

Tijdschrift van het NERG

Correspondentie adres: postbus 39, 2260 AA Leidschendam. Internet: www.nerg.nl
Gironummer 94746 t.n.v. Penningmeester NERG, Leidschendam.

DE VERENIGING NERG

Het NERG is een wetenschappelijke vereniging die zich ten doel stelt de kennis en het wetenschappelijk onderzoek op het gebied van de elektronica, signaalbewerking, communicatie- en informatietechnologie te bevorderen en de verbreiding en toepassing van die kennis te stimuleren.

BESTUUR

prof.dr.ir. W.C. van Etten, voorzitter
prof.dr.ir. A.P.M. Zwamborn, vice-voorzitter
dr. M.J.C. van den Homberg, secretaris
ir. A.A. Dogterom, penningmeester
dr.ir. T.J. Tjalkens, programma-manager
G. van der Schouw, voorzitter onderwijscommissie
dr.ir. A.B. Smolders, tijdschrift-manager
ir. R.J. Kopmeiners, web-site beheerder
dr.ir. W.M.C. Dolmans
ing. J.S.A. van Proosdij

LIDMAATSCHAP

Voor het lidmaatschap wende men zich via het correspondentie-adres tot de secretaris of via de NERG website: <http://www.nerg.nl>. Het lidmaatschap van het NERG staat open voor hen, die aan een universiteit of hogeschool zijn afgestudeerd en die door hun kennis en ervaring bij kunnen dragen aan het NERG. De contributie wordt gegeven per kalenderjaar en is inclusief abonnement op het Tijdschrift van het NERG en deelname aan vergaderingen, lezingen en excursies.

De jaarlijkse contributie bedraagt voor gewone leden f 75,- (vanaf 1 jan. 2001 f 95,-) en voor studentleden f 39,- (vanaf 1 jan. 2001 f 50,-). Bij automatische incasso wordt f 3,- korting verleend. Gevorderde studenten aan een universiteit of hogeschool komen in aanmerking voor het studentlidmaatschap. In bepaalde gevallen kunnen ook andere leden, na overleg met de penningmeester voor een gereduceerde contributie in aanmerking komen.

HET TIJDSCHRIFT

Het tijdschrift verschijnt vijf maal per jaar. Opgenomen worden artikelen op het gebied van de elektronica, signaalbewerking, communicatie- en informatietechnologie. Auteurs, die publicatie van hun onderzoek in het tijdschrift overwegen, wordt verzocht vroegtijdig contact op te nemen met de hoofdredacteur of een lid van de Tijdschriftcommissie.

Toestemming tot overnemen van artikelen of delen daarvan kan uitsluitend worden gegeven door de redactiecommissie. Alle rechten worden voorbehouden.

TIJDSCHRIFTCOMMISSIE

dr. ir. A.B. Smolders, voorzitter.
Philips Semiconductors,
DSC-N, Nijmegen,
E-mail: Smolders@ieee.org
ir. H.J. Visser, hoofdredacteur.
TNO-IND, Postbus 6235,
5600 HE Eindhoven,
E-mail: Visser@ieee.org
ir. G.W. Kant, redactielid.
ASTRON Dwingeloo,
E-mail: kant@nfra.nl

Deze uitgave van het NERG wordt verzorgd door:



ISSN 03743853



INHOUD

Van de redactie	184
<i>Huib Visser</i>	
De NERG website, www.nerg.nl	185
Uitreiking Vederprijs 1999	187
The new generation front ends for the Westerbork Synthesis Radio Telescope	190
<i>ir. G.H. Tan</i>	
Transformaties en impedan- ties: over formeel rekenen en fysisch interpreteren	200
<i>prof. R. Boute</i>	
Proefschriften	217
Aankondigingen & Oproepen	224
Ledenmutaties NERG	224

Uitgever: drs. N. Louis
Advertenties: M. de Boer
tel: (0570) 648718
E-mail: MdeBoer@kluwer.nl
fax.: (0570) 619904
Opmaak: Henk Visscher, Zutphen

Van de redactie

Huib Visser
hoofdredacteur
visser@ieee.org



Traditiegetrouw (al sinds 1988) is het laatste nummer van het jaar van het Tijdschrift het zogenaamde 'proefschriftnummer'. Ook dit jaar, dat gekenmerkt werd door vernieuwing en aanpassing van het Tijdschrift, willen we niet met deze traditie breken. Wel wijken wij af van de vorm. Het op één na vorige 'proefschriftnummer' nam 60 pagina's in beslag, het vorige zelfs 84 en hoewel wij als redactie een warm gevoel krijgen van meer kopij (wat dat betreft heeft in ieder geval de redactie een warm 2000 gehad), moeten wij helaas ook op de financiën letten. Dit heeft ons ertoe genoopt het proefschriftenoverzicht beperkt te houden tot een opsomming van titels, auteurs, promotiedata en promotors. In dit 'proefschriftnummer' treft u dus geen samenvattingen aan! Met deze drastische inkorting van het proefschriftenoverzicht is niet alleen het toegestane aantal pagina's Tijdschrift voor dit jaar niet overschreden, maar tevens is de broodnodige ruimte gecreëerd voor overige kopij in dit laatste nummer van het jaar. Als redactie willen wij hier nogmaals, met nadruk, onze wens uitspreken om het aantal num-

mers van het Tijdschrift uit te breiden van vijf naar zes.

Naast de overduidelijke gevolgtrekking dat er de laatste jaren een groei valt waar te nemen in het aantal promotieonderzoeken op ons vakgebied, valt het de redactie ook op dat promoveren steeds meer een buitenlandse aangelegenheid lijkt te worden. Zou het zo zijn dat de net afgestudeerde ingenieur aan één der Nederlandse universiteiten kiest voor 'het grote geld' in plaats van het kennelijk financieel toch minder gewaardeerde onderzoek? Is er een omgekeerd evenredige relatie tussen de groei van de economie en de interesse in promotieonderzoek? Zijn er andere redenen? Wellicht kan dit de aanzet zijn tot een nieuwe discussie.

Een oude discussie, welke in dit nummer van het Tijdschrift weer aan de orde komt is die van de 'condensator-impedantie'. Uit het gedegen artikel van professor Boute (Universiteit Gent) moge duidelijk zijn dat over dit onderwerp het laatste woord nog niet gezegd was. Ten aanzien van discussies in het algemeen wil ik graag uw aandacht

vestigen op het artikel van Rob Kopmeiners, onze NERG-Webmaster. Met name wil ik u erop wijzen dat de NERG website de mogelijkheid biedt tot het voeren van discussies via het web. Zo kan een discussie, geïnitieerd in het Tijdschrift, via het web worden voortgezet en na verloop van tijd weer terugkomen in het Tijdschrift. Op deze wijze kunnen beide media elkaar op een efficiënte wijze aanvullen.

Het afgelopen jaar is een 'jaar in beweging' geweest voor het NERG als geheel en zeker ook voor het Tijdschrift van het NERG. Als tijdschriftcommissie van het NERG (zelf prefereren wij ons 'redactie' te noemen) hopen wij dat het volgende jaar niet anders zal zijn. Blijft u ons vooral kopij sturen en schroomt u niet om discussies op gang te zetten.

Namens de redactie van het Tijdschrift van het NERG wens ik u en de uwen een gelukkig kerstfeest en een zeer voorspoedig 2001!



De NERG website, www.nerg.nl

Rob Kopmeiners
webbeheerder@nerg.nl



Hoewel mogelijk niet iedereen de beschikking heeft over een internet verbinding, is de NERG website een integraal onderdeel van de NERG activiteiten. Het NERG bestuur streeft er naar de leden die niet *on-line* zijn van voldoende informatie en gemakken te voorzien. Zoals echter uit dit artikel zal blijken, zijn de diensten op de website niet zo zeer een alternatief maar eerder een aanvulling van de oude vertrouwde diensten. Bovendien worden de diensten op de website steeds verder uitgebreid. Het verdient dan ook de aanbeveling om toch zo spoedig mogelijk aansluiting op het internet te verkrijgen, mocht dit nog niet het geval zijn. De website bestaat reeds drie jaar en sindsdien zijn de diensten en navenant ook de bezoekersaantallen gestegen. Gemiddeld komen er iets minder dan 10 bezoekers per dag. Niet echt slecht, maar voor een vereniging van 700 personen mag dat getal best omhoog. De doelstelling van de website is de leden van relevante informatie en diensten te voorzien. Veel poespas en multimedia-geweld ontbreekt, de inhoud en opmaak is zakelijk en sober, geheel in stijl met het karakter van het NERG. Dit jaar zijn er een aantal significante verbeteringen doorgevoerd. Jaren heeft het NERG dankbaar gebruikt gemaakt van

de *server* op de TU Eindhoven. Wegens beveiligingsaspecten was het echter niet mogelijk een aantal diensten op de website aan te bieden. Daarom is de website verplaatst naar een professionele *host-provider*. Voor u blijft het adres echter hetzelfde: www.nerg.nl.

De bestaande diensten zijn behouden of verbeterd. De volgende zaken zijn onder de virtuele knoppen van de website te vinden:

- Presentatie van het NERG, oftewel de *homepage*.
- Informatie over verenigingszaken, zoals lid worden, donateur worden, bestuur en contactpersonen, jaarverslagen, statuten en huishoudelijk reglement.
- Aankondigingen van nieuwtjes en conferenties die enigszins verband houden met het NERG. Iedereen die een interessante aankondiging heeft kan die sturen naar webmaster@nerg.nl.
- Themabijeenkomsten zijn belangrijke activiteiten binnen het NERG en de website biedt ook een uitgebreid dienstenpakket aan. Er is een overzicht van voorgaande en komende themabijeenkomsten.

Aanmelden via de website is efficiënt en goedkoop (minder dan een postzegel!). Naast de gebruikelijke routebeschrijving van de convocaten is er ook een automatische link met een routeplanner van Routenet. Om als eerste op de hoogte te zijn van de komende themabijeenkomst (eerder dan met *snail-mail*: de post), kunt u zich inschrijven voor de emailverzendinglijst.

- Het Tijdschriftarchief is nog niet geheel uitgewerkt en bevat slechts een aantal samenvattingen. Dit zal het belangrijkste verbeterpunt zijn voor de komende tijd, waarbij voor leden het hele nummer van Het Tijdschrift op *pdf*-formaat beschikbaar is.

Naast deze reeds bestaande diensten, zijn er enkele belangrijke wijzigingen en toevoegingen dit jaar doorgevoerd:

- Het uiterlijk is geheel vernieuwd, consistent met de nieuwe NERG huisstijl.
- De bereikbaarheid van het NERG is verbeterd door eigen emailadressen zoals redactie@nerg.nl voor de redactie van dit blad, secretariaat@nerg.nl voor berichten aan het secretariaat

en webbeheerder@nerg.nl voor al uw vragen betreffende de website.

- Nieuw is ook een Discussieplatform. Dit blijkt nog een onontdekte bron van informatie. Hopelijk zullen vele bezoekers – leden en niet-leden – elkaar daar kunnen vinden voor relevante en minder relevante informatie en discussies. Een typisch voorbeeld is de discussie over condensator-impedanties zoals die in dit tijdschrift is gevoerd: Het Discussieplatform op de website is hiervoor veel geschikter...

- Sinds kort is er een sectie op de website die alleen toegankelijk is voor de leden. Behalve een recente ledenlijst is er ook exclusieve informatie te vinden zoals presentaties van themabijeenkomsten (voor zover beschikbaar). De toegang is beveiligd met een gebruikersnaam en wachtwoord. De gebruikersnaam is het lidnummer dat rechtsboven op de adressticker te vinden is. Het wachtwoord is uw postcode, aan elkaar, met hoofdletters. Heeft u problemen met de toegang, stuur dan een email naar webbeheerder@nerg.nl.

Het internet is een dynamisch en snel medium en alleen interessant als het continu wordt bijgehouden en vernieuwd. Dit geldt ook voor de NERG website. Uw bijdrage wordt daarbij op prijs gesteld, zodat er niet een simplex maar een duplex verbinding ontstaat. Daartoe is het internet ook ontworpen! Email, formulieren en het discussieplatform staan hierbij tot uw beschikking. Ik zou haast zeggen: [klik hier om verder te gaan...](#)



Stelling

"Er is geen beloning zonder risico"

proefschrift van T.I. Ojanperä, MULTIRATE MULTI-USER DETECTORS FOR WIDEBAND CODE DIVISION MULTIPLE ACCESS, Delft, 23 november 1999

Uitreiking Vederprijs 1999



Voorwoord van de redactie

In juni 2000 vond de jaarlijkse uitreiking van de Vederprijs plaats. Het bestuur van het Wetenschappelijk Radio Fonds Veder kende de Vederprijs 1999 toe aan dr. J. Haartsen voor zijn bijzondere bijdrage aan de vernieuwing van de draadloze digitale communicatie over korte afstand in huis en aan ir. G. H. Tan voor zijn bijzondere

bijdrage aan de vernieuwing van het ontvangersysteem van de Radiotelescoop te Westerbork. De consideransen, uitgesproken bij deze plechtigheid, vindt u hieronder weergegeven. Namens het NERG feliciteren wij dr. Haartsen en ir. Tan.

Considerans Haartsen

In zijn vergadering van 4 februari 2000 heeft het bestuur van het Wetenschappelijk Radio Fonds Veder besloten de Vederprijs 1999 toe te kennen aan dr. J. Haartsen voor zijn bijzondere bijdrage aan de vernieuwing van de draadloze digitale communicatie over korte afstand in huis.

Stelt u zich eens voor dat de volgende keer dat de jus d'orange in uw koelkast opdraakt, uw koelkast geheel uit zichzelf een bericht stuurt naar uw mobiele telefoon die op zijn beurt uw computer instrueert om de aankoop van dit sap op uw elektronische boodschappenlijst te zetten. Toepassingen zoals deze kunnen over enkele jaren in miljoenen huizen normaal zijn.

Om dit soort zaken te kunnen realiseren moet communicatie tussen allerlei apparaten in huis zo flexibel mogelijk zijn en zichzelf op gang brengen. Communicatie dus, die geen moeite hoeft te doen om te leggen koperdraad of glasvezel nodig heeft. Dank zij de ontwikkeling van 'Bluetooth' kan dit worden gerealiseerd.

En als we 'Bluetooth' zeggen dan denken we niet alleen aan de Deense koning die van 940 tot 981 met harde hand over Denemarken en Noorwegen regeerde, maar ook aan Jaap Haartsen. Jaap heeft in opdracht van de firma Ericsson een draadloze communicatiemethode, over radio dus, gerealiseerd met zeer flexibele maar ook robuuste eigenschappen. Een methode die voldoet aan die eigen-

schappen die nodig zijn om wereldwijd gebruikt te kunnen worden voor een ondenkbaar aantal toepassingen. Ik zal u kort enkele eigenschappen van zijn ontwikkeling melden.

Als eerste noem ik de radio-interface die is ontworpen. De communicatie vindt plaats in een wereldwijd beschikbare frequentieband waarvan een groot aantal andere toepassers ook gebruik maken. We hebben het dan over de ISM-band rond 2,45 GHz. Er is een zeer robuuste transmissiemethode gekozen om betrouwbare communicatie mogelijk te maken in een omgeving met zeer hoge ruiswaarden. Dit moet wel, want in deze band zit ook onze magnetron-oven en met een kilowatt aan vermogen in de oven lekt er altijd wel een watt of zo langs de randen van de oven naar buiten.

Op dit radiokanaal is een zelf ontworpen protocol geplaatst dat onder meer voorziet in een communicatiemogelijkheid voor zowel tijdkritische, de zogenaamde real time informatie, als de minder tijdkritische toepassingen. Bovendien is er een zeer dynamisch netwerkprotocol ontworpen dat flexibel en automatisch netwerken kan configureren op basis van de momentaan aanwezige apparaten binnen de werkingssfeer. Ongemerkt worden master en slave rollen bepaald op zodanige wijze dat een vloeiende onderlinge communicatie tussen apparaten wordt gerealiseerd. Dit alles is op één enkele chip ondergebracht.

Het is niet verbazingwekkend dat een dergelijke ontwikkeling veel volgelingen krijgt. Meer dan 1500 bedrijven over de gehele wereld scharen zich achter deze techniek. Voor een belangrijk deel is dat ook zo, omdat Ericsson besloten had de standaard van 'Bluetooth' vrijelijk ter beschikking te stellen aan iedereen. Dit veroorzaakte een ware explosie van belangstelling voor het systeem. Voorwaar geen gering succes voor onze landgenoot, en uiteraard voor Ericsson.

Het doet het bestuur dan ook groot genoeg om Jaap Haartsen dit jaar de Vederprijs toe te kennen voor zijn verdiensten. Hij heeft blijk gegeven een aantal ontwikkelingen met succes en vernieuwend te kunnen combineren en zodoende een betrouwbaar radiopad te kunnen realiseren in een zeer dynamische en 'lastige' omgeving.



dr. Haartsen ontvangt de prijs uit handen van mw. F. Kesters, achterkleindochter van de oprichter van het Wetenschappelijk Radiofonds Veder en huidige voorziter.

Considerans Tan

In zijn vergadering van 4 februari 2000 heeft het bestuur van het Wetenschappelijk Radio Fonds Veder besloten de Vederprijs 1999 toe te kennen aan ir. G. H. Tan voor zijn bijzondere bijdrage aan de vernieuwing van het ontvangersysteem van de radiotelescoop te Westerbork.

De heer Tan studeerde af aan de Universiteit Twente in 1987 als elektrotechnisch ingenieur met als specialiteit microgolf-technieken. In dienst van de Stichting ASTRON (Stichting Astronomisch Onderzoek in Nederland), werd hij de projectmanager en tevens hoofdontwerper voor het project "Multi Frequency Front End ontvangers". Het doel van het project was het hoog-frequent

gedeelte van de ontvangers van de Westerbork Synthese Radio Telescoop grondig te vernieuwen. In concreto was het doel de capaciteit, de gevoeligheid en de flexibiliteit van de radiotelescoop aanzienlijk te vergroten om hem weer vele jaren een belangrijke rol te laten spelen in de wereld van de radio-astronomie.

De synthese radiotelescoop te Westerbork bestaat uit 14 parabolische reflectoren met een diameter van 25 meter, elk uitgerust met een zogenoemde front-end-ontvanger in het brandpunt van de reflector. Het front-end ontvangt signalen uit de ruimte, versterkt ze en mengt ze naar een midden-frequentie. Daarna worden de signalen via kabels naar een centrale processing-eenheid gebracht om gecorrigeerd te worden. Dit levert de gegevens om van het waargenomen gebied aan de hemel en op de waargenomen golflengte een radiokaart te maken. Voor de interpretatie van deze gegevens door de astronomen is het essentieel om snel van frequentie te kunnen wisselen en met grote gevoeligheid en nauwkeurigheid te kunnen waarnemen.

Het was dus van essentieel belang het frequentiebereik van de ontvanger zo groot mogelijk te maken. Dit werd voor Tan de eerste uitdaging, want in het brandpunt van de parabolen is slechts een zeer beperkt volume van circa één kubieke meter beschikbaar. Het is hem gelukt niet minder dan 8 verschillende uiterst gevoelig ontvangers met feeds en al voor frequentiebanden tussen 250 MHz en 8,6 GHz in één ontvanger te combineren. Alle ontvangers werden ook dubbel uitgevoerd, dit om de beide lineaire polarisatie-componenten van de ontvangen signalen te kunnen meten.

In de radioastronomie zijn de signalen ontvangen uit het heelal uiterst zwak en alle ontvangers dienen zeer gevoelig te zijn. Om dit te bereiken werd een wellicht nog moeilijker uitdaging aangegaan: het cryogeen koelen van alle voorversterkers, inclusief feed-componenten, voor alle vijf microgolfbanden. Dit werd opgelost door de ontvangers te monteren in een draaibare cryostaat, gekoeld door een helium koelmachine tot op een temperatuur van 20 Kelvin.

Het ontwerp en realisatie van een lokaal oscillator-systeem voor alle waarneembanden heeft ook de nodige hoofdbrekens gekost. Tan heeft hiervoor een complexe, zeer stabiele, fase-coherente breed-

band microgolf-synthesizer ontworpen met de voor dit doel vereiste fase-nauwkeurigheid van enkele graden. Ten behoeve van spectrale analyse kunnen alle waarneembanden in stappen van 1 MHz afgetast worden.

De ontwerpfase leidde tot een prototype ontvanger, die eerst uitvoerig getest werd.

Daarna werd de serieproductie van 15 ontvangers gestart. In de loop van 1999 werden alle ontvangers in de telescopen geïnstalleerd en getest. Een voorbeeld van de flexibiliteit van het nieuwe waarneemsysteem is de plotselinge inzet van de radiotelescoop voor het detecteren van de niet reagerende Mars Polar Lander in de loop van februari 2000. Dankzij het nieuwe ontvangersysteem kon Westerbork als één van de weinige radiotelescopen ter wereld ook ontvangen ruim buiten de voor de radio-astronomie vrijgehouden banden en had daarbij de grootste gevoeligheid.

Een flexibiliteit zoals de nieuwe front-end-ontvanger die heeft gegeven aan de bestaande radiotelescoop, komt men zelden tegen. Meestal kan precies dat waarvoor het geheel is bedoeld en geen millimeter meer. Alleen in apparatuur ontworpen en gebouwd door radiozendamateurs treft men dit soort extra's regelmatig aan. Nog steeds proberen zij te gaan tot de grenzen van het technisch mogelijke. Het moet deze mentaliteit van de zendamateur Tan, oftewel PE1DAW zijn geweest, die tot dit buitengewone ontwerp geleid heeft.

De heer Tan heeft als project-manager het project van begin tot einde geleid en bovendien als ontwerper een aanzienlijk deel van het ontvangersysteem ontwikkeld. Hij werd bijgestaan door een team ingenieurs en technici van ASTRON (Stichting Astronomisch Onderzoek Nederland). Ook buiten ASTRON, o.a. bij de TU Eindhoven, heeft Tan de nodige steun gekregen. Het bestuur van het Wetenschappelijk Radio Fonds Veder feliciteert de heer Tan en alle participanten in dit uitdagende project.



Ir. Tan ontvangt de prijs uit handen van mw. F. Koster.

