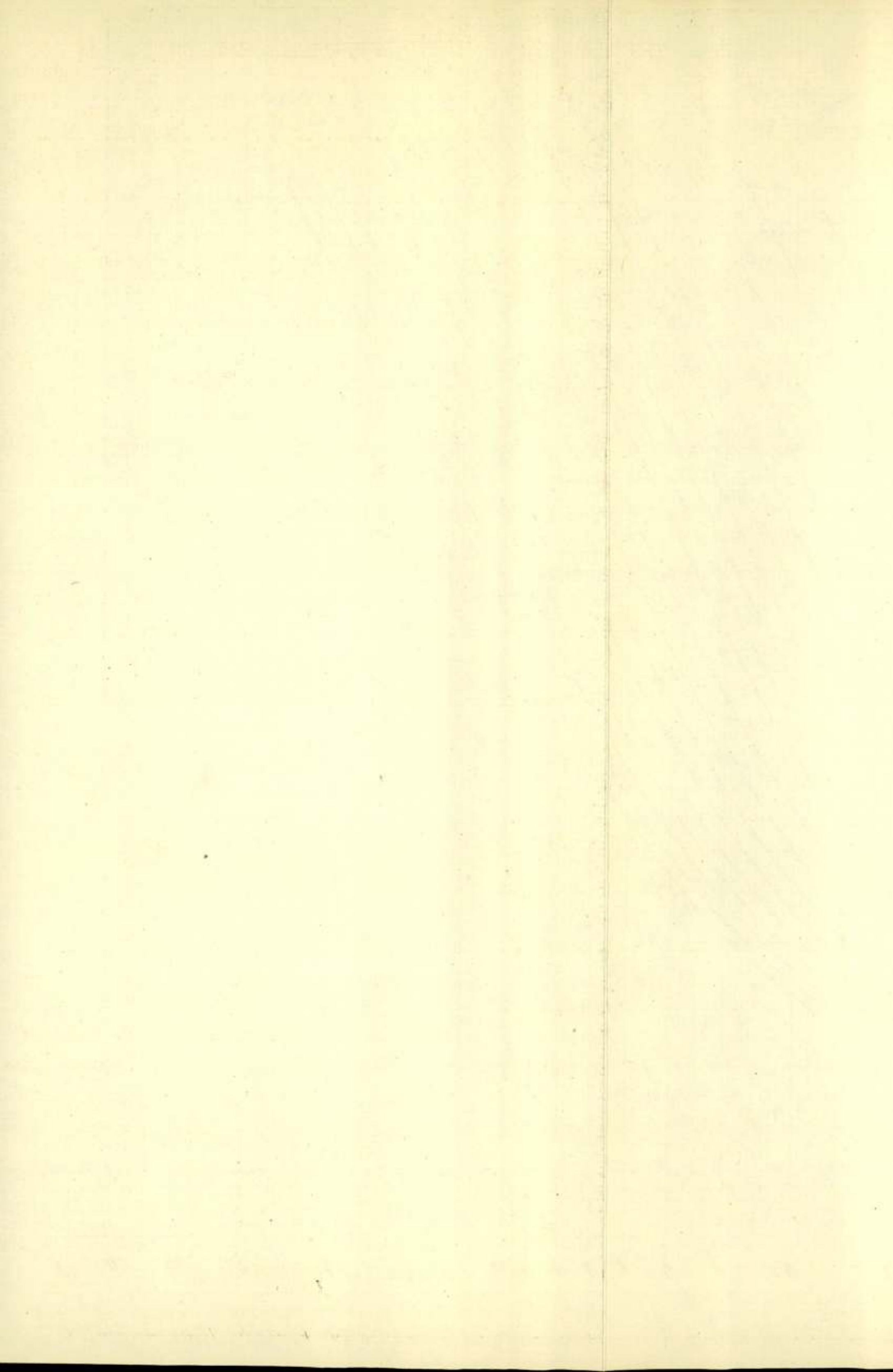
In fig. 2 vindt men $\varepsilon = \varepsilon(p, q)$ uitgezet als functie van q ,

ϵ
↑

150°
145°
140°
135°
130°
125°
120°
115°
110°
105°
100°
95°
90°
85°
80°
75°
70°
68°
66° 48'

0.02 0.03 0.04 0.05 0.06 0.07 0.08 0.09 0.1 0.2 0.3





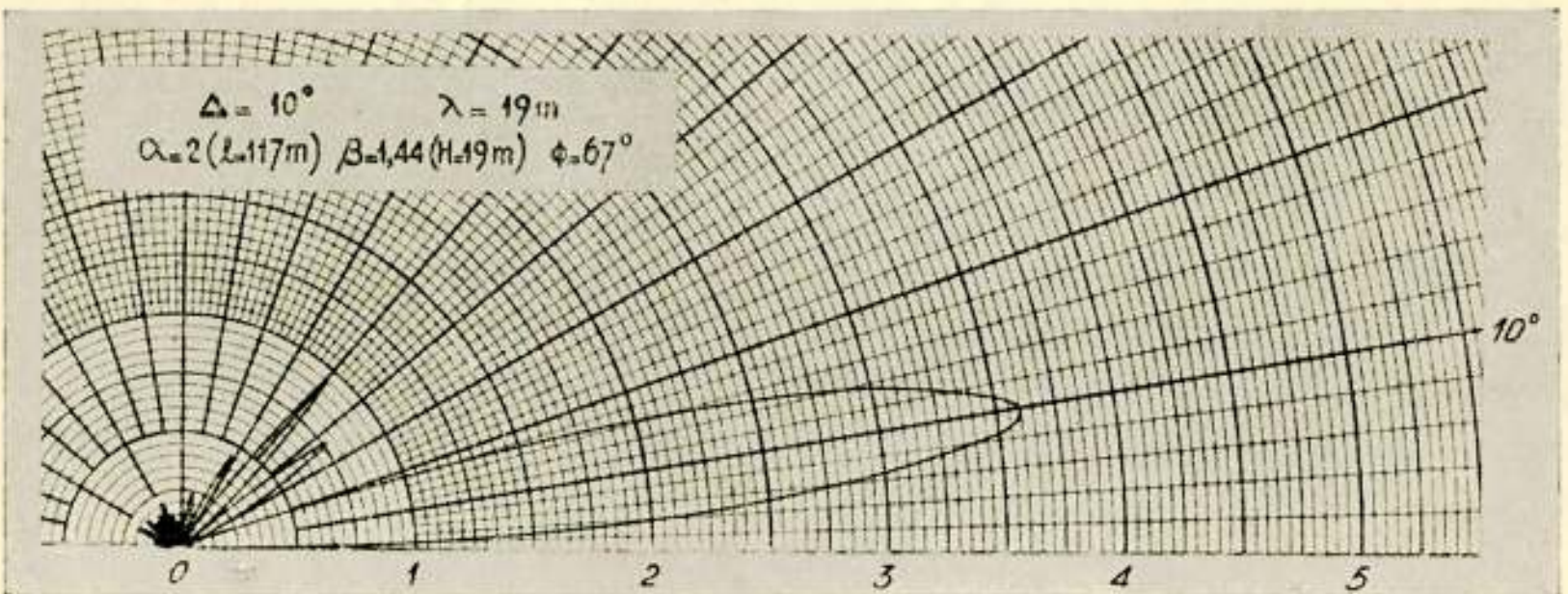
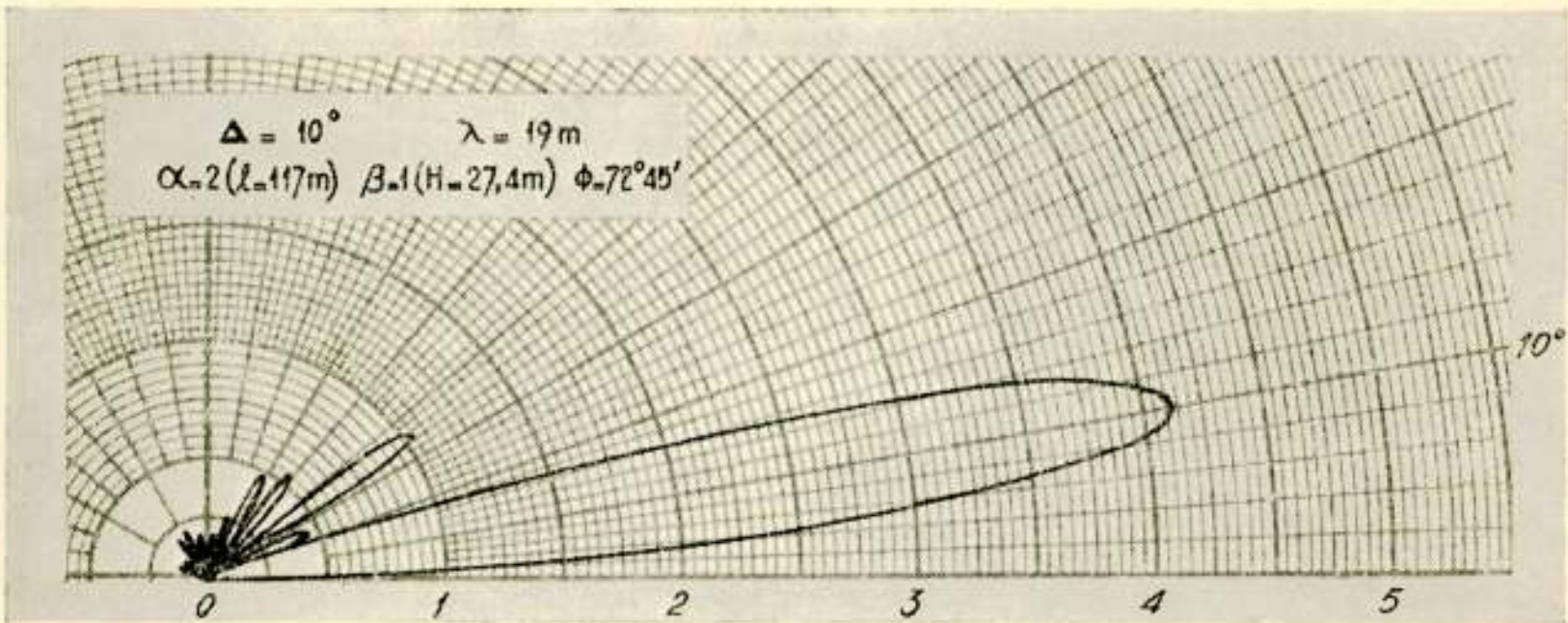
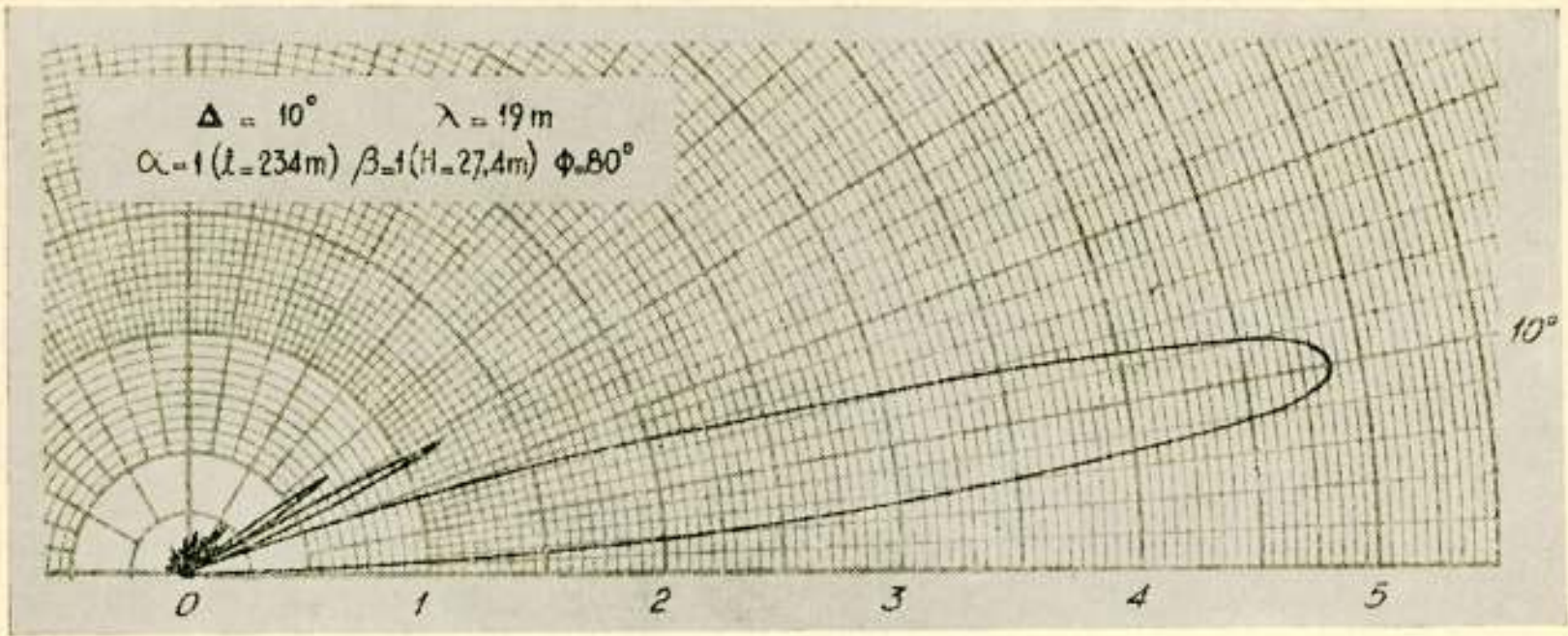