Stelling

"Vanwege de beperkte presentatietijd op wetenschappelijke conferenties, worden steeds vaker de resultaten gepresenteerd in plaats van een discussie van de gebruikte methode"

proefschrift van A. Abubakar, THREE-DIMENSIONAL NONLINEAR INVERSION OF ELECTRICAL CONDUCTIVITY, Delft, 9 oktober 2000.

The new generation front ends for the Westerbork Synthesis Radio Telescope

Ir. G.H. Tan

European Southern Observatory,
Garching bei München, Germany
ghtan@eso.org



Preface

Starting at the end of the eighties and continuing during the nineties the Westerbork Synthesis Radio Telescope (WSRT) [1] was subject of a major upgrade. The purpose was to overhaul it thoroughly and, more important, to put it again in a position at the forefront of radio telescopes in the world for the present millennium.

Probably the largest sub-project of this general upgrade was the development and construction of new front ends for the whole WSRT array that consists of 14 telescopes. This sub-project has become known as the Multi Frequency Front End (MFFE) project, the name reflects the increased wideband frequency coverage of this new instrument. The frequency agility of the new front ends is one of the main advantages of the design enabling new areas of astronomical research.

This article presents a review of several important aspects of the MFFE project. Chapter 2 starts with a description of the background addressing three major aims that acted as a guideline for the project.

Technical aspects of the MFFE design are described in chapter 3. This chapter summarizes the system design including functional lay out and mechanical design. Especially in terms of sensitivity and long term stability the requirements for these receivers are different from what is normally necessary for other receiver applications.

Some proof of the pudding with respect to the capabilities of the new front ends is given in chapter 4. Although the installation and operation of the complete MFFE's is of a very recent date, an impression of its performance can be given.

The conclusion in chapter 5 also addresses the future in two ways. In the first place, although the MFFE project has been completed, plans exist to continue improving the design to suit future needs

from the astronomical users. Secondly, the MFFE project has played a role as a stepping-stone towards a new generation of radio telescopes like the Square Kilometer Array (SKA) [2].

Aims of the MFFE project

The following set of three primary aims acted as a guideline throughout the project:

Opening new observational possibilities:

In general an increased sensitivity, extended spectral coverage and frequency agility of the new MFFE design should enable competitive research for a broad range of areas of astronomical interest. The addition of the 3.6 cm and 13 cm receivers are an asset for Very Long Baseline Interferometry (VLBI) [3] measurements. This holds especially for astrometry and geodetic VLBI measurements, where both wavelengths are observed simultaneously to increase the range accuracy using bandwidth synthesis techniques.

Continuous frequency coverage from 1450 MHz down to 700 MHz, with the UHF_{high} and 21 cm receivers, and the UHF_{low} receiver, covering 250 MHz through 460 MHz, will be beneficial for line studies, like neutral hydrogen, at high red shift. This capability will provide new insights for cosmology. Target-of-opportunity type observations, like super nova explosions, γ -ray bursts or the Jupiter/Shoemaker-Levy comet collision, can have an immediate follow up at the right frequency due to the frequency agility.

The availability of 14 front ends, so the whole WSRT array can be equipped, at 18 cm instead of only five old receivers makes it possible to do full mapping of the OH line.

Benefiting by technological developments:

As described below, a number of technology developments pushed the requirements for the new MFFE design. The main technology areas involved are:

- Solid-state technology: advent of High Electron Mobility Transistors and Monolithic Microwave Integrated Circuits.
- Modern Computer Aided Design tools, a/o for electromagnetic modeling and circuit design.
- Powerful cryogenic cooling systems having high reliability and needing unattended operation.
- New materials enabling light weight constructions.

Two areas in solid-state technology were important to the new front end design. The development of High Electron Mobility Transistors (HEMT) based on III-V materials like Gallium Arsenide enabled the design of Low Noise Amplifiers (LNA) with noise figures superior to those equipped with Field Effect Transistors (FET). HEMT's were mainly developed for the Direct Broadcasting Satellite (DBS) market operating around Ka band (12 GHz). At these frequencies noise figures of less than 0.8 dB are available for a single HEMT device compared to approximately 1.5 dB obtained with GaAs FET's up till then. These figures are valid for room temperature operation of the devices.

Application of HEMT's devices at cryogenic temperatures has been a major research area for NFRA as part of the MFFE project. The outcome of this research was that also at cryogenic temperatures a considerable improvement of the noise figure could be obtained for HEMT's compared to the previously employed FET's [4]. Figure 1 shows the typical noise performance expressed as noise temperature* of a L-band HEMT LNA used in the MFFE, while figure 2 shows the performance of a FET LNA of the previous generation in about the same frequency range. Both amplifiers have been designed to operate at a physical temperature of approximately 20 Kelvin.

In the nineties, the introduction of advanced Monolithic Microwave Integrated Circuits (MMIC) also contributed to the design of the new front end.

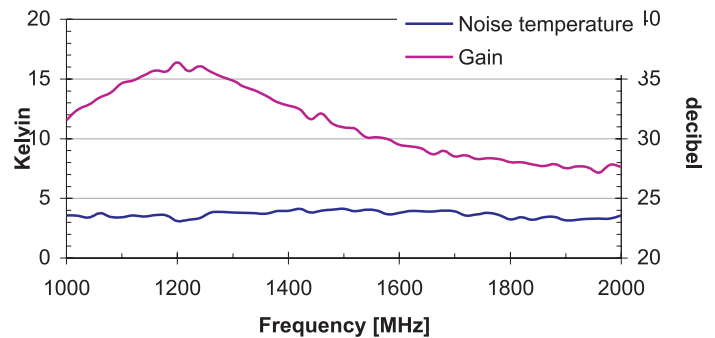


Fig. 1: noise temperature and gain vs. frequency of cooled (20 Kelvin) MFFE L-band LNA

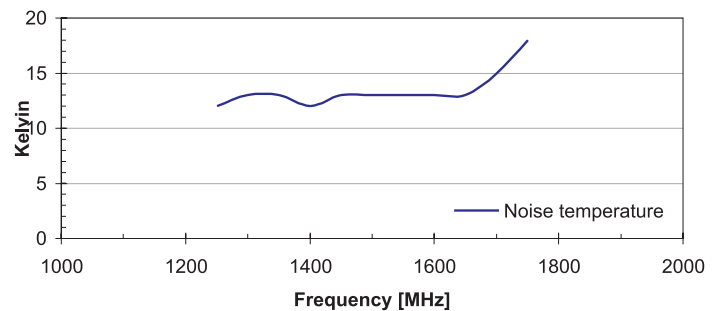


Fig. 2: noise temperature vs. frequency of old WSRT cooled (20 Kelvin) L-band LNA

MMIC resulted in high performance and functional complexity within very small dimensions. Furthermore the manufacturing process of integrated circuits leads to better repeatability and reliability compared to conventional circuits using discrete components. Also their price is relatively low. These MMICs properties perfectly matched to the needs of the necessarily highly integrated MFFE design and as a result they have been applied in the design as much as possible.

Advances in feed research and design made it possible to obtain wide band feed systems, a necessity to fulfill the front end requirements. Especially the availability of modern CAD tools to model the electromagnetic fields in arbitrary waveguide structures resulted in high performance, wide band transducers, often referenced to as Ortho Mode Transducer (OMT), to convert the waveguide signals coming from the feed to the coaxial transmission lines going to the LNA's. Figure 3 shows such a device, operating at L-band, developed in co-operation with the British company ERA Technology

(*) In radio astronomy a noise contribution is normally expressed in an equivalent noise temperature. The relationship between noise figure NF expressed in decibels and noise temperature T_e in Kelvin is:

$$T_e = (10^{NF/10} - 1) \cdot T_0, \quad \text{where } T_0 = 290 \text{ Kelvin}$$

Ltd. The component is made out of aluminum. Since the device is normally cooled to approximately 20 Kelvin, gold plating has been used to lower the heat transfer due to radiation from the environment.

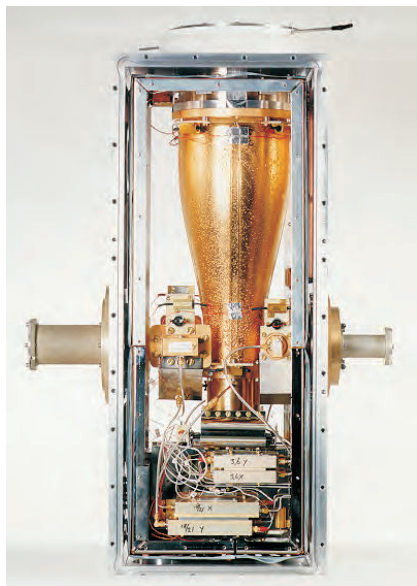


Fig. 3: L-band OMT

Another spin off in this technology area was the development of a novel, compact feed system covering three frequency bands, 92 cm, 13 cm and 3.6 cm [5]. Basis for this triple feed was an already existing design for a coaxial 92 cm feed [6]. The inner conductor of this feed was fitted with another coaxial feed system for 13 cm, while inside the 13 cm inner conductor a 3.6 cm coaxial feed was mounted. In this way a very compact feed system was created as can be seen on the photograph in figure 4.

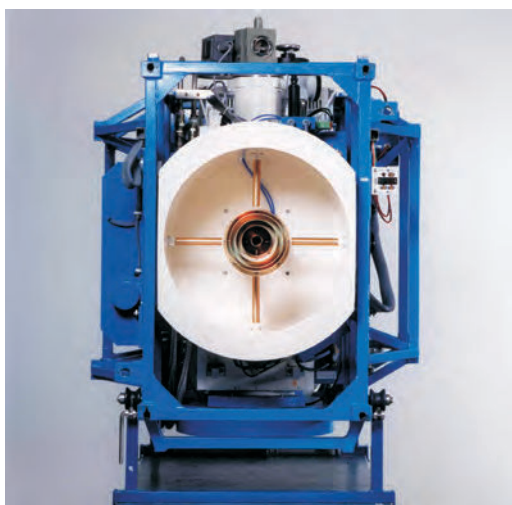


Fig. 4: front view of triple feed (92 cm, 13 cm and 3.6 cm)

Improved reliability of commercially available closed cycle cryogenic cooling machines made it feasible to cool the front ends in all 14 WSRT antennas. Combined with an advanced design for the cryostat major parts of feed systems and LNA's could be cooled down to a temperature of less than 20 Kelvin. Nevertheless the whole cryogenic system of the MFFE needs only regular maintenance after a full year of operation.

The cryogenic cooling resulted in a dramatic reduction of the receiver noise temperature, especially for the frequency ranges above 1.2 GHz.

Streamlining WSRT operations

Frequency agility, the capability of changing rapidly to another frequency or wavelength, of the new front end was the major design driver from an operational point of view. Previous front ends covered only one single wavelength at a time. Changing to another wavelength always meant removing a front end from the telescope and replacing it by another or adapting the front end and return it to the focal container of the telescope. This process of changing to another wavelength could take as long as two weeks depending on the type of front end involved. While acceptable in the first decade of WSRT operation when only standalone observations were done, with the advent of the Very Long Baseline Interferometry (VLBI) to the WSRT, this became a serious problem. VLBI observations are normally organized as campaigns that last one or two weeks several times a year. During such a VLBI campaign a number of different wavelengths have to be observed by the participating observatories. Often the WSRT could not cope with this pace, resulting in a reduced participation. This serious handicap of the WSRT had to be overcome by the new design.

During the development of the MFFE, this frequency agility proved to be beneficial from another point of view. This while radio astronomy is facing an increasing problem of interference that has a twofold background.

First of all, in the nineties a dramatic increase of spectrum usage, especially in the for astronomy important range up to 2 GHz, has been encountered. This development has directly affected radio observations, also in the frequency bands protected by international treaties under ITU supervision, and this has not passed by the WSRT as well. Interference from the GLONASS, the Russian counterpart of the Global Positioning System, and more

recently the global communication system Iridium are just a few examples.

Secondly from an astronomical point of view there was a growing requirement to observe outside the existing, protected radio astronomical frequency bands. The observation of neutral hydrogen at large red shift in the range from approximately 250 MHz to 1400 MHz is just one important example. Extensive spectrum monitoring at the WSRT site showed that some parts of this range are sometimes usable for radio astronomy when interfering signals are below a certain level. The availability of this spectrum is very dynamic and depends not only on the actual occupation of it by the legitimate user but on e.g. propagation conditions as well.

In both cases the capability of changing rapidly from one frequency to another, free of interference, is a very desirable property.

Finally, a definite rationalization of operation by using one single front end type instead of the five different models until then was obtained by the introduction of the MFFE's. Among others, this lead to a smaller stock of spare parts and people involved in service and maintenance could focus their attention on one single design.

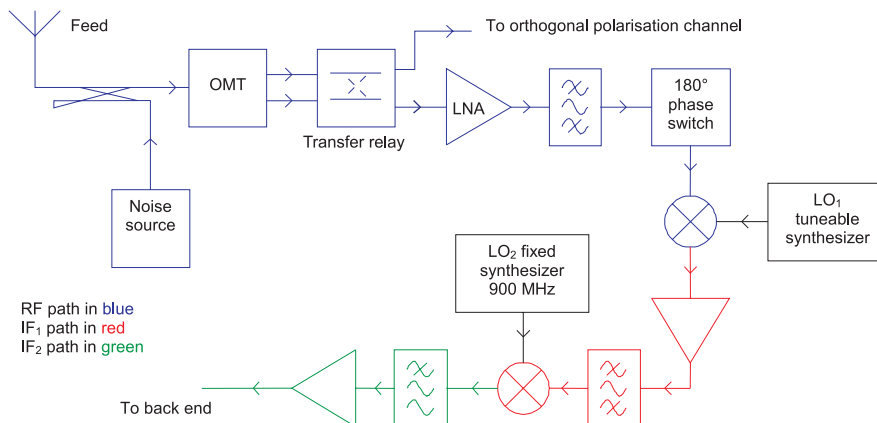
Having one single front end type also overcomes the cumbersome situation to replace one old cooled front end operating at 21 cm, 18 cm or 6 cm for an uncooled front end in one telescope in the case of failure. This event happened regularly and could seriously affect the quality of observations.

MFFE system design

Receiver block diagram

All MFFE receivers are based on the double super heterodyne principle. Figure 5 shows the basic

Fig. 5: basic receiver system lay out



MFFE functional block diagram for a single polarization channel.

The incoming EM wave focused by the parabolic reflector enters the feed and is split up in its two orthogonal components by the OMT. Between feed and OMT a noise signal can be injected through a directional coupler. This feature is used for level and polarization calibration and is explained further below.

The OMT has two outputs, one for each polarization signal. After passing through an electromechanical transfer relay, which is also used for polarization calibration, each polarization signal follows an identical receiver path. A LNA provides sufficient gain so that it largely determines the receiver overall noise performance.

Most of the OMT's, transfer relays and LNA's that operate above 1.2 GHz are accommodated in the cryostat of which the inner part is cooled down to a physical temperature of approximately 20 Kelvin to reduce their noise contribution.

After the LNA follows a RF band-pass filter. This filter suppresses the unwanted image frequency and multiple responses from the first mixer. Before the first down conversion the signal passes a 180° phase modulator. Together with a demodulator in the back end this enables a further suppression for any possible interference.

A tunable, synthesized oscillator provides a local oscillator signal for the first mixer. The frequency synthesizer is tunable in 1 MHz steps. All mixers used are passive, double balanced diode mixers.

The first IF is centered on 1 GHz and the IF₁ band-pass filters have a bandwidth of either 160 MHz, 80 MHz or 10 MHz. These band-pass filters provide the main selectivity of the receivers and set the maximum instantaneous bandwidth.

A fixed, 900 MHz, phase locked synthesizer provides the second local oscillator signal. It is used to

convert the IF₁ signal to the second IF frequency. This IF₂ is centered on 100 MHz and only low-pass filters are utilized to suppress the unwanted sideband. After further amplification in the IF₂ the received signal is sent to the central back end by coaxial cable for signal processing.

Injecting a known power level between feed and LNA does absolute power level calibration of a receiver channel. This power comes from a broadband noise source with known level that can be switched on and off to make a comparison measurement. Consecutively the power level due to the incoming EM wave can be calculated.

Polarization calibration is necessary for obtaining precise Stokes parameter measurements. In practice, this polarization calibration means that the orthogonal polarization channels in a receiver are compared to each other to resolve the differential offsets in gain and phase. In the MFFE two methods are used to determine possible offsets.

The first method is based on injecting the same signal to each orthogonal polarization channel. Any differences measured between the outputs of the polarization channels characterize the offsets. For this method the signal from the noise source, also responsible for the power level calibration, is used. Depending on the receiver the two identical signals to be injected in each of the two orthogonal polarization channels are obtained from a power splitter. For the waveguide systems above 1.2 GHz, the noise is injected into a circular waveguide at an angle of 45 degrees relative to the orthogonal, propagating TE_{11} waveguide mode.

The second method of polarization calibration uses the transfer relay between the outputs of the OMT and the LNA's of the orthogonal polarization channels. By making a through measurement and a crossed measurement and comparing the two results the offsets in gain and phase can also be determined.

For both methods the signal paths before respectively the noise injection point and the transfer relay should be identical for both orthogonal polarizations since this part can not be calibrated. In the receiver design this is being taken care off.

The mixing schemes chosen and the frequency ranges of RF, IF and local oscillator signals selected result in negligible internal spurious for all receiving frequencies. This holds except for the UHF bands where it was not possible to guarantee this without using a more complicated system design due to the relatively large tuning range. However the number of spurious products in the UHF ranges is limited to a few and the frequencies of the spurious products are known. In combination with a proper tuning of the central back end a work around for the spurious products can be made.

Signal levels and gain distribution in the receivers are chosen in such a way to minimize internal inter-modulation.

All LO_1 and LO_2 synthesizers are locked to two reference frequencies, 1 MHz and 180 MHz, coming by a single coaxial cable from a central frequency standard in the main building. A diplexer inside the MFFE splits the two reference frequencies and distributes them among the synthesizers.

Figure 6 depicts the block diagram of the tunable MFFE LO_1 [7]. This first local oscillator is an indirect phase locked loop synthesizer. YIG tuned oscillators are used to achieve a wide tuning range combined with high spectral purity. A sample of the output signal is down converted by a sampling mixer, led to a programmable digital divider and compared with the 1 MHz reference frequency. The sampling mixer is driven by a second synthesizer operating in the frequency range 180 MHz – 183 MHz and phase locked to the 1 MHz and 180 MHz references. The design is such that for all MFFE's phase coherence is guaranteed.

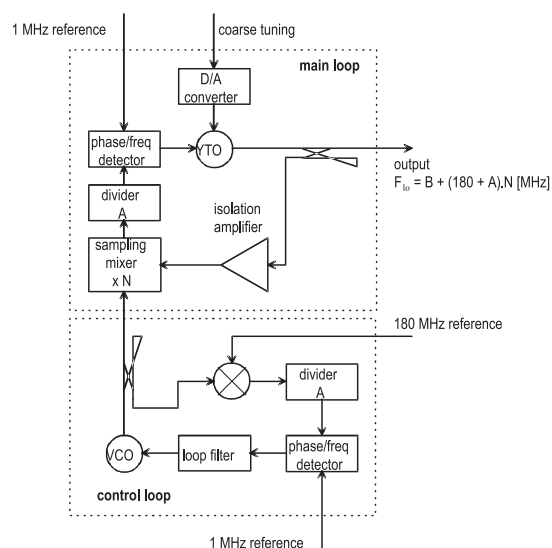


Fig. 6: LO_1 block diagram

A single embedded microcomputer is used in the MFFE control system to control and monitor all functions in different sub-systems. This control system also forms the interface between MFFE and the central WSRT computer. However the control of real time functions like 180° phase switching and noise sources can be directly controlled by separate hardware lines from the appropriate central control logic.

Finally, auxiliary systems include the temperature control circuits of the MFFE and the feed rotator drive system.

The MFFE system lay out and mechanical construction is designed in such a way that simultaneous observations are possible at the following combinations of wavelengths:

- | | |
|--------------------------------|-------------------------------|
| 1. 92 cm / 3.6 cm | 5. UHF _{low} / 6 cm |
| 2. 13 cm / 3.6 cm | 6. UHF _{low} / 18 cm |
| 3. 49 cm / 6 cm | 7. UHF _{low} / 21 cm |
| 4. UHF _{low} / 3.6 cm | |

The possibility of dual band observations will be fully operational with the advent of the new DZB back end. However due to limitations in the coaxial transmission system between front ends and back end, for dual band observations only one polarization channel per band is available.

Mechanical design

As for the previous WSRT front end types a support frame was designed and constructed of hollow metal tubes with square cross section. Figure 7 shows a 3 dimensional drawing of this frame.



Fig. 7: MFFE frame

The front of the frame (left hand side in figure 7), this plane being close to the phase center of the feed, is mounted flush onto a support structure in the front end box of the telescope. Ideally the mounting should result in a coinciding feed phase center with the focal point of the parabolic reflector.

Main requirements of the mechanical construction were as follows:

- Accommodate all necessary sub-systems in the frame. Especially for a proper functional placement of the feed systems this requirement was a challenge.
- Weight should possibly be not more than the heaviest previously used front ends. These cryogenic front ends had a weight of about 275 kilograms [8]. A considerable increase in weight was unacceptable because this would lead to strength problems in the existing telescope construction.
- Maintain a maximum deviation of approximately 1 mm in both lateral and axial directions between the feed phase center and the focal point of the parabolic reflector. This to avoid too much antenna gain reduction due to phase errors for an axial displacement and excessive beam squint for a lateral displacement. This requirement had to be fulfilled for any telescope position.

To fulfill the first requirement a construction was chosen where a rectangular box was used for the cryostat. On this cryostat four feed systems were mounted and by rotating the whole structure inside the front end frame, each feed system could be placed in the feed focus. The picture in figure 8 gives an impression of this construction, while figure 9 shows a simplified representation of a cross section of the cryostat with feeds inside the focus box.