Fig. 5.

Verticale diagrammen van 3 antennes voor $\lambda = 19 \text{ m}$, $\Delta = 10^\circ$.

Personalialia

Prof. Ir B. D. H. Tellegen.

Bij Koninklijk Besluit is Ir B. D. H. Tellegen benoemd tot buitengewoon Hoogleraar aan de Technische Hogeschool te Delft, om onderwijs te geven in de electrotechniek.

Naar aanleiding van deze onderscheiding, de Voorzitter van het Nederlandsch Radiogenootschap te beurt gevallen, moge een en ander uit de loopbaan van Prof. Tellegen gememoreerd worden.

Bernardus Dominicus Hubertus Tellegen werd op 24 Juni 1900 te Winschoten geboren. Na de R.H.B.S. te Utrecht te hebben doorlopen, studeerde hij aan de T.H.S. te Delft, waar hij in Januari 1923 slaagde voor het examen van electrotechnisch Ingenieur.

Na de militaire dienstitijd trad Tellegen op 26 Mei 1924 in dienst van de N.V. Philips en werd als wetenschappelijk medewerker verbonden aan het Natuurkundig Laboratorium, waar hij thans werkzaam is als Hoofdingenieur. Gedurende de jaren dat Tellegen aan het Philips Laboratorium verbonden is, heeft hij aanzienlijke bijdragen geleverd tot de kennis van verschillende problemen die zich op radiogebied voordeden. Verscheidene publicaties van zijn hand, waarvan vele in dit Tijdschrift verschenen, leggen hiervan getuigenis af.

De eerste hiervan bewegen zich op het gebied der radiobuizen, destijds vrijwel uitsluitend trioden. In 1928 verschijnt zijn eerste publicatie over de penthode, een vinding van Tellegen, die een enorm toepassingsgebied heeft gevonden.

Nadien heeft hij zich met uiteenlopende problemen bezig gehouden. Als belangrijkste mogen eindversterkerproblemen, antenne eigenschappen, geruis in ontvangers, tegenkoppeling en eigenschappen van elektrische netwerken genoemd worden.