Fig. 8: MFFE side/front view

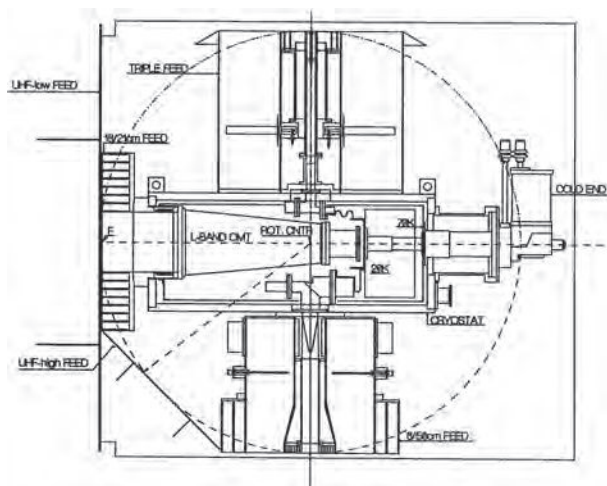


Fig. 9: MFFE cryostat/feed systems cross section

The requirements concerning front end weight and stiffness were hard to combine. But an extensive use of aluminum instead of steel as used in older front ends resulted in a major weight reduction. A further weight reduction was for example obtained due to the use of advanced honeycomb material for some of the cryostat walls instead of solid aluminum ones. Instead of a weight of 13 kg for one single cryostat lid consisting of solid aluminum, a honeycomb lid weighs merely 2 kg.

Use of advanced 3 dimensional CAD tools in combination with finite element programs to simulate the static behavior of mechanical structures made it possible to optimize the geometry and minimize the material weight for given mechanical specifica-

tions. Among others this led to the rigid frame construction as depicted in figure 7. A special high strength aluminum alloy, Al 7075 T6, is used for the square tubes to guarantee the set requirements. Using these exotic materials without deterioration of their properties needs special skills and knowledge. While the prototype was built by the NFRA workshop the series production was contracted out. A small Dutch company that was specialized in building aluminum chassis for racing cars built all series production frames for the MFFE series. Their expertise in this area resulted in familiarity in working according to standards of high accuracy and a capability in special aluminum welding techniques and this contributed to the making of the MFFE frames.

Performance examples

Only a very concise overview can be given here of the capabilities of the new front end design. Table 1 summarizes the main performance of the MFFE. Most of these values are state of the art and compare very favorably with the performance available on other radio telescopes worldwide. Perhaps the most interesting feature from an astronomer's point of view, is that these performance parameters are available almost instantaneously, enabling high performance, multi frequency observations previously not possible. Astronomers are still in the process of discovering the new observational possibilities of this feature.

Comparing the galore of frequency spectrum covered by the MFFE, as presented in table 1, with

Table 1: MFFE performance summary

Wavelength	Frequency coverage	System temperature	IF Bandwidth
92 cm	310 MHz – 390 MHz	75 K	10 MHz / 80 MHz
49 cm	540 MHz – 610 MHz	110 K	10 MHz / 80 MHz
21 cm	1200 MHz – 1450 MHz	27 K	160 MHz
18 cm	1590 MHz – 1750 MHz	26 K	160 MHz
13 cm	2215 MHz – 2375 MHz	58 K	160 MHz
6 cm	4770 MHz – 5020 MHz	55 K	160 MHz
3.6 cm	8150 MHz – 8650 MHz	90 K	160 MHz
UHF _{low}	250 MHz – 460 MHz	175 K	10 MHz / 80 MHz
UHF _{high}	700 MHz – 1200 MHz	100 K	10 MHz / 80 MHz

the previous capabilities at the WSRT is also indicative for the improvement. Previously only the 92 cm, 49 cm, 21 cm, 18 cm and 6 cm bands were available. In general with lesser specifications than that of the MFFE's.

The 21 cm band is the wavelength for which the WSRT was originally developed and constructed and it is still the major feature for astronomers using the instrument. Figure 10 illustrates the continuous improvement in this frequency range during the operational life cycle so far of the WSRT. In this graph the system temperature against frequency is given for three different generations of WSRT front ends.

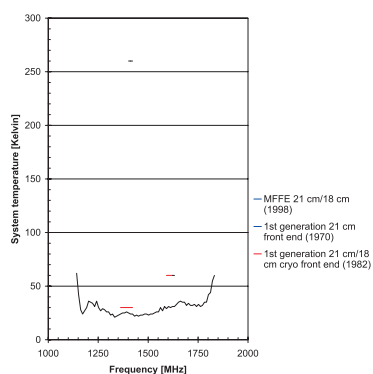


Fig. 10: noise performance of three generations of WSRT front ends

The improvements in front end performance regarding noise and frequency coverage are obvious from this graph.

Conclusion

Concluding remarks

The new MFFE's as summarized in this article, are a welcome part for the upgrade of the WSRT. But for a world-class radio telescope like the WSRT in an environment of rapidly developing and expanding astronomical science needs a continuing program of instrumental improvement. After the completion of the project in 1999, the MFFE's are a concrete basis on which this can be done to fulfill future needs of astronomical research. An initial list of future enhancements that will definitely grow in time includes the following:

- High Temperature Super Conducting filters: increasing use of the frequency spectrum near the WSRT observing bands might cause non linear distortion in the MFFE. Use of extra

filtering before the LNA of a MFFE receiver can overcome this problem. Due to the exceptional requirements regarding low loss and often the need for steep filter response, HTSC filters are very suitable candidates for this purpose. Joint study programs with the Technical Universities at Delft and Enschede address this topic [9].

- Increased instantaneous bandwidth: among others for a higher sensitivity for continuum sources a wider bandwidth, up to 320 MHz, is foreseen. However one bottleneck in the present WSRT system is the limited bandwidth of the coaxial cable transmission system between front ends and the central back end. This can be overcome by substituting this coaxial system by a wide band fiber optic one.
- Improved UHF feeds: although the presented UHF feeds show acceptable wideband operation over nearly an octave, their aperture efficiency of around 40 percent can't match the 55 to 60 percent of the corrugated horn used at L-band. Further research is desirable to improve the UHF feed performance and thereby improving the sensitivity of the system.

Due to the modular approach taken in the MFFE design these extensions can be implemented easily.

For ASTRON, the MFFE project has paved the road to the Square Kilometer Array [1], an instrument with a collecting area of 10^6 m² that will operate at least in the frequency range between 200 MHz and 2000 MHz. Among others, the development of the UHF receivers and the observational experiences in these, interference rich, bands contribute to this.

Acknowledgement

Let me start by thanking those people who I will not mention individually below but were a key to the success of the project. They should see this article as a way to show my gratitude for their support and commitment during all phases of the MFFE project.

Jaap Bregman did the basic thermal and vacuum design, which led to the unique cryostat construction. He also acted as a fine sparring partner with which I could have valuable discussions about technical details.

The credits for designing the MFFE control system go to Arie Doorduyn. The flexibility of his control design and his flexible attitude were very helpful in

implementing and optimizing the functionality of the MFFE design.

Bert Woestenburger and his group who took over the design and construction of all LNA's after the initial work I had done in the feasibility phase of the project.

Although involved only half way onwards of the prototyping phase, Wim van Emden, made valuable contributions in the areas of advanced mechanical design. He introduced the use of finite element CAD software that provided helpful insight in the design of critical mechanical components and applied innovative materials like sandwich constructions to overcome weight problems. Project scientist, Richard Strom, who made important contributions as an astronomical liaison and in the astronomical commissioning phase. His fundamental work on the polarization calibration method of the front end had a major impact on the design.

From the Westerbork Radio Observatory, Albert-Jan Boonstra and Mark Bentum played a

key role in the technical assessment and astronomical commissioning of the front ends during all phases of the project. Their critical comments were essential in obtaining a satisfactory and reliable design.

Dr. M. Jeuken and Ing. M.H.M. Knoben, both of the Technical University at Eindhoven, the Netherlands, who contributed to almost all feed designs. Unfortunately they both passed away much too early in 1998 and were not able to take notice of the final result of their work.

The NFRA management team, especially Jean Casse, who believed in the project and supported me during all ups and downs of it over time.

The Netherlands Foundation for Research in Astronomy is operated by the Dutch research council NWO and provided the budget for the larger part of the MFFE project.

References

- [1] Baars, J.W.M., et al, "The Synthesis Radio Telescope at Westerbork", *Proc. IEEE*, pp. 1258 - 1266, Vol. 61, Nr. 9, 1973.
- [2] van Ardenne, A., Smits, F.M.A., "Technical aspects for the Square Kilometer Array Interferometer", in *Proceedings of Workshop: Large Antennas in Radio Astronomy*, pp. 117 - 128, ESA/ESTEC Conference Bureau, Noordwijk, The Netherlands, February 1996.
- [3] Thompson, A.R., Moran, J.M., Swenson, G.W., *Interferometry and Synthesis in Radio Astronomy*, Chapter 9., pp. 247 - 313, John Wiley & Sons Inc., 1986.
- [4] Woestenburger, E.E.M., "Cryogenic noise performance of HEMT's and MESFET's between 300 and 700 MHz", *Electronic Letters*, pp. 524 - 525, Vol. 30, Nr. 6, 1994.
- [5] Tan, G.H., "The Westerbork Feed Complex", in *Proceedings of Workshop: Large Antennas in Radio Astronomy*, pp. 173 - 183, ESA/ESTEC Conference Bureau, Noordwijk, The Netherlands, February 1996.
- [6] van Ardenne, A., Bregman, J.D., Sondaar, L.H., Knoben, M.H.M., "Compact Dual-Polarised Coaxial Feed at 327 MHz", *Electronic Letters*, pp. 723 - 724, Vol. 20, Nr. 18, 1984.
- [7] Tan, G.H., "A highly stable, phase coherent, wideband microwave synthesizer for radio astronomy applications", in *Proceedings of the 1999 Joint meeting EFTF and IEEE IFCS*, pp. 607 - 610, 1999.
- [8] Casse, J.L., Woestenburger, E.E.M., Visser, J.J., "Multifrequency Cryogenically Cooled Front-End Receivers for the Westerbork Synthesis Radio Telescope", *IEEE Transactions MTT*, pp. 201 - 209, Vol. MTT-30, February 1982.
- [9] Wallage, S., "Superconducting Transmission Lines in Microwave Filters", PhD thesis, Delft University of Technology, Delft, The Netherlands, 1997.

CV

Gie Han Tan was born on September 14th, 1961, in Nymegen, the Netherlands. After completion of his secondary education, from 1980 until 1987 he attended the Technical University Twente in Enschede, the Netherlands. In 1987 he obtained the Ingenieurs degree in electrical engineering, specialising in microwave technology, from this university. A post-academic degree in business administration was obtained in 1993 from the Dutch Open University.

In 1986 and 1987 he worked as a designer at Hollandse Signaalapparaten b.v. in Hengelo, the Netherlands, on microwave circuits.

In 1987 he joined ASTRON (Netherlands Foundation for Research in Astronomy) in Dwingeloo, the Netherlands. As a scientific project manager he was mainly involved in research, development and management activities of receiver projects. In addition he was adviser to several external institutes and organizations, a/o. the European Space Agency.

After a reorganization, since 1997 he has worked as a senior project manager responsible for system design and engineering within the newly formed Technical Laboratory of ASTRON.

From January 1999 until March 2000 he was seconded to Rohde & Schwarz in Munich, Germany, to work on broadband antenna systems. This activity focused mainly on active antenna concepts for a novel radio telescope operating in the HF range.

Since April 2000 he is employed by the European Southern Observatory in Garching bei München, Germany, as the European system engineer for the ALMA project. This project involves the development and construction of a large synthesis radio telescope operating in the frequency range between 30 GHz and 950 GHz.

He was awarded with the Dutch Veder Price 1999 for his contribution to the development of new receiver systems for the Westerbork Synthesis Radio Telescope.



Stelling

"'Snel en simpel' in de context van antennemetingen is equivalent aan 'langdurig en moeilijk'"

proefschrift van A.J.M. Canales, TIME DOMAIN ANTENNA MEASUREMENTS
IN COMPACT RANGES AND SMALL ANECHOIC CHAMBERS,
Delft, 6 november 2000

Transformaties en impedanties: over formeel rekenen en fysisch interpreteren

Raymond Boute

Vakgroep Informatietechnologie, Universiteit Gent

boute@intec.rug.ac.be



Samenvatting

De recente bijdragen in het NERG-tijdschrift over de condensator-impedantie, transformaties en gegeneraliseerde functies wijzen erop dat sommige conceptuele en methodologische aspecten van Fourier- en Laplace-transformaties nog hiaten vertonen.

Vooreerst is er nood aan beter geformaliseerde rekenregels die bij het gebruik geen beroep op interpretaties vereisen, en ondersteund zijn door precieze notationale conventies. Wij geven dergelijke regels voor functionalen, en stellen vast dat de strengere formalisering de begrippen verheldert, het (symbolisch) rekenen notationeel vereenvoudigt, en tevens nieuwe en handige uitdrukkingsvormen biedt die niet mogelijk zijn met de gebruikelijke conventies.

Omdat wij deze principes nog niet hebben uitgewerkt voor gegeneraliseerde functies, zullen wij het onderwerp benaderen (in beide betekenissen) met klassieke functies, maar wel op een wat onconventionele manier die hopelijk voor sommige lezers nieuwe, interessante elementen bevat.

De basisfuncties bij de studie van de impedantie van de ideale condensator, nl. de stapfunctie u en de signumfunctie sgn , zijn niet strikt Fourier-transformeerbaar. Zij worden daarom benaderd door twee families van functies die dat wel zijn. De gangbare formules zoals $U(\omega) = \frac{1}{j\omega} + \pi \cdot \delta(\omega)$ voor de Fourier-getransformeerde U van u , blijken niet bevredigend streng wiskundig gefundeerd te zijn, maar worden op verschillende manieren aanvaardbaar gemaakt. Wel blijkt ook dat aan de getransformeerde van sgn voor frequentie 0 de waarde 0 moet worden toegekend.

Verder wordt aangetoond dat het begrip im-

pedantie via Fourier-transformaties slechts welgedefinieerd kan zijn voor systemen waarvan het asymptotisch gedrag niet afhangt van randvoorwaarden. Bij de ideale condensator bestaat die afhankelijkheid wel, maar kan opgevangen worden door normalisatie-conventies. Bij één daarvan geldt $Z(\omega) = 1/(j\omega C)$, zonder δ -functie!

Als laatste punt geven wij een systematische afleiding voor de eigenfuncties van lineaire tijdinvariante systemen, gebruik makend van de voormelde rekenwijze met functionalen. Ook voor het bestaan van eigenfuncties blijken normalisatieconventies nodig omtrent de randvoorwaarden.

Het eindbesluit is wel dat het onderwerp in zijn geheel aan een grondige herziening toe is.

1. Inleiding

In het Tijdschrift van het NERG verschenen onlangs drie nota's [4, 5, 6] die deze lezer ertoe aanzetten ook de eerdere artikelen [1, 2, 3] even nader te bekijken. Daarbij valt op dat de oplossing gezocht wordt in het behoedzamer gebruik van gegeneraliseerde functies. Dit zou geheel terecht zijn als er niet de volgende methodologische problemen aan verbonden waren.

- De richtlijn dat men "zeer omzichtig" te werk moet gaan met gegeneraliseerde functies is te vaag, en daarom operationeel niet bruikbaar. Een rekenwijze waarbij men de (tussen)resultaten moet toetsen aan een interpretatie is als formalisme ontoereikend, en reduceert het nut van wiskundige notatie tot niet méér dan een verkorte schrijfwijze, daar waar zij een krachtig hulpmiddel kan zijn bij het redeneren en het ontdekken van nieuwe resultaten. Bovendien zijn vage regels niet auto-

matiseerbaar, en vertraagt hun gebruik de ontwikkeling van geautomatiseerde hulpmiddelen voor symbolisch rekenen.

Wat men werkelijk nodig heeft is een stel precieze regels die ondubbelzinnig aangeven wanneer een stap correct is, zodat, als de uitgangspunten gefundeerd zijn, hetzelfde geldt voor het eindresultaat, zelfs als de interpretatie ervan verrassend is. De formele aanpak van Dirac op het gebied van de natuurkunde is hiervan een treffend voorbeeld.

Een nodige voorwaarde daarbij is echter wel dat de gebruikte conventies, i.h.b. de notationele, geschikt zijn om de rekenregels formeel en correct op te schrijven. Zoals verder uiteengezet is dat in de hoger genoemde bijdragen, en in de literatuur in het algemeen, vaak niet het geval. Daarom wijden wij een korte bespreking aan de punten waarop men moet letten bij het ontwerp van conventies, en tonen aan hoe enkele kleine aanpassingen reeds verrijkende verbeteringen opleveren.

- Beroep doen op het ‘zwaardere geschut’ (relatief gesproken) is niet de beste aanpak om de (al dan niet schijnbare) ongerijmdheden te ontleden ingeval er een meer directe en eenvoudiger verklaring bestaat, vooral als deze laatste ook nog een beter inzicht geeft in het verband tussen de fysische realiteit en de wiskundige modellering.

Onder meer tonen wij aan dat de onduidelijkheden met de condensator-impedantie ontstaan doordat men vaak vergeet dat de ideale condensator een lading kan bezitten zonder dat er stroom heeft gevloeid. Expliciet rekening houden met randvoorwaarden is niet in strijd met het causaliteitsbeginsel, maar noodzakelijk om een correct verband te kunnen leggen met de fysische realiteit—in zoverre deze term toepasbaar is op een ideale condensator. Bij de niet-ideale condensator treedt de moeilijkheid niet op omdat iedere lading uit het ‘verste verleden’ (de *oertoestand*) reeds lang is weggelekt.

De essentiële discontinuïteit tussen ‘bijna ideaal’ en ‘ideaal’ verschijnt ook bij de Fouriertransformaties van de stapfunctie en van families van exponentiële functies.

2. Naar een formeel sluitend formalisme

a. Principes Om rekenregels duidelijk en formeel vast te kunnen leggen zijn zorgvuldige en con-

sistente conventies onmisbaar. Ook voor de begripsvorming is dit belangrijk, want het vaak gehoorde excuus waarmee een of andere slordigheid terloops wordt vergoelijkt als ‘slechts een kwestie van notatie’ is vrijwel steeds ongegrond: vaak verbergt het een conceptueel tekort. Immers, notatie is nooit zomaar een willekeurige conventie, maar de weergave van een begrip en kan, mits degelijk ontworpen, een hulpmiddel zijn bij het symbolisch redeneren en rekenen.

In de context van functies en transformaties moet vooral het onderscheid tussen een functie f en de functiewaarde $f(t)$ voor een element t in het domein van f ($f(t)$ wordt ook het *beeldpunt van t onder f* genoemd) zorgvuldig gehandhaafd worden. Uitdrukkingen zoals

$$\mathcal{F}\{f(t)\} = \int_{-\infty}^{+\infty} f(t) \cdot e^{-j \cdot \omega \cdot t} \cdot dt$$

en

$$\langle g(t), \varphi(t) \rangle$$

zondigen tegen dit principe. Dergelijke gevallen zijn eenvoudig syntactisch te herkennen aan de zinloze aanwezigheid van zgn. *vrije* veranderlijken, met name t in $\mathcal{F}\{f(t)\}$ en in $\langle g(t), \varphi(t) \rangle$; hier zinloos omdat deze uitdrukkingen niet afhangen van t . Het linkerlid $\mathcal{F}\{f(t)\}$ van de eerste gelijkheid hangt zelfs *wel* af van de veranderlijke ω , die juist *niet* vermeld staat!

Zorgvuldigheid is hier speciaal belangrijk als men werkt met *functionalen* (of *hogere-ordefuncties*), dat zijn functies waarvan de argumenten en/of de resultaten zelf functies zijn. Algemeen schrijven wij $A \rightarrow B$ voor de verzameling van alle functies waarvan de argumentwaarden behoren tot verzameling A en de functiewaarden tot B . Het voorbeeld

$$fbnv : (\mathbb{R} \rightarrow A) \rightarrow A, \text{ voor alle } g \text{ in } \mathbb{R} \rightarrow A \\ \text{bepaald door } fbnv(g) = g(0)$$

(waar verzameling A gegeven is) introduceert een functie *fbnv* (‘functiewaarde bij nul van’) waarbij de argumentwaarden functies zijn van \mathbb{R} naar A , en de functiewaarden behoren tot A . Voor argument g (een functie van \mathbb{R} naar A) is *fbnv*(g) volgens de definitie $g(0)$.

De traditionele schrijfwijze waarmee men het beeldpunt van x schrijft als $f(x)$ kan meteen worden uitgebreid tot functies waarvan de waarden op hun beurt functies zijn. Het voorbeeld

$$vmkv : \mathbb{R} \rightarrow (\mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}), \text{ voor alle } a \text{ en } b \text{ in } \mathbb{R} \\ \text{bepaald door } (vmkv(a))(b) = a^2 + b$$

introduceert een functie $vmkv$ ('vermeerder met het kwadraat van') die een gegeven waarde in \mathbb{R} afbeeldt op een functie van \mathbb{R} naar \mathbb{R} . Als a een argumentwaarde is, dan is de overeenkomstige functiewaarde $vmkv(a)$ op haar beurt een functie (van \mathbb{R} naar \mathbb{R}), waarvan de waarde voor willekeurige b in \mathbb{R} wordt geschreven als $(vmkv(a))(b)$ en volgens de definitie $a^2 + b$ is.

De zoëven besproken uitbreiding van de traditionele schrijfwijze tot uitdrukkingen zoals $(vmkv(a))(b)$ is ongerieflijk wegens de ophoping van haakjes. In de literatuur waar systematisch met functionalen wordt gewerkt (en bij *functionele programmeertalen*) zijn de volgende conventies gebruikelijk om bepaalde haakjes desgewenst weg te laten.

- Haakjes rond het argument zijn niet verplicht; we schrijven dus $f x$ in plaats van $f(x)$.
- Haakjes in $(f x) y$ mogen worden weggelaten door eenvoudig $f x y$ te schrijven, maar de haakjes in $f (g x)$ zijn (dus) verplicht. Analooft staat $f x y z$ voor $((f x) y) z$ enz.
- Naar analogie met de vorige regel mogen wij haakjes in $A \rightarrow (B \rightarrow C)$ weglaten en $A \rightarrow B \rightarrow C$ schrijven, maar de haakjes in $(A \rightarrow B) \rightarrow C$ blijven (dus) verplicht.

Bij dit alles geldt de gebruikelijke conventie dat prefixoperatoren voorrang hebben op infixoperatoren: $f x + y$ staat voor $(f x) + y$, maar als we $f (x + y)$ bedoelen zijn de haakjes wel nodig. Net zoals in de gewone wiskunde is het een kwestie van stijl de vermenigvuldigingsoperator steeds expliciet te schrijven. Immers, hoewel de types van de symbolen vaak volstaan om onderscheid te maken tussen $f (x + y)$ als functie-applicatie en $x (x + y)$ als vermenigvuldiging, toch is $x \cdot (x + y)$ consequenter. Bij het ontwerp van computerhulpmiddelen heeft dit bijkomende voordelen, zoals het ontdekken van fouten via de typering.

De definitie van de (verderop gebruikte) *geparametriseerde complexe exponentiële functie*

$$E_c : \mathbb{C} \rightarrow \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{C} \text{ met } E_c t = e^{c \cdot t} \quad (1)$$

voor alle c in \mathbb{C} en t in \mathbb{R}

illustreert verder hoe wij bij de introductie van een operator (synoniem voor 'functienaam') met een streepje ($_$) aangeven waar het argument komt te staan indien we een andere conventie wensen dan de standaard prefixnotatie. Een symbool met een

subscript wordt dus niet gezien als zomaar een samenstel van 2 symbolen maar als een functie met een argument.

Een typische functie van functies naar functies is de *gedragsfunctie* van een systeem:

$$g : (\mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R})_P \rightarrow \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$$

(met P als mogelijke beperking), zodanig dat een ingangssignaal $i : (\mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R})_P$ het uitgangssignaal $g i$ teweegbrengt. De waarde van $g i$ op tijdstip t is $g i t$.

Een bijzonder illustratief slotvoorbeeld betreft *currying* (genoemd naar Haskell B. Curry): voor iedere $f : A \times B \rightarrow C$ (lees $(A \times B) \rightarrow C$) bestaat een $g : A \rightarrow B \rightarrow C$ met de eigenschap dat $g a b = f (a, b)$ voor alle a in A en b in B , en omgekeerd. We noemen g de *gecurryde* versie van f , en f de *cartesiaanse* versie van g . Ook illustratief is de overeenstemming

$$\begin{aligned} \varphi : (A \times B \rightarrow C) &\rightarrow (A \rightarrow B \rightarrow C) \text{ met} \\ \varphi f a b &= f (a, b) \text{ voor alle } f : A \times B \rightarrow C \\ \text{en } a : A \text{ en } b : B. \end{aligned}$$

Deze conventies maken een zuiver *algebraïsche* rekenstijl mogelijk, d.w.z. waarbij de enige rekenregels bestaan in het instantiëren van formules, en het vervangen van uitdrukkingen e door uitdrukkingen e' waarvoor geldt dat $e = e'$. Wij zullen hierop t.z.t. de aandacht vestigen.

b. Toepassing op de Fourier-transformatie

Volgens deze principes schrijven wij

$$\mathcal{F} : \Phi \rightarrow \Phi \text{ met } \mathcal{F} f \omega = \int_{-\infty}^{+\infty} f t \cdot e^{-j \cdot \omega \cdot t} \cdot dt \quad (2)$$

$$\begin{aligned} \mathcal{F}' : \Phi \rightarrow \Phi \text{ met } \mathcal{F}' F t = \\ \frac{1}{2 \cdot \pi} \cdot \int_{-\infty}^{+\infty} F \omega \cdot e^{j \cdot \omega \cdot t} \cdot d\omega \end{aligned} \quad (3)$$

als correcte vorm voor de definitie van de Fourier-transformatie \mathcal{F} en de omgekeerde transformatie \mathcal{F}' . Hierbij is $\Phi := (\mathbb{R} \rightarrow \mathbb{C})_P$ de deelverzameling van de functies van \mathbb{R} naar \mathbb{C} die voldoen aan de Fourier-transformeerbaarheidsvoorwaarde P . Van deze voorwaarde zijn meerdere varianten in omloop, waarvoor wij verwijzen naar de handboeken over complexe analyse. Belangrijk hier is dat de Fourier-getransformeerde van een functie f in Φ eenvoudig geschreven wordt als $\mathcal{F} f$, en dat deze functie op haar beurt voor een gegeven ω de waarde $\mathcal{F} f \omega$ aanneemt, gedefinieerd door de integraal in het rechterlid. Ter herinnering: $\mathcal{F} f \omega$ dient gelezen als $(\mathcal{F} f) \omega$. Vrij snel zal blijken

dat deze schrijfwijze, naast duidelijkheid en consistentie, nog een aantal interessante reken- en uitdrukingsmogelijkheden biedt waarvoor traditionele schrijfwijzen zoals $\mathcal{F}\{f(t)\}$ ongeschikt zijn.

Voor wat volgt voeren wij nog een nuttige conventie in: iedere rekenkundige operator \star (zoals $+$, $-$, \cdot en $/$) gedefinieerd voor getallenparen wordt uitgebreid tot een operator $\hat{\star}$ over functieparen, met als definitie

$$(f \hat{\star} g)t = f t \star g t \quad (4)$$

Deze uitbreiding is gebruikelijk in de communicatie- en de regeltechniek, waar de *uitbreidingsoperator* $\hat{\cdot}$ zelfs meestal impliciet gelaten wordt.

Eigenschappen van de Fourier-transformatie kunnen nu op even sierlijke als handige manier worden uitgedrukt, bijvoorbeeld

$$\mathcal{F}(f \hat{\cdot} g) = \mathcal{F} f \star \mathcal{F} g \quad (5)$$

$$\mathcal{F}(D f) \omega = j \cdot \omega \cdot \mathcal{F} f \omega \text{ mits } \lim_{t \rightarrow \pm\infty} f t = 0 \quad (6)$$

waarbij $D f$ de afgeleide (functie) is van f . Terloops: $D f t$, gelezen $(D f) t$, is dus de waarde van de afgeleide van f in het punt t .

Ik heb nog geen gelegenheid gehad om deze principes in al hun consequenties uit te werken voor gegeneraliseerde functies (waarbij echter geen noemenswaardige moeilijkheden te verwachten zijn). Daarom benader ik de problematiek rond de condensator-impedantie hier met klassieke functies, en wel in drie fasen: vooreerst de eigenschappen van bepaalde families van strikt transformeerbare functies als benadering voor functies die niet strikt transformeerbaar zijn, vervolgens het specifieke probleem van de condensator-impedantie, en tenslotte de eigenfuncties voor lineaire, tijdinvariante systemen. Met *strikt* Fourier-transformeerbaar wordt hier bedoeld: zonder gebruik te maken van gegeneraliseerde functies.

3. Strikt en niet strikt Fourier-transformeerbare functies

3.1 Voorwerp van de studie en benaderingswijze

Belangrijk bij de afleiding van de impedantie van de ideale condensator is de *stapfunctie* u

$$u : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R} \text{ met } u t = (t < 0) ? 0 \mid (t > 0) ? 1 \mid \frac{1}{2}. \quad (7)$$

Uitdrukkingen van de vorm $c ? a \mid b$ (lees: indien c dan a , zoniet b) zijn *voorwaardelijke uitdrukkingen*, waarin c (zijnde 0 of 1) de voorwaarde

is. Hun waarde is gedefinieerd door $1 ? a \mid b = a$ en $0 ? a \mid b = b$. In gelaagde vormen zoals $c' ? a' \mid (c ? a \mid b)$ zijn haakjes optioneel.

De keuze $u_0 = 1/2$ stemt overeen met de discipline die wij hanteren voor strikt Fourier-transformeerbare functies f om te waarborgen dat $\mathcal{F}'(\mathcal{F} f) = f$. Immers, in $\mathcal{F} f$ gaat de precieze waarde van $f t$ verloren (door de integratie) als f niet continu is in t ; de waarde $\mathcal{F}'(\mathcal{F} f) t$ is het gemiddelde van de linker- en de rechterlimiet van $f t$ voor $t' \rightarrow t$. Hoewel deze verfijning weinig gebruikelijk is in de literatuur, werpt deze kleine extra zorg voor onze basisfuncties later vruchten af, o.m. bij het combineren van voorwaardelijke uitdrukkingen.

Om transformaties ook intuïtief beter te doorgronden is het nuttig de functies op te splitsen in hun even en oneven componenten:

$$f_e t = \frac{f t + f(-t)}{2} \text{ en } f_o t = \frac{f t - f(-t)}{2} \quad (8)$$

omdat de Fourier-getransformeerden (als zij bestaan) respectievelijk reële en zuiver imaginaire waarden aannemen. Merk op dat $f = f_o \hat{+} f_e$. In het bijzonder geldt voor de stapfunctie u

$$u_e t = \frac{1}{2} \text{ en } u_o t = \frac{\text{sgn } t}{2} = h t \quad (9)$$

waarbij de *signumfunctie* sgn gedefinieerd is door

$$\text{sgn} : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R} \text{ met } \text{sgn } x = (x < 0) ? -1 \mid (x > 0) ? 1 \mid 0 \quad (10)$$

terwijl de *halve signumfunctie* h voor alle argumenten de halve waarde oplevert. Uiteraard geldt $u t = u_o t + u_e t = h t + 1/2$, wat nog een variant van de stapfunctie suggereert, namelijk v met $v t = u_o t - u_e t = h t - 1/2$. De drie varianten zijn geschetst in Fig. 1.

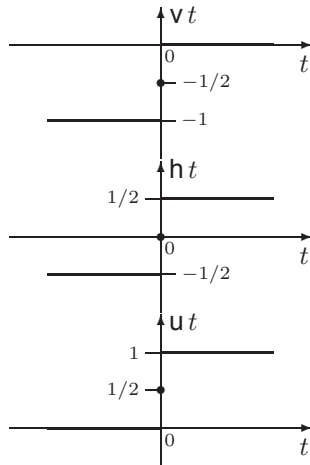
Geen van de drie stapfuncties v , h en u is strikt Fourier-transformeerbaar. Wij zullen nagaan hoever we desondanks kunnen geraken met klassieke methoden door het probleem aan te pakken van verschillende kanten, namelijk: door benadering met twee soorten families van strikt Fourier-transformeerbare functies, en door omgekeerde transformatie.

3.2 Families van blokfuncties

Volgens de klassieke definitie moeten de Fourier-getransformeerden van u en h voldoen aan

$$\mathcal{F} u \omega = \lim_{\tau \rightarrow \infty} \int_0^\tau e^{-j \cdot \omega \cdot t} \cdot dt$$

$$\mathcal{F} h \omega = \frac{1}{2} \cdot \lim_{\tau \rightarrow \infty} \left(\int_0^\tau e^{-j \cdot \omega \cdot t} \cdot dt - \int_{-\tau}^0 e^{-j \cdot \omega \cdot t} \cdot dt \right)$$



Figuur 1: De stapfuncties v , h en u .

Strikt genomen bestaat alleen de limiet in de tweede formule, en dan nog slechts voor het geval $\omega = 0$, namelijk $\mathcal{F}h0 = \frac{1}{2} \cdot \lim_{\tau \rightarrow \infty} (\int_0^\tau dt - \int_{-\tau}^0 dt) = 0$. Dit verduidelijkt waarschijnlijk ook wat Van der Wurff bedoelde in [4] (onrechtstreeks verwijzend naar de oneven symmetrie van h), dus zeker niet dat $\frac{1}{j \cdot \omega} = 0$ voor $\omega = 0$, wat immers absurd zou zijn.

De uitdrukkingen in τ leiden ons tot de definitie van een familie \mathbf{b}_τ van *blokfuncties*:

$$\mathbf{b}_\tau : \mathbb{R}_{>0} \rightarrow \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R} \text{ met } \mathbf{b}_\tau t = (t < 0 \vee t > \tau) ? 0 \mid (0 < t < \tau) ? 1 \mid \frac{1}{2}.$$

De \mathbf{b}_τ convergeren puntsgewijs naar u als $\tau \rightarrow \infty$, en voor de Fourier-getransformeerden geldt

$$\begin{aligned} \mathcal{F} \mathbf{b}_\tau \omega &= \frac{e^{-j \cdot \omega \cdot \tau} - 1}{-j \cdot \omega} \\ &= \frac{\sin(\omega \cdot \tau)}{\omega} + \frac{1 - \cos(\omega \cdot \tau)}{j \cdot \omega} \\ &= \mathcal{F} \mathbf{c}_\tau \omega + \mathcal{F} \mathbf{g}_\tau \omega. \end{aligned}$$

Hierin zijn \mathbf{c}_τ en \mathbf{g}_τ zijn respectievelijk de even en oneven delen van \mathbf{b}_τ , dus

$$2 \cdot \mathbf{c}_\tau t = \mathbf{b}_\tau t + \mathbf{b}_\tau(-t)$$

en

$$2 \cdot \mathbf{g}_\tau t = \mathbf{b}_\tau t - \mathbf{b}_\tau(-t)$$

en zij convergeren (puntsgewijs) naar de constante functie met waarde $\frac{1}{2}$ en de functie h .

Het verband met gegeneraliseerde functies is het volgende. Voor \mathbf{c}_τ geldt $\lim_{\omega \rightarrow 0} \mathcal{F} \mathbf{c}_\tau \omega = \tau$, de eerste nulpunten van $\mathcal{F} \mathbf{c}_\tau \omega$ zijn $\omega = \pm \pi / \tau$ en $\int_{-\infty}^{+\infty} \mathcal{F} \mathbf{c}_\tau \omega \cdot d\omega = \pi$ ongeacht τ . Voor $\tau \rightarrow \infty$ streeft $\mathcal{F} \mathbf{c}_\tau$ dus in de bekende informele zin naar een Diracpuls met inhoud π .

Daarentegen schommelt $\mathcal{F} \mathbf{g}_\tau$ tussen omhullenden met waarden 0 en $\frac{2}{j \cdot \omega}$, met $\frac{1}{j \cdot \omega}$ als 'gemiddeld' verloop. Omwille van deze onaantrekkelijke eigenschap verkiezen wij families van exponentiële functies, die bovendien meer toepassingen hebben, zoals de overgang naar de Laplace-transformatie en de studie van de niet-ideale condensator.

Wel geldt, zoals verwacht, $\lim_{\omega \rightarrow 0} \mathcal{F} \mathbf{g}_\tau \omega = 0$ (via de regel van De l'Hospital).

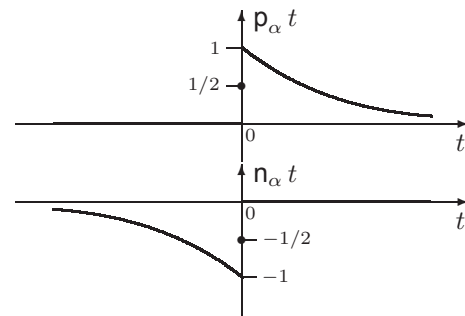
3.3 Families van exponentiële functies en twee typische toepassingen

a. Definitie Wij introduceren twee families van functies, genaamd \mathbf{p} en \mathbf{n} :

$$\mathbf{p}_\alpha : \mathbb{R}_{>0} \rightarrow \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R} \text{ met } \mathbf{p}_\alpha t = (t < 0) ? 0 \mid (t > 0) ? e^{-\alpha \cdot t} \mid \frac{1}{2} \quad (11)$$

$$\mathbf{n}_\alpha : \mathbb{R}_{>0} \rightarrow \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R} \text{ met } \mathbf{n}_\alpha t = (t < 0) ? -e^{\alpha \cdot t} \mid (t > 0) ? 0 \mid -\frac{1}{2} \quad (12)$$

die wij respectievelijk de *positieve* en *negatieve exponentiële functie* noemen (zie Fig. 2).



Figuur 2: Positieve en negatieve exponentiële functies

Voor strikt positieve waarden van α vindt men $\mathcal{F} \mathbf{p}_\alpha \omega = \frac{1}{j \cdot \omega + \alpha}$ en $\mathcal{F} \mathbf{n}_\alpha \omega = \frac{1}{j \cdot \omega - \alpha}$, zodat wij \mathbf{p} en \mathbf{n} kunnen samenvoegen tot één familie \mathbf{r} van *reële exponentiële functies*:

$$\mathbf{r}_\alpha : \mathbb{R}_{\neq 0} \rightarrow \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R} \text{ met } \mathbf{r}_\alpha = (\alpha > 0) ? \mathbf{p}_\alpha \mid \mathbf{n}_{-\alpha}. \quad (13)$$

Nu geldt $\mathcal{F} \mathbf{r}_\alpha \omega = \frac{1}{j \cdot \omega + \alpha}$ voor zowel negatieve als positieve waarden van α (wel $\alpha \neq 0$).

Tot slot vermelden wij de familie ℓ van *Laplace-conditioneringsfuncties*

$$\ell_\sigma : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R} \text{ met } \ell_\sigma t = (t < 0) ? 0 \mid e^{-\sigma \cdot t}. \quad (14)$$

De ℓ_σ zijn alleen voor $\sigma > 0$ strikt Fourier-transformeerbaar. Zij worden echter niet afzonderlijk gebruikt, maar wel zoals hierna uiteengezet.

b. Toepassing: afleiding van de Laplace-transformatie Eén van de voorwaarden voor strikte Fourier-transformeerbaarheid van een functie f is dat $\int_{-\infty}^{+\infty} |f(t)| \cdot dt$ eindig is. Vele conceptueel nuttige functies, zoals de stapfuncties, voldoen hieraan niet. Door dergelijke functies vooraf 'plat te drukken' (conditioneren) door vermenigvuldiging met een voldoende steil afvallende exponentiële functie kan men ze echter wel strikt Fourier-transformeerbaar maken. Bij de omgekeerde transformatie moet men de conditionering uiteraard omkeren.

Wij definiëren de enkelzijdige Laplace-transformatie \mathcal{L} met l_σ als conditioneringsfunctie:

$$\mathcal{L} f(\sigma + j \cdot \omega) = \mathcal{F}(l_\sigma \hat{\wedge} f) \omega \quad (15)$$

waarbij σ voldoende groot moet zijn om $l_\sigma \hat{\wedge} f$ strikt Fourier-transformeerbaar te maken (voorbeeld: als $f(t) = e^{\beta \cdot t}$, dan moet $\sigma > \beta$). Wegens de vermenigvuldiging met l_σ bevat $\mathcal{L} f$ geen informatie over $f(t)$ voor $t < 0$, wat precies het toepassingsgebied bepaalt.

Met $s := \sigma + j \cdot \omega$ geldt $\mathcal{L} f s = \int_0^{+\infty} f(t) \cdot e^{-s \cdot t} \cdot dt$. De bekende formule voor de omgekeerde transformatie wordt op de volgende manier afgeleid. De specificatie voor \mathcal{L}' is dat $\mathcal{L}'(\mathcal{L} f)t = f t$ voor alle $t \geq 0$, afgezwakt voor de punten waar $l_\sigma \hat{\wedge} f$ discontinu is: deze informatie is immers door de Fourier-transformatie in (15) verloren gegaan. Voor deze t -waarden geldt

$$\begin{aligned} \mathcal{L}'(\mathcal{L} f)t &= \langle \text{Specificatie} \rangle f t \\ &= \langle e^{\sigma \cdot t} \cdot l_\sigma t = 1 \rangle e^{\sigma \cdot t} \cdot l_\sigma t \cdot f t \\ &= \langle \text{Definitie } \hat{\wedge} \rangle e^{\sigma \cdot t} \cdot (l_\sigma \hat{\wedge} f) t \\ &= \langle \text{Afwakking} \rangle e^{\sigma \cdot t} \cdot \mathcal{F}'(\mathcal{F}(l_\sigma \hat{\wedge} f)) t \\ &= \langle \text{Definitie } \mathcal{F}' \rangle e^{\sigma \cdot t} \cdot \frac{1}{2 \cdot \pi} \cdot \\ &\quad \int_{-\infty}^{+\infty} \mathcal{F}(l_\sigma \hat{\wedge} f) \omega \cdot e^{j \cdot \omega \cdot t} \cdot d\omega \\ &= \langle \text{Definitie } \mathcal{L} \rangle e^{\sigma \cdot t} \cdot \frac{1}{2 \cdot \pi} \cdot \\ &\quad \int_{-\infty}^{+\infty} \mathcal{L} f(\sigma + j \cdot \omega) \cdot e^{j \cdot \omega \cdot t} \cdot d\omega \\ &= \langle \text{Factor } e^{\sigma \cdot t} \rangle \frac{1}{2 \cdot \pi} \cdot \\ &\quad \int_{-\infty}^{+\infty} \mathcal{L} f(\sigma + j \cdot \omega) \cdot e^{(\sigma + j \cdot \omega) \cdot t} \cdot d\omega \\ &= \langle s := \sigma + j \cdot \omega \rangle \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot j} \cdot \\ &\quad \int_{\sigma - j \cdot \infty}^{\sigma + j \cdot \infty} \mathcal{L} f s \cdot e^{s \cdot t} \cdot ds \end{aligned}$$

terwijl $\mathcal{L}'(\mathcal{L} f)t = 0$ voor $t < 0$. Deze afleiding is bedoeld om te tonen hoe de voorgestelde principes het mogelijk maken formeel correct te werken met functionalen zoals \mathcal{F} en \mathcal{L} , wat niet kan met conventies zoals $\mathcal{F}\{f(t)\}$. Merk ook de algebraïsche wijze van rekenen op.

Toepassing op de stapfunctie u geeft, mits $\sigma > 0$, dat $\mathcal{L} u(\sigma + j \cdot \omega) = \mathcal{F}(l_\sigma \hat{\wedge} u) \omega = \mathcal{F} p_\sigma \omega =$

$\frac{1}{\sigma + j \cdot \omega}$, zodat $\mathcal{L} u s = 1/s$ (mits $\Re s > 0$), wat ook met $\mathcal{L} f s = \int_0^{+\infty} f(t) \cdot e^{-s \cdot t} \cdot dt$ berekend kan worden. Omgekeerd $\mathcal{L}'(\mathcal{L} u)t = \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot j} \cdot \int_{\sigma - j \cdot \infty}^{\sigma + j \cdot \infty} \frac{e^{s \cdot t}}{s} \cdot ds = u t$ door lijnintegratie (zie verder). In het bijzonder: $\mathcal{L}'(\mathcal{L} u)0 = \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot j} \cdot \int_{\sigma - j \cdot \infty}^{\sigma + j \cdot \infty} \frac{1}{s} \cdot ds = \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot j} \cdot (j \cdot \frac{\pi}{2} - j \cdot (\frac{-\pi}{2})) = \frac{1}{2} = u 0$.

c. Toepassing: benadering van de drie stapfuncties De functies p_α convergeren puntsgewijs (maar zeker niet uniform) naar de stapfunctie u als $\alpha \xrightarrow{>} 0$. Dat houdt echter niet in dat men uit $\mathcal{F} p_\alpha \omega = \frac{1}{\alpha + j \cdot \omega}$ mag besluiten dat $\mathcal{F} u \omega = \frac{1}{j \cdot \omega}$. Immers, de n_α convergeren op dezelfde wijze naar de stapfunctie v met $v t = u t - 1$, terwijl dezelfde (onjuiste) redenering zou leiden tot de ongerijmdheid $\mathcal{F} v \omega = \frac{1}{j \cdot \omega} = \mathcal{F} u \omega$.