In 1933 ontdekt Tellegen het z.g. Luxemburg-effect. In een „Letter to the Editor” van „Nature”, deelt hij mede, dat in Eindhoven de draaggolf van de zender Beromünster gemoduleerd is met de modulatie van het zendstation Luxemburg. Destijds trok dit verschijnsel aller aandacht. Spoedig bleek dat het niet-lineaire gedrag van de Heaviside-laag hiervoor verantwoordelijk gesteld moest worden.

De publicaties van Tellegen worden gekenmerkt door een scherp stellen van de problemen, terwijl er een nauwkeurige en weloverwogen methode van werken in tot uitdrukking komt.

Wanneer men denkt aan de welwillende en van didactische gaven getuigende wijze, waarop Tellegen velen van dienst was bij het oplossen van moeilijke problemen, dan lijdt het geen twijfel, dat zijn colleges in de electrotechniek door de studenten in Delft in hoge mate zullen worden gewaardeerd.

Met zijn benoeming tot Hoogleraar, welke als een passende bekroning van het tot nu toe verrichte werk te beschouwen is, wordt Prof. Tellegen van harte gelukgewenst, waarbij de hoop uitgesproken wordt, dat zijn arbeid nog vele interessante bijdragen voor ons Tijdschrift mag opleveren.

Octrooien

Openbaar gemaakt 15 October 1947:

- O. A. 110120, kl. 95f4, N.V. Philips'. Radioontvanger, voorzien van een door éézelfde potentiometer bediende hoogfrequente en laagfrequente sterkteregeling. De potentiometer werkt als hoogfrequente sterkteregeling in het antennecircuit en als laagfrequente sterkteregeling in het tegenkoppelcircuit. De schakeling is in het bijzonder van belang voor eenvoudige ontvangers, bijv. superheterodyne reflexontvangers.
- O. A. 101734, kl. 21g31, N.V. Philips'. Instelbare weerstand voor hoge frequenties. De weerstand bestaat uit een trillingskring, gevormd door twee evenwijdige geleiders. Door op geschikte punten af te takken, krijgt men een instelbare weerstand, waarvan de reactieve component van de tussen de aansluitklemmen optredende impedantie voor de werkfrequentie zeer klein is.
- O. A. 91147, kl. 21a⁴47, N.V. Philips'. Afgeschermd raamantenne, waarvan een der uiteinden, althans voor wisselstroom, met de afscherming is verbonden. Elke winding is gelegen in een equipotentiaalvlak, dat aan bijzondere voorwaarden voldoet.

Openbaar gemaakt 15 November 1947:

- O. A. 105001, kl. 21e11a, N.V. Philips'. Inrichting voor het afwisselend toevoeren van twee of meer signalen aan een gemeenschappelijke verbruiker met behulp van als traagheidsloze schakelaars benutte versterkerbuizen, bijv. ten behoeve van meervoudige oscillografie of voor systemen voor meervoudige telefonie. De storende spanningsstoot, die ontstaan kan op het ogenblik van omschakelen, wordt opgeheven, althans aanzienlijk verkleind.

H.

Mededelingen

Commissie tot voorbereiding van het contact met radio-amateurs.

Op 12 December j.l. is door de voorzitter van het N.R.G. bovenstaande commissie geïnstalleerd, die tot taak heeft na te gaan op welke wijze en op welke onderwerpen het mogelijk is, gebruik te maken van de diensten van radio-amateurs in internationaal verband, voor het verrichten van waarnemingen.

De commissie is samengesteld uit de Heren Ir B. van Dijl, Dr H. J. Groenewold, Ir M. Polak, Ir J. Roorda.

U.R.S.I.

Het VIIIe internationale congres zal gehouden worden van 12 tot 22 Juli 1948 te Stockholm. Leden van het genootschap, die hieraan denken deel te nemen worden verzocht dit zo spoedig mogelijk aan de secretaris mede te delen.