Voor $\alpha = 0$ treedt dus duidelijk een fundamentele discontinuïteit op in de afbeelding van de getallen α op de functies p_α en n_α , wat ook de reden is waarom we de Januscombinatie r_α die p_α en n_α verenigt voorlopig niet gedefinieerd hebben voor $\alpha = 0$.

In het complexe vlak kan men functiewaarden zoals $g(x + j \cdot y)$ niet 'benaderen' door 'voldoende kleine' x te verwaarlozen tegenover $j \cdot y$, want deze waarden zijn onvergelijkbaar. Benaderingen en verwaarlozingen zijn slechts mogelijk voor reële waarden.

(i) Een beter inzicht krijgt men dus vooreerst door het reëel en het imaginair deel van de functiewaarde te scheiden. Omwille van de eenvormigheid werken we verder met r :

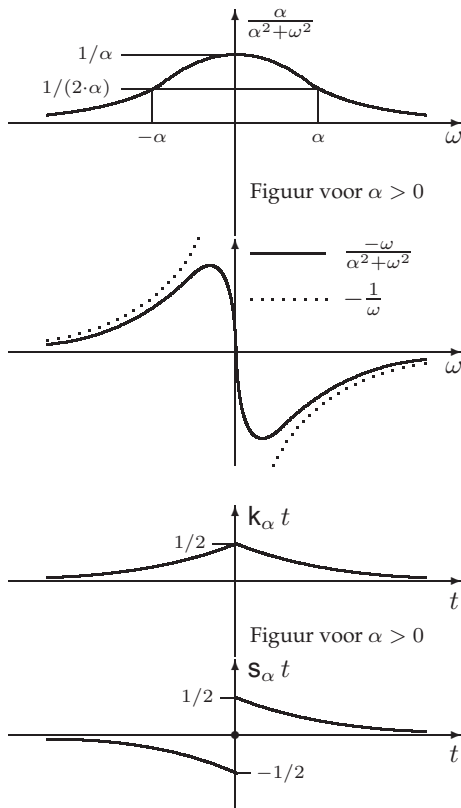
$$\begin{aligned} \mathcal{F} r_\alpha \omega &= \frac{1}{\alpha + j \cdot \omega} \\ &= \frac{\alpha}{\alpha^2 + \omega^2} + j \cdot \frac{-\omega}{\alpha^2 + \omega^2} \quad (16) \\ &= \mathcal{F} k_\alpha \omega + \mathcal{F} s_\alpha \omega. \end{aligned}$$

De families k_- (kapfuncties) en s_- (sprongfuncties) zijn gedefinieerd voor $\alpha \neq 0$ door

$$\begin{aligned} 2 \cdot k_\alpha t &= r_\alpha t + r_\alpha(-t) \\ &= (\alpha > 0) ? ((t \leq 0) ? e^{\alpha \cdot t} \{ e^{-\alpha \cdot t} \} - k_{-\alpha} t \\ 2 \cdot s_\alpha t &= r_\alpha t - r_\alpha(-t) \\ &= (t < 0) ? e^{-\alpha \cdot t} \{ (t > 0) ? e^{-\alpha \cdot t} \} \{ 0 \end{aligned}$$

Zowel de spectra als de tijdfuncties zijn geschetst in Fig. 3. Het is illustratief het oppervlak gedefinieerd door $f(x, y) = \frac{x}{x^2 + y^2}$ in perspectief af te beelden met een geschikt softwarepakket.

De functies k_α convergeren puntsgewijs naar de constante functie met waarde $\frac{1}{2}$ voor $\alpha \xrightarrow{>} 0$ en $-\frac{1}{2}$



Figuur 3: Opsplitsing van het spectrum van r_α en overeenkomstige tijdfuncties

voor $\alpha \xrightarrow{>} 0$, terwijl s_α in beide gevallen puntsgewijs convergeert naar h . Merk op dat $r_\alpha t = k_\alpha t + s_\alpha t$, alsook $u t = h t + \frac{1}{2}$ en $v t = h t - \frac{1}{2}$ zodat de functies r_α convergeren naar u voor $\alpha \xrightarrow{>} 0$ en naar v voor $\alpha \xrightarrow{<} 0$.

Het verband met gegeneraliseerde functies is het volgende. Voor k_α geldt $\mathcal{F}k_\alpha 0 = 1/\alpha$ en $\mathcal{F}k_\alpha \alpha = 1/(2 \cdot \alpha)$, d.i. de ‘halfwaardebreedte’ (zie Fig. 3), terwijl $\int_{-\infty}^{+\infty} \mathcal{F}k_\alpha \omega \cdot d\omega = \pi \cdot \text{sgn } \alpha$ ongeacht α (behalve $\alpha = 0$, wat buiten het domein van k_- valt). Voor $\alpha \rightarrow 0$ streeft $\mathcal{F}k_\alpha$ dus in informele zin naar een Diracpuls in de oorsprong met intensiteit $\pi \cdot \text{sgn } \alpha$. Omgekeerd is aan $\mathcal{F}' g t = \pm \frac{1}{2}$ voldaan door voor g een Diracpuls met intensiteit $\pm \pi$ te kiezen.

Voor $\alpha \rightarrow 0$ convergeert $\mathcal{F}s_\alpha \omega$ naar $\frac{1}{j \cdot \omega}$ behalve voor $\omega = 0$, waar $\frac{1}{j \cdot \omega}$ niet gedefinieerd is. Anderzijds is echter $\mathcal{F}s_\alpha 0 = 0$ ongeacht α ($\alpha = 0$ valt buiten het domein). De functies $\mathcal{F}s_\alpha$ convergeren dus puntsgewijs naar de functie H gedefinieerd door $H \omega = (\omega \neq 0) ? \frac{1}{j \cdot \omega} \mid 0$. Het is dus niet zo onlogisch om, als men het bestaan van $\mathcal{F}h$ aanvaardt, te stellen dat

$$\mathcal{F}h \omega = (\omega \neq 0) ? \frac{1}{j \cdot \omega} \mid 0 \quad (17)$$

in plaats van kortweg $\mathcal{F}h \omega = \frac{1}{j \cdot \omega}$. We herinneren

er ook aan dat $\mathcal{F}h \omega$ volgens de klassieke definitie alleen gedefinieerd is voor $\omega \neq 0$ en dat $\mathcal{F}h 0 = 0$.

Besluiten Hoewel $\mathcal{F}r_\alpha \omega = \frac{1}{j \cdot \omega + \alpha}$ voor alle reële waarden van α behalve 0, toch zijn de rechter- en de linkerlimiet van r_α voor $\alpha \rightarrow 0$ de grondig verschillende functies u en v . Dit verschil ligt in een constante $\frac{1}{2} \cdot \text{sgn } \alpha$ voor $\alpha \neq 0$. De keuze om voor $\alpha = 0$ geen van beide functies als limiet te beschouwen, maar in plaats daarvan de functie h , komt erop neer aan de genoemde constante het gemiddelde van deze twee waarden toe te kennen. Overigens is s_α ook het gemiddelde van r_α en $r_{-\alpha}$, en is h het gemiddelde van u en v . Een redelijke manier om r_α te definiëren voor alle reële waarden van α , ook $\alpha = 0$, is dus $r_\alpha = (\alpha > 0) ? p_\alpha \mid (\alpha < 0) ? n_{-\alpha} \mid h$. Met ‘redelijk’ wordt hier alleen bedoeld: verenigbaar met de keuzen in het frequentiespectrum.

Dat dit niet hetzelfde is als ‘streng wiskundig verantwoord’ wordt hierna besproken.

3.3 De drie stapfuncties via omgekeerde transformaties

a. Problemen rond $\mathcal{F}h \omega$ Een van de redenen om deze zaak van zoveel kanten te bekijken is het feit dat ik in de literatuur nog geen enkele geheel overtuigende afleiding heb aangetroffen voor de Fourier-getransformeerde van h of sgn (de verfijning in (17) buiten beschouwing latend, omdat zij geen invloed heeft op de transformaties). Dit geldt helaas ook voor de afleiding van formule (34) in [3], namelijk $\mathcal{F} \text{sgn } \omega = 2 \cdot (j \cdot \omega)^{-1}$. Immers, deze afleiding steunt op formule (31), d.i. $\mathcal{F}(Dg) \omega = j \cdot \omega \cdot \mathcal{F}g \omega$ met $g := \text{sgn}$, waarbij dus niet voldaan is aan $\lim_{t \rightarrow \pm\infty} g t = 0$. De vervolledigde versie van (31) krijgt men door deelsgewijze integratie:

$$\begin{aligned} \mathcal{F}(Dg) \omega &= \int_{-\infty}^{+\infty} Dg t \cdot e^{-j \cdot \omega \cdot t} \cdot dt \\ &= j \cdot \omega \cdot \mathcal{F}g \omega + \lim_{\tau \rightarrow \infty} (e^{-j \cdot \omega \cdot t} \cdot g t) \Big|_{-\tau}^{+\tau} \end{aligned} \quad (18)$$

De genoemde voorwaarde valt samen met de meeste varianten van Fourier-integreerbaarheid, waaraan sgn en de drie stapfuncties niet voldoen. De integraal volgens de definitie van \mathcal{F}

$$\begin{aligned} \mathcal{F} \text{sgn } \omega &= \int_{-\infty}^{+\infty} \text{sgn } t \cdot e^{-j \cdot \omega \cdot t} \cdot dt \\ &= \lim_{\tau \rightarrow \infty} \frac{2}{j \cdot \omega} \cdot (1 - \cos(\omega \cdot \tau)) \end{aligned}$$

bestaat immers niet. Terloops: met $g := r_\alpha$ of k_α of s_α verdwijnt dit probleem, zodat o.m.

$$\begin{aligned}\mathcal{F}(Dk_\alpha)\omega &= j \cdot \omega \cdot \mathcal{F}k_\alpha\omega \\ &= \frac{j \cdot \omega \cdot \alpha}{\alpha^2 + \omega^2} \\ &= -\alpha \cdot \mathcal{F}s_\alpha\omega\end{aligned}$$

wat overeenstemt met $Dk_\alpha t = -\alpha \cdot s_\alpha t$ in het tijdsdomein. Interessanter is

$$\begin{aligned}\mathcal{F}(Ds_\alpha)\omega &= j \cdot \omega \cdot \mathcal{F}s_\alpha\omega \\ &= \frac{\omega^2}{\alpha^2 + \omega^2} \\ &= 1 - \frac{\alpha^2}{\alpha^2 + \omega^2} \\ &= 1 - \alpha \cdot \mathcal{F}k_\alpha\omega\end{aligned}$$

wat overeenstemt met $Ds_\alpha t = \delta t - \alpha \cdot k_\alpha t$ in het tijdsdomein.

Daar de stapfuncties niet strikt Fourier-transformeerbaar zijn, gaan wij na in welke mate zij verkrijgbaar zijn via omgekeerde transformaties. Vooreerst merken wij op dat, als F een strikt Fourier-transformeerbare functie is (in Φ dus) en $F(-\omega) = -(F\omega)$, dan is

$$\begin{aligned}\int_{-\infty}^{+\infty} F\omega \cdot e^{j\omega t} \cdot d\omega \\ &= \int_{-\omega=-\infty}^{+\infty} F(-\omega) \cdot e^{-j\omega t} \cdot d(-\omega) \\ &= -\int_{-\infty}^{+\infty} F(\omega) \cdot e^{-j\omega t} \cdot d\omega\end{aligned}$$

zodat $\mathcal{F}'F(-t) = -(\mathcal{F}'Ft)$ alsook

$$\begin{aligned}\mathcal{F}'Ft &= \frac{1}{2 \cdot \pi} \cdot \int_{-\infty}^{+\infty} F\omega \cdot \frac{e^{j\omega t} - e^{-j\omega t}}{2} \cdot d\omega \\ &= \frac{j}{2 \cdot \pi} \cdot \int_{-\infty}^{+\infty} F\omega \cdot \sin(\omega \cdot t) \cdot d\omega.\end{aligned}\quad (19)$$

Toepassing op H met $H\omega = \frac{1}{j\omega}$ (de verfijning in (17) zoals gezegd achterwege latend) geeft

$$\begin{aligned}\mathcal{F}'Ht &= \frac{1}{2 \cdot \pi} \cdot \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{e^{j\omega t} - e^{-j\omega t}}{2 \cdot j \cdot \omega} \cdot d\omega \\ &= \frac{1}{2 \cdot \pi} \cdot \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\sin(\omega \cdot t)}{\omega} \cdot d\omega \\ &= ht\end{aligned}$$

waarbij de laatste overgang steunt op een bekende integraal (het singulier geval $t = 0$ voorlopig daargelaten) die trouwens verderop systematisch wordt afgeleid. Deze afleiding geeft het verhoopte resultaat, maar gebruikt eigenschap (19) die alleen geldig is voor functies in Φ .

De twijfelachtige overgang is $\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{e^{j\omega t}}{j\omega} \cdot d\omega - \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{e^{-j\omega t}}{j\omega} \cdot d\omega = \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{e^{j\omega t} - e^{-j\omega t}}{j\omega} \cdot d\omega$ omdat de integraal in het rechterlid bestaat en de integralen in het linkerlid niet. In het rechterlid compenseren de imaginaire delen van $e^{j\omega t}/(j \cdot \omega)$ en $e^{-j\omega t}/(j \cdot \omega)$ elkaar, terwijl die in de afzonderlijke integralen net de probleemterm vormen. Wij maken dit zichtbaar door het reëel en het imaginair deel van $\mathcal{F}'Ht$ afzonderlijk te beschouwen.

$$\begin{aligned}\mathcal{F}'Ht &= \frac{1}{2 \cdot \pi} \cdot \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{e^{j\omega t}}{j \cdot \omega} \cdot d\omega \\ &= \frac{1}{2 \cdot \pi} \cdot \left(\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\sin(\omega \cdot t)}{\omega} \cdot d\omega - j \cdot \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\cos(\omega \cdot t)}{\omega} \cdot d\omega \right)\end{aligned}$$

De integraal $\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\cos(\omega \cdot t)}{\omega} \cdot d\omega$ in de imaginaire term bestaat niet wegens de singulariteit voor $\omega = 0$. Als conventie zou men deze term wel de waarde 0 kunnen geven omwille van de oneven symmetrie (alle tweezijdig oneigenlijke integralen $\int_{-\infty}^{+\infty} f(x) \cdot dx$ in de context van de Fourier-transformatie zijn in feite bedoeld als symmetrische limieten $\lim_{y \rightarrow \infty} \int_{-y}^y f(x) \cdot dx$). Deze beslissing is uiteraard arbitrair, hoewel het symmetrie-argument toch zo zwaar weegt dat het bij elke veralgemening van het functie- of integraalbegrip gerespecteerd moet blijven.

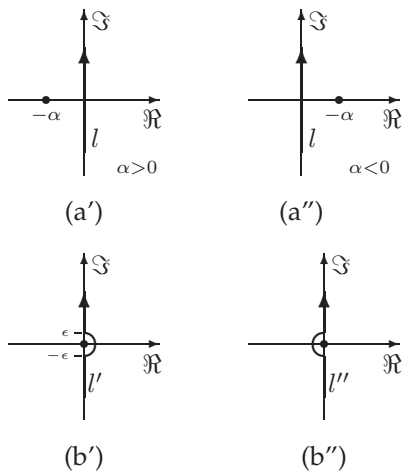
b. Analyse van de stapfuncties via het complexe vlak Wij willen nagaan wat met $\frac{\cos(\omega \cdot t)}{\omega}$ toch nog kan worden aangevangen, en wel in het complexe s -vlak, met $s := \sigma + j \cdot \omega$. Ter voorbereiding beschouwen wij eerst de r -familie. Voor alle reële α behalve 0 geldt

$$\begin{aligned}\mathcal{F}'(\mathcal{F}r_\alpha)t &= \frac{1}{2 \cdot \pi} \cdot \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{e^{j\omega t}}{j \cdot \omega + \alpha} \cdot d\omega \\ &= \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot j} \cdot \int_l \frac{e^{s \cdot t}}{s + \alpha} \cdot ds \\ &= r_\alpha t\end{aligned}\quad (20)$$

waarbij de lijn l gekozen is zoals aangegeven in Fig. 4(a). Zoals ook voor de andere genummerde formules in deze paragraaf worden de berekeningsdetails gegeven in de Appendix.

Hier zien we nogmaals waarom de berekening van $\mathcal{F}'Ht$ met $H\omega = \frac{1}{j\omega}$ niet mogelijk is uitgaande van de definitie (3). Immers, als wij de lijn l van Fig. 4(a) gebruiken in

$$\begin{aligned}\mathcal{F}'Ht &= \frac{1}{2 \cdot \pi} \cdot \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{e^{j\omega t}}{j \cdot \omega} \cdot d\omega \\ &= \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot j} \cdot \int_l \frac{e^{s \cdot t}}{s} \cdot ds\end{aligned}$$



Figuur 4: Omgekeerde transformaties via lijnintegralen in het s -vlak ($s = \sigma + j \cdot \omega$)

dan loopt deze over de singulariteit, zodat $\mathcal{F}' H t$ niet bestaat. We kunnen echter wel de twee 'dichtstbijzijnde' lijnen nemen, namelijk l' en l'' zoals in Fig. 4(b), met als resultaat

$$\begin{aligned} \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot j} \cdot \int_{l'} \frac{e^{s \cdot t}}{s} \cdot ds &= u t \quad \text{en} \\ \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot j} \cdot \int_{l''} \frac{e^{s \cdot t}}{s} \cdot ds &= v t \end{aligned} \quad (21)$$

Het verband met de oorspronkelijk te berekenen $\frac{1}{2 \cdot \pi} \cdot \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{e^{j \cdot \omega \cdot t}}{j \cdot \omega} \cdot d\omega$ wordt duidelijker met de omgekeerde substitutie $s := j \cdot \omega$, waarbij wij voor ω nu ook complexe waarden toelaten. Immers, als $s := j \cdot \omega$ de lijn l' volgt, dan volgt ω de lijn verkregen door l' een kwartslag in uurwijzerzin te draaien; het resultaat ll is de reële as met uitzondering van een willekeurig klein half cirkeltje dat de singulariteit in de oorsprong omzeilt via het onderste halfvlak:

$$\begin{aligned} u t &= \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot j} \cdot \int_{l'} \frac{e^{s \cdot t}}{s} \cdot ds \\ &= \frac{1}{2 \cdot \pi} \cdot \int_{j \cdot \omega: l'} \frac{e^{j \cdot \omega \cdot t}}{j \cdot \omega} \cdot d\omega \\ &= \frac{1}{2 \cdot \pi} \cdot \int_{ll} \frac{e^{j \cdot \omega \cdot t}}{j \cdot \omega} \cdot d\omega \end{aligned} \quad (22)$$

met een analoge variant voor $v t$. Wij komen nu terug op de integraal $\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\cos(\omega \cdot t)}{\omega} \cdot d\omega$ die, hoewel zelf ongedefinieerd, zeer nauw verwant is aan het imaginair deel van (22). De twee delen zijn namelijk

$$\begin{aligned} \frac{1}{2 \cdot \pi} \cdot \int_{ll} \frac{\sin(\omega \cdot t)}{\omega} \cdot d\omega &= h t \quad \text{en} \\ \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot j} \cdot \int_{ll} \frac{\cos(\omega \cdot t)}{\omega} \cdot d\omega &= \frac{1}{2} \end{aligned} \quad (23)$$

Een analoge variant voor de cosinusintegraal met het halve cirkeltje om de singulariteit nu in het bovenste halfvlak stemt overeen met $v t$ en levert de waarde $-\frac{1}{2}$ op. De sinusintegraal is voor beide varianten dezelfde. Bovendien geldt $\int_{ll} \frac{\sin(\omega \cdot t)}{\omega} \cdot d\omega = \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\sin(\omega \cdot t)}{\omega} \cdot d\omega$ omdat het integrandum geen singulariteit vertoont, zodat de lijn ll mag worden 'rechtgetrokken' zodat zij samenvalt met de reële as. De singulariteit blijft echter bestaan voor de cosinusintegraal. De beslissing om bij het rechttrekken van ll toch de waarde 0 toe te kennen aan de (ongedefinieerde) cosinusintegraal komt weer neer om de keuze van het gemiddelde.

Besluiten De problemen met $\mathcal{F}' H t$ zijn niet onverwacht: als h niet strikt transformeerbaar is, dan kan men moeilijk verwachten dat de inverse transformatie wel strikt mogelijk is, tenminste als men de omkeerbaarheid (d.i. $\mathcal{F}'(\mathcal{F} f) = f$ en $\mathcal{F}(\mathcal{F}' F) = F$) aanneemt.

Daarbij stelt men vast dat de bewijzen voor omkeerbaarheid in de literatuur ofwel op zeer losse intuïtieve argumenten berusten, ofwel streng wiskundig zijn, maar dan een beperkte klasse van functies veronderstellen waartoe de stapfuncties zeker niet behoren. Toch wordt deze eigenschap in beide situaties vrijwel blindelings toegepast. Dat is teleurstellend.

De variant van de omgekeerde Fourier-transformatie waarbij singulariteiten omzeild worden door een willekeurig klein half cirkeltje in het gebied van de complexe frequenties komt neer op de omgekeerde Laplace-transformatie, waar de integratielijneenvoudigheidshalve in haar geheel verschoven wordt. Het resultaat is uiteraard verschillend naargelang de richting van de verschuiving (in ons voorbeeld u en v).

Een variant van de omgekeerde Fourier-transformatie, die althans voor het beschouwde voorbeeld het gewenste resultaat geeft (met name h), bestaat erin het gemiddelde te nemen van de twee lijnintegralen die de singulariteiten op de ω -as langs een verschillende kant omzeilen. Het is interessant na te gaan hoe dit veralgemeend kan worden, als ook hoe de rechtstreekse transformatie dan gedefinieerd wordt. Wellicht is dit reeds onderzocht.

Een ander alternatief blijft uiteraard het gebruik van gegeneraliseerde functies, maar dan met precieze rekenregels waarvan de toepassing niet steunt op interpretaties van resultaten.

4. De condensator-impedantie

In de elektrotechniek wordt de Fourier-transformatie typisch gebruikt op het abstractieniveau van signalen (b.v. modulatie), waarbij de begrippen 'begintoestand' en 'randvoorwaarden' niet of niet zichtbaar aan de orde komen. Op meer concrete niveaus gebruikt men voor analyse in sinusregime (zoals elektrische machines en vermogenoverdracht) de complexe impedantie als uitdrukking in $j \cdot \omega$ voor een vaste frequentie (niet nul), en voor overgangsverschuiven in schakelingen typisch de (enkelzijdige) Laplace-transformatie, waarbij men uitdrukkelijk met begintoestand en randvoorwaarden rekening houdt, maar ook het gehele systeemgedrag modelleert vanaf een bepaald tijdstip, dat dan meestal als oorsprong wordt gekozen.

Indien men de Fourier-transformatie toch in haar basisvorm gebruikt voor concrete schakelingen kan men de begintoestand niet altijd negeren ingeval de schakeling ideale componenten bevat waarvan de toestandswaarden na verloop van tijd niet asymptotisch nul worden. Hoewel men de DC-analyse vaak afzonderlijk doorvoert, elimineert deze werkwijze het probleem niet, omdat ook AC-toestanden kunnen blijven bestaan (b.v. bij een ideale trillingskring).

a. Randvoorwaarden en normalisatie Een zuiver I/O-systeem wordt gemodelleerd door een gedragsfunctie $g : (\mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R})_P \rightarrow (\mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R})_P$ (waar de beperking P karakteristiek is voor de beschouwde klasse systemen), zodanig dat een ingangssignaal (of, kortweg, 'ingang') $i : (\mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R})_P$ de uitgang $g i$ teweegbrengt. Ter herinnering: de uitgang $g i$ neemt op tijdstip t de waarde $g i t$ aan, te lezen als $(g i) t$.

Het gedrag van de meeste systemen hangt niet alleen af van het ingangssignaal maar ook van de randvoorwaarden. Als wij deze weergeven door een bijkomende systeemp parameter, dan wordt de gedragsfunctie $g_- : R \rightarrow (\mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R})_P \rightarrow (\mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R})_P$, waar R het type is van de randvoorwaarden; de uitgang voor gegeven ingang i en randvoorwaarden r is dan $g_r i$.

Als men het systeem wil modelleren als een zuiver I/O-systeem moet men het ingangssignaal alleenbepalend maken door de randvoorwaarden via een gepaste conventie daarvan afhankelijk te maken. Met een dergelijke *normalisatie-conventie* kan de extra parameter wegblijven. Bij een *triviale* afhankelijkheid zijn de genormaliseerde randvoor-

waarden steeds dezelfde, bij een niet-triviale keuze kunnen zij verschillen naargelang het signaal. Zoals met iedere normalisatie dient bij een specifiek geval de normalisatie-conventie gecombineerd te worden met de werkelijke randvoorwaarden om het systeemgedrag te bepalen.

Wij zullen zien dat de ideale condensator beide soorten normalisatie toelaat; de eigenfuncties van een lineair, tijdinvariant systeem vereisen echter een niet-triviale normalisatie.

b. De ideale condensator Om ook met randvoorwaarden en met niet-transformeerbare functies te kunnen werken gaan wij uit van gewone differentiaal- of integraalvergelijkingen. Wij verkiezen deze laatste omdat dan zowel het ingangssignaal i (hier de stroom) als de randvoorwaarden (de lading Q op het begintijdstip 0) samen in één vergelijking zijn opgenomen:

$$C \cdot v t = q t = Q + \int_0^t i \tau \cdot d\tau. \quad (24)$$

Als wij de formule (40) in [2], namelijk de convolutie met de stapfunctie u , hiermee verenigbaar willen maken, dus

$$\begin{aligned} C \cdot v t &= \int_{-\infty}^{+\infty} i \tau \cdot u(t - \tau) \cdot d\tau \\ &= \int_{-\infty}^t i \tau \cdot d\tau \\ &= \int_{-\infty}^0 i \tau \cdot d\tau + \int_0^t i \tau \cdot d\tau, \end{aligned} \quad (25)$$

dan moet $Q = \int_{-\infty}^0 i \tau \cdot d\tau$. Dit bevestigt dat de convolutie alleen rekening houdt met de lading opgebouwd door de stroom, niet de (rest)lading uit het verleden. De vrijheidsgraad voor de randvoorwaarden ontbreekt. Vergelijking (25) moet dus vervolledigd worden tot

$$\begin{aligned} C \cdot v t &= S + \int_{-\infty}^{+\infty} i \tau \cdot u(t - \tau) \cdot d\tau \\ &= S + \int_{-\infty}^t i \tau \cdot d\tau. \end{aligned} \quad (26)$$

zodat $Q = S + \int_{-\infty}^0 i \tau \cdot d\tau$ alsook $S = \lim_{t \rightarrow -\infty} C \cdot v t$, mits de integraal en de limiet bestaan. Om voor de hand liggende redenen noemen wij de lading S de *oertoestand*.

De eis dat, als $i t = 0$ voor alle $t \leq t'$ met een gegeven t' , dan ook $v t = 0$ moet gelden voor alle $t \leq t'$ vervalst daarmee. Deze (noodzakelijke) uitbreiding is niet strijdig met causaliteit: de vermenigvuldiging van $i \tau$ met $u(t - \tau)$ in de convolutie

verzekert immers dat $i\tau$ slechts bijdraagt tot de lading (en de spanning) op tijdstippen later dan τ . De eis dat it en/of vt nul moeten zijn vóór een zeker tijdstip t' heeft met causaliteit (of, nauwkeuriger uitgedrukt, *niet-anticipatorisch gedrag*, want dat wordt in deze context bedoeld) weinig te maken.

Een correcte karakterisering van niet-anticipatorisch gedrag in het algemeen is dat de gedragsfunctie g voldoet aan $x \% \tau = y \% \tau \Rightarrow g x \% \tau = g y \% \tau$ voor willekeurige ingangssignalen x en y en willekeurig tijdstip τ . Hier is $x \% \tau$ de functie x waarvan het domein beperkt is tot $\{t : \mathbb{R} \mid t \leq \tau\}$.

Aan deze eis is voldaan voor iedere keuze van S . Wat wel in het gedrag kan komen is de lineariteit, namelijk de eis dat, als de stroom voor alle tijdstippen vermenigvuldigd wordt met een constante factor, hetzelfde gebeurt met de spanning.

Fourier-transformatie met gebruik van gegeneraliseerde functies geeft

$$\begin{aligned} C \cdot \mathcal{F}v\omega &= S \cdot 2 \cdot \pi \cdot \delta\omega + \mathcal{F}i\omega \cdot \mathcal{F}u\omega & (27) \\ &= S \cdot 2 \cdot \pi \cdot \delta\omega + \mathcal{F}i\omega \cdot \left(\pi \cdot \delta\omega + \frac{1}{j \cdot \omega}\right) \end{aligned}$$

(i) Bij de studie van elektronische schakelingen is de definiërende eigenschap voor de impedantie $Z : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{C}$ de vergelijking $\mathcal{F}v\omega = \mathcal{F}i\omega \cdot Z\omega$. Lineariteit is daarin vervat. De triviale normalisatie $S = 0$ geeft $Z\omega = \frac{1}{C} \cdot \left(\pi \cdot \delta\omega + \frac{1}{j \cdot \omega}\right)$ zoals in voorgaande discussies.

Als we echter aannemen dat $\mathcal{F}i\omega$ zelf geen δ -functies bevat (wat voor een ideale condensator een veilige werkhypothese is), dan geldt $\mathcal{F}i\omega \cdot \delta\omega = \mathcal{F}i0 \cdot \delta\omega$. De niet-triviale normalisatieconventie $S = -\frac{\mathcal{F}i0}{2}$ leidt dan tot de impedantie $Z\omega = \frac{1}{j \cdot \omega \cdot C}$.

Dat S afhangt van i in zijn geheel maakt het aldus gedefinieerde gedrag strikt genomen niet causaal, maar daarbij moet men wel bedenken dat S een *arbitraire* integratieconstante is, die voor ieder specifiek geval toch aangepast moet worden aan de werkelijke randvoorwaarden.

We geven twee illustratieve voorbeelden.

- Als i bepaald is door $it = -n_\alpha t = I \cdot ((t < 0) ? e^{\alpha t} \mid (t > 0) ? 0 \mid \frac{1}{2})$, dan volgt uit (26) dat $C \cdot vt = S + \frac{I}{\alpha} \cdot ((t < 0) ? e^{\alpha t} \mid 1)$. Daar $\mathcal{F}i\omega = \frac{I}{\alpha - j \cdot \omega}$ stellen we $S = -\frac{\mathcal{F}i0}{2} = -\frac{I}{2 \cdot \alpha}$, zodat $C \cdot vt = \frac{I}{\alpha} \cdot ((t < 0) ? (e^{\alpha t} - \frac{1}{2}) \mid \frac{1}{2})$. Daarnaast volgt uit $\frac{1}{j \cdot \omega} \cdot \mathcal{F}i\omega = \frac{I}{\alpha} \cdot \left(\frac{1}{j \cdot \omega} + \frac{1}{\alpha - j \cdot \omega}\right)$ door terugtransformatie $\frac{I}{\alpha} \cdot (ht - n_\alpha t) = \frac{I}{\alpha} \cdot ((t < 0) ? (e^{\alpha t} - \frac{1}{2}) \mid (t > 0) ? \frac{1}{2} \mid \frac{1}{2}) = C \cdot vt$.

- Met i bepaald door $it = p_\alpha t = I \cdot ((t < 0) ? 0 \mid (t > 0) ? e^{-\alpha t} \mid \frac{1}{2})$ volgt uit (26) $C \cdot vt = S + \frac{I}{\alpha} \cdot ((t < 0) ? 0 \mid (1 - e^{-\alpha t}))$. Daar $\mathcal{F}i\omega = \frac{I}{\alpha + j \cdot \omega}$ stellen we $S = -\frac{\mathcal{F}i0}{2} = -\frac{I}{2 \cdot \alpha}$, zodat $C \cdot vt = \frac{I}{\alpha} \cdot ((t < 0) ? -\frac{1}{2} \mid (\frac{1}{2} - e^{-\alpha t}))$. Daarnaast volgt uit $\frac{1}{j \cdot \omega} \cdot \mathcal{F}i\omega = \frac{I}{\alpha} \cdot \left(\frac{1}{j \cdot \omega} - \frac{1}{\alpha + j \cdot \omega}\right)$ door terugtransformatie $\frac{I}{\alpha} \cdot (ht - p_\alpha t) = \frac{I}{\alpha} \cdot ((t < 0) ? -\frac{1}{2} \mid (t > 0) ? (\frac{1}{2} - e^{-\alpha t}) \mid -\frac{1}{2}) = C \cdot vt$.

(ii) Bij de studie van lineaire, tijdinvariante systemen is het impulsantwoord bepalend, omdat zijn Fourier-getransformeerde de transferfunctie is. Voor de condensator kiezen wij als ingangssignaal een stroompuls met Fouriergetransformeerde de lading Q (terloops: wij schrijven niet 1 omdat we in alle uitdrukkingen de dimensies willen behouden; dit is een stijlkeuze), zodat de impedantie gedefinieerd is door $\mathcal{F}v\omega = Q \cdot Z\omega$. Uit (27) volgt

$$C \cdot \mathcal{F}v\omega = S \cdot 2 \cdot \pi \cdot \delta\omega + Q \cdot \left(\pi \cdot \delta\omega + \frac{1}{j \cdot \omega}\right)$$

Hier geven de normalisaties $S := 0$ en $S := -Q/2$ respectievelijk dezelfde, onderling verschillende, waarden voor de impedanties als voorheen.

c. De niet-ideale condensator Wij zagen eerder dat $\mathcal{F}r_\alpha\omega = \frac{1}{j \cdot \omega + \alpha}$, hoewel voor de stapfunctie u , de (puntsgewijze) limietfunctie van r_α voor $\alpha \xrightarrow{>} 0$, geldt $\mathcal{F}u\omega = \pi \cdot \delta\omega + \frac{1}{j \cdot \omega}$.

Zo ook verdwijnt de δ -functie in de impedantie als men een niet-ideale condensator beschouwt met lekweerstand R . Immers, de integraalvergelijking wordt dan

$$C \cdot vt = Q + \int_0^t (i\tau - \frac{v\tau}{R}) \cdot d\tau.$$

De oplossing (bijvoorbeeld na omzetting in een gewone differentiaalvergelijking) is

$$C \cdot vt = e^{-t/(R \cdot C)} \cdot \left(Q + \int_0^t i\tau \cdot e^{\tau/(R \cdot C)} \cdot d\tau \right)$$

of, in een vorm die de randvoorwaarde vt' op een willekeurig tijdstip t' weergeeft,

$$C \cdot vt = e^{-t/(R \cdot C)}. \quad (28)$$

$$\left(e^{t'/(R \cdot C)} \cdot C \cdot vt' + \int_{t'}^t i\tau \cdot e^{\tau/(R \cdot C)} \cdot d\tau \right).$$

Merk op dat men voor $\lim_{R \rightarrow \infty}$ de vergelijking voor de ideale condensator terugvindt.

Limietovergang voor $t' \rightarrow \infty$ geeft

$$C \cdot vt = e^{-t/(R \cdot C)}. \quad (29)$$

$$\left(\lim_{t' \rightarrow -\infty} e^{t'/(R \cdot C)} \cdot C \cdot vt + \int_{-\infty}^t i\tau \cdot e^{\tau/(R \cdot C)} \cdot d\tau \right)$$

De term $\lim_{t' \rightarrow -\infty} e^{t'/(R \cdot C)} \cdot C \cdot v t'$ geeft de invloed weer van de oertoestand. Als $v t'$ voor $t' \rightarrow \infty$ begrensd is, of zelfs maar $|v t'| < V \cdot e^{-\alpha t'}$ met $\alpha < \frac{1}{R \cdot C}$ (wat wel een zeer zwakke voorwaarde is ingeval $\alpha > 0$) dan geldt $\lim_{t' \rightarrow -\infty} e^{t'/(R \cdot C)} \cdot C \cdot v t' = 0$. In het bijzonder geval dat $\lim_{t' \rightarrow -\infty} C \cdot v t'$ bestaat is dat per definitie de oertoestand, geschreven S , en geldt $C \cdot v t = e^{-t/(R \cdot C)} \cdot \left(\lim_{t' \rightarrow -\infty} e^{t'/(R \cdot C)} \cdot S + \int_{-\infty}^t i \tau \cdot e^{\tau/(R \cdot C)} \cdot d\tau \right) = \int_{-\infty}^t i \tau \cdot e^{-\frac{t-\tau}{R \cdot C}} \cdot d\tau$ ongeacht S . Ter illustratie: als S de oertoestand is en $i t = V/R$ voor gegeven V , dan $C \cdot v t = e^{-t/(R \cdot C)} \cdot \left(\lim_{t' \rightarrow -\infty} e^{t'/(R \cdot C)} \cdot S + \int_{-\infty}^t V/R \cdot e^{\tau/(R \cdot C)} \cdot d\tau \right) = C \cdot V$ zodat $v t = V$.

In ieder geval is de interpretatie hiervan dat het effect van de oertoestand verdwenen is. Dit is dan ook wat wij vanaf dit punt zullen onderstellen. Belangrijk is de vaststelling dat dit voor de ideale condensator niet mogelijk is zonder ernstig verlies aan algemeenheid.

Tenslotte vindt men

$$\begin{aligned} C \cdot v t &= \int_{-\infty}^t i \tau \cdot e^{-\frac{t-\tau}{R \cdot C}} \cdot d\tau \\ &= \int_{-\infty}^{+\infty} i \tau \cdot e^{-\frac{t-\tau}{R \cdot C}} \cdot u(t-\tau) \cdot d\tau \\ &= \int_{-\infty}^{+\infty} i \tau \cdot r_{\frac{1}{R \cdot C}}(t-\tau) \cdot d\tau \end{aligned}$$

waaruit, door Fourier-transformatie (in zoverre de getransformeerden bestaan),

$$\begin{aligned} \mathcal{F} v \omega &= \mathcal{F} i \omega \cdot C^{-1} \cdot \mathcal{F} r_{\frac{1}{R \cdot C}} \omega \\ &= \mathcal{F} i \omega \cdot \frac{C^{-1}}{(R \cdot C)^{-1} + j \cdot \omega} \end{aligned}$$

zodat de impedantie Z bepaald wordt door $Z \omega = \frac{R}{1+j \cdot \omega \cdot R \cdot C}$, zonder δ -functie. De voorwaarden voor het bestaan van $\mathcal{F} v$ impliceren overigens $\lim_{t' \rightarrow -\infty} e^{t's/(R \cdot C)} \cdot C \cdot v s = 0$.

5. Rekenen met functionalen over lineaire, tijdinvariante systemen

We zagen reeds hoe correcte conventies bij het rekenen met functionalen leiden tot klarere en elegantere afleidingen, zoals het verband tussen de Laplace- en de Fourier-transformatie.

We besluiten met een ander rekenvoorbeeld: de afleiding van het verband tussen een complex exponentieelingangssignaal en het antwoord van een lineair, tijdinvariant systeem.

a. Karakterisering van systeemgedrag via functionalen We schrijven voorlopig \mathbb{T} voor het tijdsdomein, omdat deze paragraaf ook geldt voor discrete tijd, voorgesteld door gehele getallen. Als A de verzameling ogenblikkelijke waarden is, dan zijn de signalen functies van \mathbb{T} naar A , eventueel beperkt door een predikaat P . Het systeemgedrag is dan een functie

$$g : (\mathbb{T} \rightarrow A)_P \rightarrow (\mathbb{T} \rightarrow B)$$

waarbij B de verzameling ogenblikkelijke waarden is aan de uitgang. We herinneren eraan dat het antwoord op eeningangssignaal $x : \mathbb{T} \rightarrow A$ de functie $g x$ (van \mathbb{T} naar B) is en op tijdstip t de waarde $g x t$ aanneemt, waarbij de laatste uitdrukking staat voor $(g x) t$.

Een systeem wordt *geheugenloos* genoemd als $g x t$ alleen afhangt van $x t$ en niet van waarden die x aanneemt op andere tijdstippen. Formeel uitgedrukt:

DEFINITIE: g is *geheugenloos* d.e.s.d.a. er een functie $f_- : \mathbb{T} \rightarrow A \rightarrow B$ bestaat zodanig dat $g x t = f_t(x t)$ voor ieder signaal $x : \mathbb{T} \rightarrow A$ en tijdstip $t : \mathbb{T}$.

De *verschuivingsoperator* σ wordt gedefinieerd door

$$\begin{aligned} \sigma_- : \mathbb{T} \rightarrow (\mathbb{T} \rightarrow A) &\rightarrow (\mathbb{T} \rightarrow A) \text{ met} \\ \sigma_\tau x t &= x(t + \tau) \text{ voor alle } \tau, x \text{ en } t. \end{aligned}$$

Strikt genomen definieert dit σ_τ alleen voor signalen van het type $\mathbb{T} \rightarrow A$, maar wij behouden hetzelfde symbool voor signalen van het type $\mathbb{T} \rightarrow B$ (polymorfisme). Hier is het voornaamste doel van deze operator het karakteriseren van *tijdinvariantie*:

DEFINITIE: g is *tijdinvariant* d.e.s.d.a. $g(\sigma_\tau x) = \sigma_\tau(g x)$ voor alle τ en alle x .

Informeel verwoord: als men bij een dergelijk systeem hetingangssignaal verschuift over een gegeven tijdsduur, dan verandert het uitgangssignaal niet van vorm maar schuift gewoon mee.

In wat volgt nemen we voor A en B de verzameling \mathbb{R} der reële getallen.

DEFINITIE: g is *lineair* d.e.s.d.a. voor alle getallen a en b in \mathbb{R} en alle signalen x en y in $(\mathbb{T} \rightarrow \mathbb{R})_P$ geldt $g(a \cdot x \hat{+} b \cdot y) = a \cdot g x \hat{+} b \cdot g y$.

De operator $\hat{+}$ is analoog aan $\hat{+}$, met dat verschil dat alleen het tweede argument een functie is:

$(a \star x)t = a \star xt$ tegenover $(x \hat{\star} y)t = xt \star yt$. Onze conventies (hier niet nader besproken) laten toe eenvoudig \cdot en $+$ te schrijven (zoals gebruikelijk in de regeltechniek en de signaalbewerking), wat we dan ook meestal zullen doen om het schrijfwerk te beperken.

Laten we g uitbreiden tot paren van signalen, complex voorgesteld:

$$\tilde{g} \text{ is een functie van } (\mathbb{T} \rightarrow \mathbb{C})_{P'} \text{ naar } \mathbb{T} \rightarrow \mathbb{C} \text{ met } \tilde{g}(x + j \cdot y) = gx + j \cdot gy$$

voor willekeurige signalen x en y in $(\mathbb{T} \rightarrow \mathbb{R})_P$. Hierbij is P' op de voor de hand liggende manier afgeleid van P . Nu kunnen we lineariteit kenschetsen door een meer compacte formule:

LEMMA A: g is lineair d.e.s.d.a. $\tilde{g}(c \cdot z) = c \cdot \tilde{g}z$ voor alle getallen c in \mathbb{C} en alle signalen z in $(\mathbb{T} \rightarrow \mathbb{C})_{P'}$. Bewijs: (Oefening).