Boekbespreking

R. T. Beatty: Radio Data Charts, 4e ed., 7 sh. 6 d. — Iliffe and Sons Ltd, Londen 1945-47.

In dit boekje zijn een groot aantal formules, van belang voor de radiotechniek en aanverwante wetenschappen, bijeengebracht in de vorm van nomogrammen. Naast de meer eenvoudige (wet van Ohm, verband L, C, f, enz.) welke men vaak aantreft, vindt men vele gegevens over zelfinductie en wisselstroomweerstand van spoelen, selectiviteit, koppelcoëfficiënten van m.f.-transformatoren, constructie van voedingstransformatoren, smoorspoelen, enz. De uitvoering is zeer goed verzorgd: de nomogrammen zijn uniform van opzet, maken een rustige indruk en zijn met behulp van een sleutel zonder raadpleging van de tekst te hanteren. Het is jammer, dat de basis-formules daarin niet zijn afgedrukt. Als licht bezwaar kan voor Nederlandse gebruikers de inch als lengtemaat (o.a. ook in een afgeleide maat als „kilolines per sq. in.") worden genoemd. Alles bij elkaar toch een aantrekkelijk boekje, dat in menige behoefte van ontwerpers kan voorzien.

K.

Radiolampen vademecum 1948. P. H. Brans. Antwerpen. 144 + 200 + 96 blz.

Dit werk beoogt een zo volledig mogelijke, overzichtelijke lijst te bieden van alle bestaande buizen, die in de radiotechniek toepassing vinden, met hun gegevens, die voor de gebruiker van belang zijn. Een der opgenomen advertenties begint met de woorden: „Tube or valve, no matter how you name it". Men zou dit vrij kunnen vertalen door: buis of lamp, enz. In dit boek wordt gesproken van „lampen", hoewel de nieuwere benaming „buizen" een enkele keer voorkomt. Behalve diodes, triodes, tetrodes, pentodes, menglampen en gecombineerde lampen voor zenders en ontvangers zijn opgenomen: stroomregellampen, thermokruisen, kathodestraalbuizen, iconoscopen, afstemindicatoren, ontladingsbuizen (spanningsregelaars), foto-electrische cellen, thyratrons, magnetrons, klystrons, buizen met secundaire emissie, electronentellers (Geiger counters).

Men vindt opgegeven: de type-aanduiding, de fabrikant, gloeistroom, gloei-spanning, anodespanning, anodestroom, negatieve roosterspanning, steilheid, versterkingsfactor, inwendige weerstand, anodeweerstand, kathodeweerstand, anodedissipatie, afgeleverd vermogen en verdere eventueel van belang zijnde gegevens, alsmede de hulsaansluitingen.

De rangschikking is systematisch, zodat het opzoeken in deze verzameling van ongeveer 10.000 verschillende typen eenvoudig is. Aan ieder, die wel eens met buizen van allerlei fabrikaat te maken heeft, zullen deze tabellen nuttige diensten kunnen bewijzen. Zelden of nooit zal men dit boek tevergeefs raadplegen.

W.

Ontvangen Tijdschriften enz.

Journal of the Franklin Institute, November, December, 1947.

Wireless Engineer, December 1947, Januari 1948.

Proceedings Cambridge Philos. Soc. 44 (part I) Jan. 1948.

Radio Revue, November 1947.

De Ingenieur, Jrg. 59, Nrs 47-52. Jrg. 60, Nrs 1-5.

Radio Expres, Jrg. 24, Nrs 19-24. Jrg. 25, Nrs 1-2.

Bulletin Mensuel de l'U.R.S.I. November, December 1947, Januari 1948.

Transactions of Chalmers University of Technology Gothenburg, Sweden. Afd.

Electrotechniek en Afd. Algemene Wetenschappen. Insulation level and Coordination of Insulation in Electric Low-tension Plants, by C. E. Olsson. On the Spherical and Spheroidal Wave Functions, by Olof. E. H. Rydbeck. On the Propagation of Radio Waves, by Olof. E. H. Rydbeck. A Theoretical Survey of the Possibilities of Determining the Distribution of the free Electrons in the upper Atmosphere, bij Olof. E. H. Rydbeck.