Het antwoord van een lineair systeem op een ingangssignaal $\mathbf{0}$ met constante waarde 0 is eveneens $\mathbf{0}$. Voor een reëel signaal x geldt dus $\tilde{g}x = \tilde{g}(x + j \cdot \mathbf{0}) = gx + j \cdot g\mathbf{0} = gx$ zodat wij zonder gevaar voor verwarring g kunnen uitbreiden \tilde{g} en toch g blijven schrijven.

b. Antwoord van een LTI-systeem op een complexe exponentiële ingang Vanaf hier geldt $\mathbb{T} := \mathbb{R}$. In (1) introduceerden we de familie E_{ω} van complexe exponentiële functies:

DEFINITIE: $E_{\omega} : \mathbb{C} \rightarrow \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{C}$ met $E_{\omega}t = e^{s \cdot t}$ voor alle $s : \mathbb{C}$ en $t : \mathbb{R}$.

Voor dergelijke ingangssignalen berekenen we nu het antwoord van een LTI-systeem.

LEMMA B: $\sigma_{\tau} E_{\omega} = E_{\omega} \tau \cdot E_{\omega}$. Bewijs: voor alle $t : \mathbb{R}$ geldt $\sigma_{\tau} E_{\omega} t = E_{\omega}(t + \tau) = E_{\omega} \tau \cdot E_{\omega} t = (E_{\omega} \tau \cdot E_{\omega}) t$, dus $\sigma_{\tau} E_{\omega} = E_{\omega} \tau \cdot E_{\omega}$ per definitie van functiegelijkheid (gelijke domeinen, gelijke beeldpunten voor ieder punt in het domein).

STELLING: Voor een lineair, tijdinvariant systeem geldt $g E_{\omega} = g E_{\omega} \mathbf{0} \cdot E_{\omega}$

Bewijs: voor willekeurige t en τ geldt

$$\begin{aligned} g E_{\omega}(\tau + t) &= \langle \text{Definitie } \sigma \rangle \sigma_{\tau}(g E_{\omega}) t \\ &= \langle \text{Tijdinvariantie} \rangle g(\sigma_{\tau} E_{\omega}) t \\ &= \langle \text{Lemma B} \rangle g(E_{\omega} \tau \cdot E_{\omega}) t \\ &= \langle \text{Lineariteit} \rangle (E_{\omega} \tau \cdot g E_{\omega}) t \\ &= \langle \text{Definitie } \Rightarrow \rangle E_{\omega} \tau \cdot g E_{\omega} t. \end{aligned}$$

Voor $\tau = 0$ geeft dit $g E_{\omega} t = g E_{\omega} \mathbf{0} \cdot E_{\omega} t = (g E_{\omega} \mathbf{0} \cdot E_{\omega}) t$, dus $g E_{\omega} = g E_{\omega} \mathbf{0} \cdot E_{\omega}$.

Merk op hoe in deze afleiding de rekenregels alle werk doen, iedere stap helder en formeel correct is uitgedrukt, en precies de essentie weergeeft, wat in grote mate bijdraagt tot de duidelijkheid. Wij vestigen ook nogmaals de aandacht op de algebraïsche stijl.

De vergelijking $g E_{\omega} = g E_{\omega} \mathbf{0} \cdot E_{\omega}$ toont aan dat iedere E_{ω} een eigenfunctie is van g met eigenwaarde $g E_{\omega} \mathbf{0}$, die aldus de rol van transferfunctie vervult.

c. Toepassing op de condensator; normalisatie We beschouwen nogmaals de RC-schakeling als een systeem met gedragsfunctie g gedefinieerd door $gi = v$ waarbij het verband tussen v en i bepaald is door de reeds eerder gegeven integraalvergelijking.

Laten wij eerst de zaak wat simplistisch benaderen en de randvoorwaarden 'wegmoffelen' door over te gaan op de differentiaalvergelijking

$$C \cdot Dvt + \frac{vt}{R} = it. \quad (30)$$

Voor $it = I \cdot E_{\omega} t$ postuleren wij de particuliere oplossing $vt = V_s \cdot E_{\omega} t$ en bepalen V_s door substitutie in (30):

$$s \cdot V_s \cdot E_{\omega} t + \frac{1}{R \cdot C} \cdot V_s \cdot E_{\omega} t = \frac{1}{C} \cdot I \cdot E_{\omega} t,$$

Mits $1 + s \cdot R \cdot C \neq 0$ volgt hieruit V_s en dus ook de eigenwaarde

$$g(I \cdot E_{\omega}) \mathbf{0} = v \mathbf{0} = V_s = \frac{R \cdot I}{1 + s \cdot R \cdot C} = Z_s \cdot I$$

waarin $Z_s = \frac{R}{1 + s \cdot R \cdot C}$, wat voor de ideale condensator $Z_s = \frac{1}{s \cdot C}$ wordt.

Uit wat we eerder gezien hebben volgt echter dat deze wegverkorting via de particuliere oplossing weliswaar een uitdrukking oplevert voor de impedantie, maar weinig inzicht verschaft omdat het effect van de randvoorwaarden er niet door beschreven wordt. Daarom keren we toch terug naar de algemene oplossing.

Voor de ideale condensator met $C \cdot vt = Q + \int_0^t i\tau \cdot d\tau$ (met ook Q complex) vinden we voor $it = I \cdot E_{\omega} t$ dat $vt = Q/C + Z_s \cdot I \cdot (E_{\omega} t - 1)$. Om $E_{\omega} t$ tot eigenfunctie te maken moeten we dus de normalisatie $Q/C = Z_s \cdot I$ invoeren, wat precies de particuliere oplossing oplevert. De vorm $C \cdot vt = S + \int_{-\infty}^t i\tau \cdot d\tau$ is alleen bruikbaar als $\int_{-\infty}^0 i\tau \cdot d\tau$ bestaat. Voor $it = I \cdot E_{\omega} t$ is dat het geval d.e.s.d.a. $\Re s > 0$. Dan geldt $vt = S/C + Z_s \cdot I \cdot E_{\omega} t$, en de normalisatie om eigenfuncties te verkrijgen

is de triviale $S = 0$. Ter illustratie: met $s := \alpha + j \cdot \omega$ krijgt men $it = I \cdot e^{\alpha \cdot t} \cdot (\cos(\omega \cdot t) + j \cdot \sin(\omega \cdot t))$, en het resulterend spanningsverloop is dan $vt = g(I \cdot E_s)t = I \cdot Z_s \cdot E_s t$. Het reële deel hiervan wordt gegeven door

$$\Re(vt) = \frac{I}{C} \cdot e^{\alpha \cdot t} \cdot \frac{\alpha \cdot \cos(\omega \cdot t) + \omega \cdot \sin(\omega \cdot t)}{\alpha^2 + \omega^2}$$

en is uiteraard het antwoord op $I \cdot e^{\alpha \cdot t} \cdot \cos(\omega \cdot t)$. De berekening voor het imaginair deel verloopt analoog. Het is wel merkwaardig dat een wisselstroom die reeds aanwezig is in het verre verleden, mits exponentieel vanaf nul aangroeiend, toch een welbepaald spanningsverloop geeft. Dit is niet het geval is voor een wisselstroom met constante amplitude.

De E_s -functies zijn echter evenzeer eigenfuncties ingeval $\Re s \leq 0$, maar in dat geval bestaat $\int_{-\infty}^0 E_s \tau \cdot d\tau$ niet, en dus S evenmin. De normalisatie kan dus niet gebeuren via S , en in het bijzonder vervalt de triviale normalisatie $S = 0$. De hoger genoemde niet-triviale normalisatie $Q/C = Z_s \cdot I$ blijft uiteraard geldig, behalve voor $s = 0$ (zie verder).

Voor de RC-schakeling met $C \cdot vt = e^{-t/(R \cdot C)} \cdot (e^{t'/(R \cdot C)} \cdot C \cdot vt' + \int_{t'}^t i\tau \cdot e^{\tau/(R \cdot C)} \cdot d\tau)$ vinden we voor $it = I \cdot E_s t$ en met $Q := C \cdot v_0$ dat

$$C \cdot vt = e^{-t/(R \cdot C)} \cdot \left(Q + I \cdot \int_0^t e^{(s+1/(R \cdot C)) \cdot \tau} \cdot d\tau \right). \quad (31)$$

Ingeval $(s + 1/(R \cdot C)) \neq 0$ geeft verdere uitwerking

$$vt = (Q/C - Z_s \cdot I) \cdot e^{-t/(R \cdot C)} + Z_s \cdot I \cdot E_s t.$$

Eigenfuncties vereisen dus zoals verwacht de normalisatie $Q/C = Z_s \cdot I$. Merk op dat deze formulering niet vereist dat er een oertoestand $\lim_{t' \rightarrow -\infty} e^{t'/(R \cdot C)} \cdot C \cdot vt'$ moet bestaan.

Ingeval $(s + 1/(R \cdot C)) = 0$ geeft verdere uitwerking van (31)

$$C \cdot vt = e^{-t/(R \cdot C)} \cdot (Q + I \cdot t).$$

Voor het ingangssignaal $it = I \cdot e^{-t/(R \cdot C)}$ gedraagt de RC-schakeling zich dus niet als een LTI-systeem. Dit correspondeert ook met het geval $s = 0$ voor de ideale condensator.

Uit dit concreet voorbeeld blijkt dat de karakterisering van de signalen een rol kan spelen als men een systeem wil modelleren als LTI-systeem, en dat vervolgens de bepaling van eigenfuncties een welbepaalde keuze van de randvoorwaarden oplegt.

Ook zijn de eigenfuncties niet Fourier-transformeerbaar en moesten we terug naar het tijdsdoelme, wat de zwakheid van de Fourier-analyse en de noodzaak van een veralgemening aantoont. De tweezijdige Laplace-transformatie is een alternatief, maar heeft andere nadelen.

6. Slotbeschouwingen

The game is not over
Khan Noonian Singh

Uit de vele gedachtenexperimenten in dit artikel en in de bijdragen [1, 2, 3, 4, 5, 6] blijkt duidelijk dat het laatste woord over dit onderwerp nog niet is gezegd.

Daarbij biedt een constructieve en begrijpende instelling bij het interpreteren van uitspraken (zoals sommige kwesties aangesneden in [4]) voordelen boven de polemiek, omdat zij aanzet tot grondiger onderzoek, het inzicht bevordert en misverstanden helpt vermijden.

Eén van de oorzaken waardoor de onder de aandacht gebrachte onduidelijkheden kunnen ontstaan is dat bepaalde onderstellingen door traditie als vanzelfsprekend worden aangenomen. De wens zo snel mogelijk over te gaan naar praktische toepassingen werkt dit gevaar ongetwijfeld nog in de hand, evenals de zeer oppervlakkige zin waarin de mogelijkheden geboden door de informatisering (voorlopig) nog worden aangewend.

Vooral het tweede punt vergt nadere uitleg, en wordt daarom eerst behandeld.

a. Informatisering noodzaakt betere begripsvorming. De beschikbaarheid van computerhulpmiddelen bij systeemontwerp brengt de gebruiker gemakkelijk in de verleiding om begripsvorming te verwaarlozen, en de zorg daarvoor af te schuiven op de softwaremakers.

Ook in het onderwijs (zelfs het universitaire) wordt de nadruk vaak verlegd van conceptuele vaardigheden naar het gebruik van software-pakketten, maar deze afweging (evenals de druk tot niveauperlaging) miskent de groeiende complexiteit van de technologie.

Toenemende computerondersteuning maakt begripsvorming immers juist belangrijker, zowel voor de ontwerpers van de software, om deze zo doeltreffend mogelijk te maken, als voor de gebruikers/systeemontwerpers, om hun vak met kennis van zaken te kunnen uitoefenen, en om de vele hulpmiddelen die worden aangeboden kritisch te kunnen evalueren.

Ook is het, zeker op universitair niveau, onnodig speciaal tijd vrij te maken om het gebruik van softwarepakketten aan te leren: bij een goed systeem van vraagstukken met gradatie in de vereiste begrippen en het gebruik van de pakketten gaat dat geleidelijk, zonder drukte.

Belangrijk in deze context zijn de symbolische aspecten, die het meest bijdragen tot inzicht en kwalitatief begrip, maar in de meeste pakketten nog ondervertegenwoordigd zijn in vergelijking met de numerieke. Ontoereikende begripsvorming is de vertragende factor.

Een tweede effect van de informatisering zijn de toenemende mogelijkheden om lesmateriaal door de grotere oplage aan een veel lagere prijs aan te bieden, en toch meer inspanning te investeren in de kwaliteit. Het beste materiaal op wereldniveau zal daardoor niet alleen in kwaliteit maar ook in prijs kunnen wedijveren met de plaatselijke 'syllabi'. Anderzijds bestaat het gevaar dat multimedialerealisaties die vroeg beschikbaar zijn, maar inhoudelijk onvoldoende doordacht, de markt verzadigen en leiden tot stagnatie. Ook om deze redenen is meer aandacht voor degelijke begripsvorming noodzakelijk.

b. Begripsvorming aangaande transformaties
Het lijkt verwonderlijk dat een klassiek onderwerp zoals de Fourier-analyse toch nog zoveel onduidelijkheden kan veroorzaken. Men moet echter bedenken dat de functies die belangrijk zijn voor de toepassingen vaak aan de rand (of zelfs buiten) de mogelijkheden van de Fourier-transformatie liggen. Ook de Laplace-transformatie kent problemen, maar dat is misschien iets voor een andere gelegenheid.

Vele ingenieurs en wiskundigen hebben de tekortkomingen opgemerkt en hebben daarom andere benaderingswijzen voorgesteld. Eén daarvan is Wiener, wiens werk op dit gebied besproken wordt in [9, blz. 435-436]. Volgens één van de auteurs van het genoemde artikel is het meeste van Wiener's werk echter zo moeilijk leesbaar dat het bijna ontoegankelijk is, wat een ernstige beperking vormt voor praktisch gebruik.

Het feit blijft echter bestaan dat de traditionele benadering onbevredigend is. Daar ik zelf niet vertrouwd ben met de meer gevorderde aspecten van dit onderwerp zullen anderen wellicht kunnen verwijzen naar meer recente ontwikkelingen en bruikbare alternatieven. Zeer waarschijnlijk bieden distributies, mits zorgvuldig en met zuiver formeel toepasbare regels uitgewerkt, op dit moment de meest aangewezen oplossing.

In ieder geval hoop ik dat de lezer in deze bijdrage een interessante invalshoek of meer stof tot nadenken heeft gevonden. Suggesties, opmerkingen, en (vooral) eventuele correcties, worden zeer op prijs gesteld.

Referenties

- [1] P. van der Wurff, "Over condensator-impedanties en andere ongerijmdheden", *Tijdschrift van het NERG*, Jg. 64, nr. 2, blz. 82-83 (1999)
- [2] G. Heideman, R. Brink en W. van Etten, "De condensator-impedantie nader beschouwd", *Tijdschrift van het NERG*, Jg. 64, nr. 4, blz. 162-169 (1999)
- [3] Fred Neerhoff, "Gegeneraliseerde functies en Fourier-transformaties met een introductie tot tijdvariante circuits", *Tijdschrift van het NERG*, Jg. 64, nr. 4, blz. 170-177 (1999)
- [4] P. van der Wurff, "Condensator-impedanties en gegeneraliseerde functies", *Tijdschrift van het NERG*, Jg. 65, nr. 2, blz. 80-81 (2000)
- [5] Fred Neerhoff, "Nogmaals gegeneraliseerde functies", *Tijdschrift van het NERG*, Jg. 65, nr. 2, blz. 82 (2000)
- [6] W. van Etten, R. Brink en G. Heideman, "Reactie op 'Condensator-impedanties en gegeneraliseerde functies'", *Tijdschrift van het NERG*, Jg. 65, nr. 2, blz. 83-84 (2000)
- [7] A. Bruce Carlson, *Communication Systems (2nd edition)*. McGraw-Hill (1981)
- [8] Athanasios Papoulis, *Signal Analysis*. McGraw-Hill (1984)
- [9] David Jerison en Daniel Stroock, "Norbert Wiener", *Notices of the AMS*, Vol. 42, No. 4, blz. 430-438 (April 1995)

Appendix: Detail van de berekeningen in 2.3.b

a. Afleiding van (20) Voor alle reële α behalve 0 geldt

$$\begin{aligned} \mathcal{F}'(\mathcal{F}r_\alpha)t &= \langle \text{Definitie } \mathcal{F}', \mathcal{F}, r \rangle \frac{1}{2 \cdot \pi} \cdot \\ &\quad \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{e^{j \cdot \omega \cdot t}}{j \cdot \omega + \alpha} \cdot d\omega \\ &= \langle \text{Rekenkunde} \rangle \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot j} \cdot \\ &\quad \int_{-j \cdot \infty}^{+j \cdot \infty} \frac{e^{j \cdot \omega \cdot t}}{j \cdot \omega + \alpha} \cdot d(j \cdot \omega) \\ &= \langle \text{Figuur 4(a)} \rangle \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot j} \cdot \int_l \frac{e^{s \cdot t}}{s + \alpha} \cdot ds \\ &= \langle \text{Toelichting} \rangle \\ &\quad (\alpha > 0) ? ((t > 0) ? e^{-\alpha \cdot t} \uparrow (t < 0) ? 0 \uparrow \frac{1}{2}) \\ &\quad \uparrow ((t > 0) ? 0 \uparrow (t < 0) ? -e^{-\alpha \cdot t} \uparrow -\frac{1}{2}) \\ &= \langle \text{Definitie } p, n \rangle (\alpha > 0) ? p_\alpha t \uparrow n_{-\alpha} t \\ &= \langle \text{Definitie } r \rangle r_\alpha t \end{aligned}$$

Toelichting (voor $\alpha > 0$): als $t > 0$, dan vullen wij l aan met een halve cirkel in het ($\sigma < 0$)-halfvlak (met het middelpunt in de oorsprong), waarvoor de lijnintegraal volgens het lemma van Jordan bij toenemende straal verdwijnt. Daar het punt $-\alpha$ omsloten wordt is de waarde van de kringintegraal (in positieve, dus tegenwijzerzin) volgens de stelling van Cauchy $e^{-\alpha \cdot t}$. Als $t < 0$, dan kiezen wij de halve cirkel in het ($\sigma > 0$)-halfvlak; het punt $-\alpha$ wordt niet omsloten en de waarde van de kringintegraal is 0. Voor $t = 0$ kunnen we de integraal rechtstreeks berekenen door de reële en imaginaire delen afzonderlijk te beschouwen.

$$\begin{aligned} \mathcal{F}'(\mathcal{F}r_\alpha)0 &= \langle \text{Definitie } \mathcal{F}', \mathcal{F}, r \rangle \frac{1}{2 \cdot \pi} \cdot \\ &\quad \left(\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\alpha}{\omega^2 + \alpha^2} \cdot d\omega - j \cdot \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\omega}{\omega^2 + \alpha^2} \cdot d\omega \right) \\ &= \langle \omega := \alpha \cdot \omega; \text{oneven int.} \rangle \frac{1}{2 \cdot \pi} \cdot \\ &\quad \left(\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{1}{\omega^2 + 1} \cdot d\omega - j \cdot 0 \right) \\ &= \langle \text{Integratie} \rangle \frac{1}{2 \cdot \pi} \cdot \left(\frac{\pi}{2} - \left(-\frac{\pi}{2} \right) \right) \end{aligned}$$

Het geval $\alpha < 0$ wordt op analoge manier behandeld, met dien verstande dat voor $t < 0$ de kringintegraal rond $-\alpha$ in wijzerzin verloopt en daardoor $-e^{-\alpha \cdot t}$ oplevert, terwijl voor $t = 0$ de substitutie $\omega := \alpha \cdot \omega$ de integratiegrenzen verwisselt, zodat $\mathcal{F}'(\mathcal{F}r_\alpha)0 = -\frac{1}{2}$.

b. Afleiding van (21)

$$\begin{aligned} \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot j} \cdot \int_{l'} \frac{e^{s \cdot t}}{s} \cdot ds \\ = (t < 0) ? 0 \uparrow (t > 0) ? 1 \uparrow \frac{1}{2} = ut \\ \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot j} \cdot \int_{l''} \frac{e^{s \cdot t}}{s} \cdot ds \\ = (t < 0) ? -1 \uparrow (t > 0) ? 0 \uparrow -\frac{1}{2} = vt \end{aligned}$$

De berekeningen voor $t < 0$ en $t > 0$ verlopen op dezelfde manier als in het geval van $\mathcal{F}'r_\alpha t$. Voor $t = 0$ kan $\frac{1}{2 \cdot \pi \cdot j} \cdot \int_{l'} \frac{1}{s} \cdot ds$ zeer eenvoudig verkregen worden via primitivering (de complexe logaritme), of nog eenvoudiger door vast te stellen dat de aandelen langs de imaginaire as elkaar opheffen wegens de oneven symmetrie, zodat alleen de lijnintegraal langs het halve cirkeltje c berekend moet worden. Met $s := \epsilon \cdot e^{j \cdot \theta}$ vindt men

$$\begin{aligned} \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot j} \cdot \int_{l'} \frac{1}{s} \cdot ds \\ = \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot j} \cdot \int_c \frac{1}{s} \cdot ds \\ = \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot j} \cdot \int_{-\pi/2}^{\pi/2} \frac{1}{\epsilon \cdot e^{j \cdot \theta}} \cdot j \cdot \epsilon \cdot e^{j \cdot \theta} \cdot d\theta \\ = \frac{1}{2} \end{aligned}$$

De lijnintegraal langs l'' levert op analoge wijze $-\frac{1}{2}$ op.

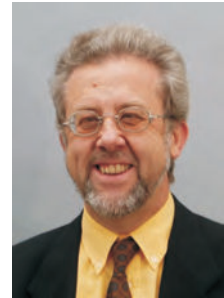
d. Afleiding van (23)

$$\begin{aligned} \frac{1}{2 \cdot \pi} \cdot \int_{ll} \frac{\sin(\omega \cdot t)}{\omega} \cdot d\omega \\ = \frac{1}{2 \cdot \pi} \cdot \int_{l'} \frac{e^{j \cdot \omega \cdot t} - e^{-j \cdot \omega \cdot t}}{2 \cdot j \cdot \omega} \cdot d\omega \\ = \frac{ut - u(-t)}{2} = ht \\ \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot j} \cdot \int_{ll} \frac{\cos(\omega \cdot t)}{\omega} \cdot d\omega \\ = \frac{1}{2 \cdot \pi} \cdot \int_{l'} \frac{e^{j \cdot \omega \cdot t} + e^{-j \cdot \omega \cdot t}}{2 \cdot j \cdot \omega} \cdot d\omega \\ = \frac{ut + u(-t)}{2} = \frac{1}{2} \end{aligned}$$

of rechtstreeks 'op zicht' als oneven en even deel van ut .

CV

Raymond Boute (1 maart 1944, België) studeerde af (met de grootste onderscheiding) aan de Universiteit Gent als ingenieur in de werktuigkunde en de elektrotechniek (1966), alsook in de elektronica (1968). Aan de Stanford University behaalde hij de graad van M.Sc. in 1969 en van Ph.D. in 1973, richting Electrical Engineering, specialisatie Computer Science.

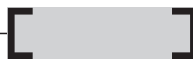


Aan de Bell Telephone Mfg. Cy. (thans Alcatel Bell) te Antwerpen werkte hij van 1974 tot 1981 als onderzoeksingenieur op het gebied van schakelsystemen, gedistribueerde besturingsstructuren en (imperatieve, later ook functionele) programmeertalen voor telecommunicatiesystemen.

Van 1981 tot 1994 doceerde hij als gewoon hoogleraar aan de Katholieke Universiteit Nijmegen (digitaal ontwerp, computerarchitectuur, netwerken, functionele talen, declaratieve methoden, satellietcommunicatie). Hij initieerde aldaar het onderzoek op het gebied van functionele programmeertalen, en nadien op het gebied van declaratieve formalismen en formele methoden voor specificatie, analyse en ontwerp van systemen in het algemeen, met toepassingen in de telecommunicatie in het bijzonder.

Het laatstgenoemde onderzoek zet hij sedert 1994 voort als gewoon hoogleraar aan de Universiteit Gent, waar hij tevens aanverwante vakken doceert in de opleidingen Burgerlijk Ingenieur in de Computerwetenschappen en Licentiaat in de Informatica (calculatieve logica, formele methoden bij het modelleren van systemen, formele semantiek). Meer informatie vindt men via de webpagina van de vakgroep Informatietechnologie, <http://www.intec.rug.ac.be>

In de vrije tijd gaat zijn belangstelling vooral uit naar oude beschavingen alsook naar het radio-amateurisme, dat hij in het recente verleden tot zijn grote spijt al te zeer verwaarloost.

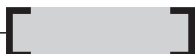


Stelling

"eenvoud is de sleutel naar innovatie"

proefschrift van T.I. Ojanperä , MULTIRATE MULTI-USER DETECTORS FOR WIDEBAND CODE DIVISION MULTIPLE ACCESS, Delft, 23 november 1999

Proefschriften



Voorwoord van de redactie

In dit 'proefschriftnummer' van het Tijdschrift treft u een overzicht aan van de proefschriften behorende bij de promoties in 1999 en 2000 aan de Technische Universiteit Delft, de Technische Universiteit Eindhoven en de Universiteit Twente. Zoals in het redactioneel voorwoord van dit nummer reeds is vermeld, is het overzicht dit jaar beperkt gebleven tot een opsomming van titels, auteurs en promotors. Hoewel de redactie heeft gestreefd naar volledigheid, kan zij niet garanderen dat de hier gegeven informatie volledig is. Het blijkt namelijk ieder jaar weer moeilijker te zijn de gewenste informatie boven tafel te krijgen. Desalniettemin hopen wij u met dit overzicht van dienst te zijn. Wanneer u geïnteresseerd bent in een proefschrift dan verwijzen wij u graag door naar de bibliotheek van de universiteit waar de promotie heeft plaatsgevonden. Onderstaand vindt u de adressen:

Centrale Bibliotheek TUD
Afdeling Periodieken en Ruil
Schuttersveld 2
2611 WE Delft

Centrale Bibliotheek TUE
Postbus 513
5600 MB Eindhoven
<http://vubisweb.tue.nl/N/scripts/mgwms32.dll?TS=LD&LOC=BSE>

Bureau Universiteitsbibliotheek Twente
Postbus 217
7500 AE Enschede
<http://www.el.utwente.nl/onderzoek/promoties.shtml>

Technische Universiteit Delft

Telecommunicatie

HIGHLY-INTEGRATED NAVIGATION
RECEIVER ARCHITECTURE
A HW/SW CO-DESIGN APPROACH

A. Alemu Abbo
1999

Promotor: prof. dr. ir. R.H.J.M. Otten

DIGITAL SIGNAL PROCESSING TECHNIQUES
FOR PERSONAL AND BROADCASTING
SATELLITE COMMUNICATION SYSTEMS

E. Colzi
1999

Promotors: prof. dr. ir. L.P. Ligthart
prof. dr. R. Prasad

CODE DIVISION MULTIPLE ACCESS FOR
SATELLITE PERSONAL COMMUNICATIONS

R. de Gaudenzi
1999

Promotors: prof. dr. ir. L.P. Ligthart
Prof. dr. R. Prasad

EFFICIENT BROADBAND PERFORMANCE
ANALYSIS AND DESIGN OF ATM NETWORKS

B. Stavrov
11 oktober 1999
Promotor: prof. dr. F.C. Schoute

MULTIRATE MULTI-USER DETECTORS FOR
WIDEBAND CODE DIVISION MULTIPLE
ACCESS

T.I. Ojanperä
23 november 1999
Promotor: prof. dr. J.C. Arnbak

Digitale Systemen en Digitale Schakelingen

A THEORY OF ROUTING IN PARALLEL
COMPUTERS

L.D. Aronson
1999
Promotors: prof. dr. ir. H.J. Sips
dr. ir. R. Sommerhalder

MULTIMEDIA HARDWARE ACCELERATORS

E.A. Hakkenes
1999
Promotor: prof. dr. S. Vassiliades

Analoge Geïntegreerde Schakelingen

SYSTEMS-ON-A-CHIP ARCHITECTING
PERSPECTIVES ON AN EMERGING DISCIPLINE

C. Bruma
1999
Promotor: prof. dr. ir. R.H.J.M. Otten

Meet- en Regelsystemen

FORCE REFLECTION FOR
TELEMANIPULATION APPLIED TO
MINIMALLY INVASIVE SURGERY

M.C.J. Lazeroms
1999

Promotors: prof. ir. G. Honderd
dr. ir. J.C.A. van der Lubbe

VALUE OF INFORMATION BASED DESIGN OF
CONTROL SOFTWARE

J.G. Norstrom
22 mei 2000
Promotor: prof. dr. R.M. Cooke

Halfgeleidertechnologie

MICROMACHINING TECHNIQUES USING
LAYERS GROWN IN AN EPITAXIAL REACTOR

P.J.T. Gennissen
1999
Promotors: prof. dr. ir. S. Middelhoek
prof. dr. P.J. French

CAPACITIVE HUMIDITY SENSOR BASED ON
POROUS SILICON

G.M.O. O Halloran
1999
Promotors: prof. dr. P.J. French
prof. dr. ir. em. S. Middelhoek

Informatie en Communicatietheorie

VISUAL-CONTENT ANALYSIS FOR
MULTIMEDIA RETRIEVAL SYSTEMS

A. Hanjalic
1999
Promotors: prof. dr. ir. J. Biermond
prof. dr. ir. R.L. Lagendijk

TOWARDS IN VIVO PARAMETER
ESTIMATION FOR A MUSCULOSKELETAL
MODEL OF THE HUMAN SHOULDER

B.L. Kaptein
1999
Promotors: prof. dr. ir. H.G. Stassen
prof. dr. F.C.T. van der Helm
dr. ir. J.J. Gerbrands

RESTORATION OF ARCHIVED FILM AND VIDEO

P.M.B. van Roosmalen
1999

Promotors: prof. dr. ir. J. Biermond
prof. dr. ir. R.L. Lagendijk

DE-INTERLACING
A CONTRIBUTION TO THE INTERLACED
VERSUS PROGRESSIVE VIDEO DEBATE

E.B. Bellers
10 januari 2000

Promotor: prof. dr. ir. J. Biermond

REAL-TIME WATERMARKING TECHNIQUES
FOR COMPRESSED VIDEO DATA

G.C. Langeraar
1 februari 2000

Promotors: prof. dr. ir. J. Biermond
prof. dr. ir. R.L. Lagendijk

ERROR RESILIENT COMPRESSION OF
DIGITAL VIDEO DATA

F.H.P. Spaan
3 april 2000

Promotors: prof. dr. ir. J. Biermond
prof. dr. ir. R.L. Lagendijk

Technische Universiteit Eindhoven

Telecommunicatie

PERFORMANCE EVALUATION OF OPTICAL
COMMUNICATION NETWORKS

I. Tafur Monroy
9 september 1999

Promotors: prof. ir. G.D. Khoe
prof. G. Einarsson
Copromotor: dr. ir. H. de Waardt

VARIABILITY OF MONTHLY TIME FRACTION
OF EXCESS OF ATMOSPHERIC PROPAGATION
PARAMETERS

A. Mawira
13 september 1999

Promotors: prof. dr. ir. G. Brussaard
prof. ir. A.C. van Bochove

NOISE AND SATURATION EFFECTS IN
HIGH-SPEED TRANSMISSION SYSTEMS WITH
SEMICONDUCTOR OPTICAL AMPLIFIERS

J.G.L. Jennen
27 juni 2000

Promotors: prof. ir. G.D. Khoe
prof. dr. G.A. Acket
dr. ir. H. de Waardt

ALL-OPTICAL TIME-DOMAIN
DEMULPLEXING AND SIGNAL
REGENERATION USING 1300 nm
SEMICONDUCTOR OPTICAL AMPLIFIERS

R.C.J. Smets
20 september 1999

Promotors: prof. ir. G.D. Khoe
prof. dr. A.G. Tjhuis
Copromotor: dr. ir. H. de Waardt

CLIMATIC RADIOWAVE PROPAGATION
MODELS FOR THE DESIGN OF SATELLITE
COMMUNICATION SYSTEMS

M.M.J.L. van de Kamp
24 november 1999

Promotors: prof. dr. ir. G. Brussaard
prof. dr. E.T. Salonen
Copromotor: dr. ir. M.H.A.J. Herben

OPTICAL NEURAL NETWORK BASED ON
LASER DIODE LONGITUDINAL MODES

E.C. Mos
7 september 1999

Promotors: prof. ir. G.D. Khoe
prof. dr. ir. W.M.G. van Bokhoven
Copromotor: dr. J.J.H.B. Schleipen

Digitale Systemen en Digitale Schakelingen

SYNTHESIS OF ASYNCHRONOUS BURST-MODE FINITE STATE MACHINES

J.W.J.M. Rutten
19 april 2000

Promotors: prof. Dr.-Ing. J.A.G. Jess
prof. S.M. Norwick
Copromotor: dr. ir. M.R.C.M. Berkelaar

A SHAPE ANALYSIS MODEL WITH APPLICATION TO CHARACTER AND WORD RECOGNITION

N.A. Khan
11 mei 2000

Promotors: prof. dr. ir. W.M.G. van Bokhoven
prof. dr. M.P.J. Stevens
Copromotor: dr. ir. J.A. Hegt

Signaalbewerking

EFFICIENT ADAPTIVE MULTI-CHANNEL CONCEPTS IN ACCOUSTICS: BLIND SIGNAL SEPARATION AND ECHO CANCELLATION

D.W.E. Schobben
1 september 1999

Promotors: prof. dr. ir. P.P.J. van den Bosch
prof. dr. ir. W.M.G. van Bokhoven
Copromotor: dr. ir. P.C.W. Sommen

ADAPTIVE 3D SOUND SYSTEMS

J. Garas
15 september 1999

Promotors: prof. dr. ir. P.P.J. van den Bosch
prof. dr. ir. W.M.G. van Bokhoven
Copromotor: dr. ir. P.C.W. Sommen

Informatie en Communicatietheorie

CODING STRATEGIES FOR CHANNELS WITH FEEDBACK

M. Shoaie Bargh
28 september 1999

Promotors: prof. dr. ir. J.P.M. Schalkwijk
prof. dr. E.C. van der Meulen

Hoogspanningstechniek en Elektrische Energiesys- temen

DETECTION OF PARTIAL DISCHARGES IN STATOR WINDINGS OF TURBINE GENERATORS

A.J.M. Pemen
23 februari 2000

Promotors: prof. dr. ir. P.C.T. van der Laan
prof. dr. ir. A.J.A. Vandenput

DIRECT CURRENT HYBRID BREAKERS: A DESIGN AND ITS REALIZATION

A.M.S. Atmadji
4 mei 2000

Promotors: prof. ir. G.C. Damstra
prof. dr.-ing. H. Rijanto

Overige Onderwerpen

USER SUPPORT FOR PATIENT DATA ANALYSIS

L.J.M. Cluitmans
29 november 1999

Promotors: prof. dr. ir. A. Hasman
prof. dr. ir. P.P.J. van den Bosch
Copromotor: dr. ir. J.A. Blom

LINEAR COMPLEMENTARITY SYSTEMS: A STUDY IN HYBRID DYNAMICS

W.P.M.N. Heemels
30 november 1999

Promotors: prof. dr. ir. P.P.J. van den Bosch
prof. dr. J.M. Schumacher
Copromotor: dr. S. Weiland

SIGNAL VALIDATION IN ELECTROENCEPHALOGRAPHY RESEARCH

M. van de Velde
17 januari 2000

Promotors: prof. dr. ir. J. E. W. Beneken
prof. dr. C.H.M. Brunia
Copromotor: dr. ir. P.J.M. Cluitmans

SUPPORTING THE EVALUATION OF
SOFTWARE

P.J. Schoenmakers
1 juli 1999
Promotors: prof. Dr.-Ing. J.A.G. Jess
prof. dr. P. Marwedel
Copromotor: dr. ir. C.A.J. van Eijk

Universiteit Twente

Telecommunicatie

ALLOPTICAL MUTIWAWELENGTH RING
NETWORKS

D.T. van Veen
14 januari 2000
Promotor: prof. ir. A.M.J. Koomen

PERFORMANCE EVALUATION OF
COMMUNICATION SYSTEMS VIA
IMPORTANCE SAMPLING

D. Remondo Bueno
28 januari 2000
Promotor: prof. dr. ir. W.C. van Etten

INTRINSIC INFORMATION SECURITY
EMBEDDING SECURITY ISSUES IN THE
DESIGN PROCESS OF TELEMATICS SYSTEMS

O. Tettero
8 juni 2000
Promotor: prof. dr. ir. E.F. Michiels

Meet- en Regelsystemen

DESIGN SUPPORT FOR MOTION CONTROL
SYSTEMS
A MECHATRONIC DESIGN APPROACH

H.J. Coelingh
25 februari 2000
Promotors: prof. dr. ir. J. van Amerongen
prof. dr. ir. M.P. Koster

LEARNING FEEDFORWARD CONTROL:
THEORY, DESIGN AND APPLICATIONS

W.J.R. Velthuis
25 februari 2000
Promotor: prof. dr. ir. J. van Amerongen
Copromotor: dr. ir. T.J.A. de Vries

Halfgeleidertechnologie

ISOTROPIC ETCHING OF SILICON IN
FLUORIDE CONTAINING SOLUTIONS AS A
TOOL FOR MICROMACHINING

R.W. Tjerkstra
23 september 1999
Promotors: prof. dr. ir. A. van den Berg
prof. dr. J.J. Kelly
Copromotor: dr. J.G.E. Gardeniers

ELECTROMIGRATION INDUCED STRESS
A STUDY INTO CURRENT INDUCED
RESISTANCE CHANGES IN VLSI
INTERCONNECTS

V. Petrescu
7 januari 2000
Promotor: prof. dr. ir. F.G. Kuper

GATE OXIDE RELIABILITY OF POLISI AND
POLISIGE CMOS DEVICES

V.E. Houtsma
14 januari 2000
Promotor: prof. dr. P.H. Woerlee
Copromotor: dr. J. Holleman

NEW METHODS FOR BUILDING AND
IMPROVEMENT OF INTEGRATED CIRCUIT
RELIABILITY
APPLICATION OF HIGH VOLUME
SEMICONDUCTOR MANUFACTURING

J.A. van der Pol
8 juni 2000

Promotors: prof. dr. J.F. Verweij
Prof. Dr. ir. F.G. Kuper

Overige Onderwerpen

LIKELIHOOD-BASED SEGMENTATION AND
CLASSIFICATION OF REMOTELY SENSED
IMAGES

A.A. Abkar
2 september 1999

Promotors: prof. ir. N.J. Mulder
prof. dr. ir. P.P.L. Regtien

OVERWRITE AND TRACK EDGES IN
HIGH-DENSITY TAPE RECORDING;
SIMULATION AND ANALYSIS

S. Lalbahadoersin
22 oktober 1999

Promotor: prof. dr. ir. S.B. Luitjens

SELECTIVITY IN EXTRANEURAL
STIMULATION OF PERIPHERAL NERVES

K.E.I. Deurlo
29 oktober 1999

Promotor: prof. dr. ir. P. Bergveld
Copromotor: dr. J. Holsheimer

MODELING, DESIGN AND REALIZATION OF
MICROFLUIDIC COMPONENTS

R.E. Oosterbroek
12 november 1999

Promotors: prof. dr. ir. A. van den Berg
prof. dr. M.C. Elwenspoek
Copromotor: dr. ir. T.S.J. Lammerink

LUMBAR DYNAMOTRY;
A USEFUL METHOD FOR ASSESSMENT OF
PATIENTS WITH CHRONIC LOW BACK PAIN?

M.M.R. Hutten
19 november 1999

Promotor: prof. dr. G. Zilvold
Copromotor: dr. ir. H.J. Hermens

ESTIMATING 3D OBJECT PARAMETERS FROM
2D GREYLEVEL IMAGES;
A MODEL-BASED APPROACH

Z. Houkes
14 januari 2000

Promotor: prof. dr. ir. P.P.L. Regtien

ELECTROSTATIC MICRO WALKERS

N.R. Tas
20 april 2000

Promotors: prof. dr. M.C. Elwenspoek
prof. dr. ir. M.P. Koster

AC LOSS IN SUPERCONDUCTING TAPES AND
CABLES

M.P. Koomen
20 april 2000

Promotor: prof. dr. H.H.J. ten Kate
Copromotor: dr. ir. B. ten Haken

RECOGNITION OF MANMADE OBJECTS FROM
RANGE DATA;
OPTIMISATION OF SURFACE BASED
(QUADRIC) REPRESENTATION

G.Y. Wang
18 mei 2000

Promotor: prof. dr. ir. P.P.L. Regtien

THE COMPREHENSIVE INTEGRATION OF
MICRODIALYSIS MEMBRANES AND SILICON
SENSORS

S. Böhm
23 juni 2000

Promotor: prof. dr. ir. P. Bergveld

DEVELOPMENT AND APPLICATION OF
MICROSIEVES

S. Kuiper

31 augustus 2000

Promotor: prof. dr. M.C. Elwenspoek

THE DESIGN OF LOW-COST ONE-CHIP TV
SYSTEMS

J.P.M. van Lammeren

15 september 2000

Promotor: prof. dr. ir. B. Nauta

LINKING MIXED-SIGNAL DESIGN AND TEST
GENERATION AND EVALUATION OF
SPECIFICATION-BASED TESTS

K. Engin

29 september 2000

Promotor: prof. dr. H. Wallinga

ISO-SURFACE VOLUME RENDERING:
SPEED AND ACCURACY FOR MEDICAL
APPLICATIONS

M.K. Bosma

20 oktober 2000

Promotor: prof. dr.-ing. O.E. Herrmann

MICRO-MACHINED HIGH CAPACITY SILICON
LOAD CELLS

A.F. Zwijze

27 oktober 2000

Promotors: prof. dr. M.C. Elwenspoek
prof. dr. ir. H. Tjeldeman

TE/TM BASED INTEGRATED OPTICAL
SENSING PLATFORMS

T.M. Koster

8 december 2000

Promotor: prof. dr. Th.J.A. Popma



Waterkracht

Schoepen die zwoegen
Bewegen een rad
Dat spint van genoeg
Sneeuw-witte kilo-Watt

WALTER SCHONGS
WERKGROEP GESCHIEDENIS DER ELEKTROTECHNIEK TUD

Aankondigingen & Oproepen



Geschiedenis der Natuurwetenschappen. Capita selecta. Electriciteit-Magnetisme-Electromagnetisme

De SeniorenAkademie Groningen en Drenthe (RU-Groningen) organiseert opnieuw een cursus 'Geschiedenis der Natuurwetenschappen. Capita selecta. Electriciteit-Magnetisme-Electromagnetisme'. Dit keer ligt het accent op de periode 1800-1925. Er wordt niet alleen aandacht besteed aan de theoretische en experimentele ontwikkelingen maar ook aan de technologische 'spin off' (elektromotor, dynamo; telegrafie, telefonie; verlichting; radiotelegrafie). De standaardisatie van de eenheden zal aan bod komen (Weber, W. Thomson). Ook de sociaal-economische consequenties zullen worden belicht (telegrafie, Siemens).



De cursus bestaat uit hoor- en werkcolleges (10x4 uur) aan de hand van een geïllustreerde syllabus met oorspronkelijke teksten (inclusief Nederlandse vertaling) van grootheden als Volta, Davy, Oersted, Ampere, Ohm, Faraday, Weber, Maxwell, Siemens en Hertz.

Docent: Dr. H.H. Kubbinga (RU-Groningen; tel. 050-5735609).
Tijd: donderdag 1 februari t/m donderdag 12 april 2001 (10-15 uur).
Plaats: RU Groningen.
Kosten: f 375 (exclusief syllabus).
Inlichtingen (folder + inschrijfformulier): 050-3636597 of 0591-647878.
Zie ook de website www.rug.nl/hovo
Uiterste inschrijfdatum: 18 januari 2001.

Ledenmutaties NERG



Nieuwe leden:

Meer, T.E.
van der Calslaan 54-102
7522 MG ENSCHEDE

Nieuwe adressen:

Kegel, ing. J.A.
Solängsvagen 53
S-192 54 SOLLENTUNA
Sweden