Ericsson Review, Nrs 2-4, 1947.

Verslag van het examen Radio-technicus en monteur gehouden in October, November en December 1947

Het schriftelijk examen Radio-technicus en Radio-monteur werd gehouden op 9 en 10 October 1947. Aangemeld hadden zich 120 kandidaten voor technicus (waarvan teruggetrokken 14) en 157 voor monteur (waarvan teruggetrokken 5). Wegens onvoldoend schriftelijk examen werden afgewezen 38 kandidaten technicus en 32 kandidaten monteur, zodat voor het mondeling gedeelte werden opgeroepen 68 kandidaten technicus en 120 kandidaten monteur, welk mondeling examen werd gehouden op 17, 18, 24, 25 November en 8, 9, 15, 16 December 1947.

Afgewezen werden 39 kandidaten technicus en 48 kandidaten monteur, terwijl 3 kandidaten monteur voor een herexamen in aanmerking werden gebracht (1 kandidaat niet opgekomen).

Geslaagd zijn in totaal 29 kandidaten technicus en 68 kandidaten monteur.

De onbevredigende uitslag van de examens, blijkende uit het geringe aantal geslaagden, is voor de examencommissie aanleiding tot het maken van de volgende opmerkingen.

Bij zeer vele kandidaten werd een volkomen gebrek aan begrip van de eenvoudigste zaken geconstateerd. Zonder inzicht van buiten geleerde formules en regels hebben weinig of geen waarde.

Enkele herhaaldelijk gebleken tekortkomingen mogen hier volgen.

Om op het schriftelijk examen een vraagstuk of opgave naar behoren te

kunnen maken is het noodzakelijk, dat men zich daarin veelvuldig heeft geoefend. Bij velen blijkt dit niet het geval geweest te zijn.

Een radiomonteur moet weten, wat men verstaat onder steilheid, inwendige weerstand en versterkingsfactor van een buis en deze grootheden uit de karakteristieken kunnen bepalen. De wetten van Ohm en van Kirchhoff moet hij niet alleen kennen, doch ook kunnen toepassen.

Een radiotechnicus moet wisselstroomvraagstukken vlot kunnen oplossen met behulp van complexe getallen. Het rekenen met complexe getallen wordt gewoonlijk alleen als recept geleerd; men staat er huiverig tegenover, beschouwt het als een geheimzinnige toverformule en past het liever niet toe. Ook vectorvoorstellungen worden dikwijls niet goed begrepen.

De meeste kandidaten zien niet in, dat het begrip admittantie even belangrijk is als het begrip impedantie en dat men bij serieschakelingen het best met impedanties, doch bij parallelschakelingen beter met admittanties kan rekenen.

Velen missen het juiste begrip van een logaritmische schaalverdeling.

De verklaring van de werking van een versterker biedt zeer vaak grote moeilijkheden. Op de vraag, waarom bij een laagfrequent-versterker de versterking der lage en der hoge frequenties afneemt, wordt zelden een bevredigend antwoord gegeven. De theorie van de audiotransformator is voor een technicus belangrijk en toch niet moeilijk, doch wordt zelden behoorlijk gekend.

De praktische toestelkennis liet zeer veel te wensen over, slechts zeer weinig kandidaten voldeden aan de verwachtingen.

Zeer eenvoudige metingen konden niet naar behoren worden uitgevoerd. Ook van degenen, die nog niet in de radiopractijk werkzaam zijn, wordt een behoorlijke praktische toestelkennis vereist. Deze kan alleen worden verkregen door zelf onderzoekingen en metingen aan een apparaat te verrichten. Vooral aan dit onderdeel van het examen moet veel meer aandacht worden geschonken. Een technicus moet toch ook iets kunnen *doen*.

Bovenstaande opsomming is verre van volledig, doch moge zowel voor de kandidaten als voor de opleidingsinstituten een aanwijzing zijn, waar de oorzaken van vele mislukkingen zijn gelegen.